

## 상호교호적 다목적최적화 방법론 개발 및 신규지점 운영설계와 생산목표설정으로의 적용\*

박경삼(교신저자)  
고려대학교 경영대학 교수  
(sampark@korea.ac.kr)  
신동은  
고려대학교 경영대학 박사과정  
(shinde1980@korea.ac.kr)

본 연구의 목적은 다목적최적화(multiple objective optimization)를 위한 방법론을 개발하고 적용하는데 있다. 많은 이론과 접근법이 존재함에도 불구하고, 이해하기 쉬우며 실제문제로의 적용이 용이한 방법론은 적다. 적용의 용이성을 위해 무엇보다 중요한 것은 의사결정자와의 상호교호작용(즉 의사결정자의 입장에서 정보제공)이 용이해야 한다. 본 요구사항을 충족시키기 위해 상호교호적 방법론(interactive method)을 개발한다. 이는 가장 잘 알려진 기존의 두 가지 상호교호기법들의 단점을 보충하고 장점을 취하는 상호 보완된 방법론이다. 또한 개발된 방법론이 관련된 몇몇 다른 기법들과 비교하여 주목할 만한 향상을 이루었다는 점을 강조한다. 개발된 방법론을 다수의 복잡한 비선형 목적함수들을 갖는 사례문제로 적용한다. 본 사례는 즉석식품 회사의 신규개설지점에 대한 운영설계(operational design)와 생산목표설정(production target setting)에 관한 문제이다. 적용에 있어서 비선형 다목적문제의 설정부터 해 도출에 이르기까지의 모든 과정을 상세히 보여준다.

주제어: 다목적최적화, 상호교호작용, 비선형계획법, 운영설계, 생산목표설정

### 1. 서론

다수의 목적을 동시에 최적화하고자 하는 다목적문제(multiple objective optimization problem)는 경영, 경제뿐만 아니라 공학에 이르기까지 다양한 분야에서 발생한다. 다목적문제의 해결을 위하여 지난 50년 동안 많은 이론과 방법론이 개발되었으며(Zeleny 1982, Goicoechea 등 1982, Haimes 와 Chankong 1985, Steuer 1986, Miettinen 1999), 그 문제의 복잡성과 다양성 때문에 현재에도 활발한 연구가 진행되고 있다(Chinchuluun과 Pardalos 2007, Bragge 등 2008). 일반적으로 다

목적문제의 목적함수들은 서로 상충되기 때문에, 하나의 목적을 향상시키기 위해서는 다른 목적들 중 하나 이상의 희생이 요구된다. 어떤 목적을 향상시키고 어떤 다른 목적을 희생해야 하는가를 결정해야 하므로, 각각의 목적에 대해 의사결정자가 중요하게 생각하는 정도 또는 선호도(preference)의 반영이 필요하다. 다시 말해, 다양한 효율적(efficient) 또는 우월한(non-dominated) 해들 중에서, 의사결정자가 가장 선호하는 해를 찾는 것이 다목적문제의 해결과정이라 할 수 있다.

다목적문제의 해결기법들 중에서 가장 많이 응용된 것은 상호교호접근법(interactive approach)이다(Shin과 Ravindran 1991, Korhonen 등

1992). 상호교호접근법의 기본개념은 다목적문제의 해를 찾는 과정에서 의사결정자의 효용 또는 선호정보를 계속적으로 받아들여 가장 만족스러운 해에 도달하게 하는 것이다. 즉 초기 해를 의사결정자에게 보여주고 선호정보를 받아 보다 만족스러운 해를 도출한다. 의사결정자가 새로운 해를 만족하면 문제해결과정을 종료하고, 그렇지 않으면 새로운 또는 수정된 선호정보를 받아 새로운 해를 도출한다. 도출된 해가 만족될 때까지 본 과정을 계속한다. 이러한 과정에서 의사결정자와 분석가는 문제의 구조에 대해 학습하게 되며, 선호정보가 목적함수들에 미치는 영향을 파악할 수 있어서, 궁극적으로 원하는 해를 찾는 데 많은 도움이 된다. 또한 어떤 특정한 시점에서 필요한 모든 선호정보를 한꺼번에 요구하지 않고 순차적으로 요구한다는 점에서, 의사결정자의 정보제공에 대한 부담을 현저히 완화한다. 이 같은 장점 때문에 상호교호접근법의 활발한 응용이 이루어지는 것으로 판단된다.

상호교호접근법의 예를 들면 STEM(STEp Method: Benayoun 등 1971), GDF(Geoffrion, Dyer, Feinberg 1972), ZW(Zionts와 Wallenius 1976, 1983), RDA(Reference Direction Approach: Korhonen 등 1997), NIMBUS(Nondifferentiable Interactive Multiobjective BUndle-based optimization System: Miettinen 1999) 등이 있다. 상기 기술한 바와 같이, 이들의 공통점은 문제해결 과정이 크게 해의 계산(computation)부분과 의사결정자의 선호정보 습득(acquisition)부분으로 구성된다. 그러나 기법마다 구체적인 계산과정과 요구하는 정보유형이 각기 다르다. 이는 각 기법마다 장단점이 있으며, 특정 기법이 다른 기법보다 일반적으로 우월하다고 주장하기 어려움을 내포한다.

Dyer등(1992)은 간단하고 이해하기 쉬우며 사용이 용이한 접근법의 개발이 여전히 필요하다고 역설했다. 계산과정이 쉬운 것도 중요하지만, 의사결정자의 입장에서 정보제공의 용이성이 무엇보다 중요하다. 우선 정보제공의 용이성과 관련된 기존의 노력을 간략히 살펴보면 다음과 같다. Gardiner와 Steuer(1994)는 몇몇 기존의 상호교호접근법들의 통합(hybridization)을 시도했다. 전술한 바와 같이 기법마다 요구하는 정보유형이 다르다. 따라서 두 가지 기존 기법들이 통합된 방법론은 두 종류의 다른 정보유형을 모두 받아들일 태세를 갖추게 됨으로써, 의사결정자는 자신이 표출하기 편한 유형의 정보를 제공할 수 있다. 문제해결과정에서 다양한 유형의 정보를 선택·제공할 수 있게 하여 정보제공의 용이성을 제고하고자 하는 입장이다. Kaliszewski(2004)도 유사한 입장에서 통합의 필요성을 다시 강조하면서, 보다 큰 통합의 틀을 마련하였다. 즉 Gardiner와 Steuer가 두 가지 다른 기법들 간의 통합을 시도한 반면, Kaliszewski는 두 가지 이상의 기법들을 통합 가능케 하였다. 이러한 통합접근법은 정보제공의 유연성(flexibility)을 가져다준다는 장점이 있으나, 엄밀히 정보제공의 용이성(easiness)을 직접 추구하는 것은 아니다. 또한 여러 가지 기법을 결합함으로써, 계산과정이 복잡해지는 경향이 있으며 방법론의 이해가 오히려 어려워, 높은 응용 가능성을 기대하기 어려울 수 있다.

본 연구의 주된 목적은 이해하기 쉬운 뿐만 아니라 정보제공이 용이한 상호교호적 방법론을 개발하는 것이다. 또한 미분 가능한 비선형 목적함수들을 갖는 사례문제로의 적용을 목적으로 하기 때문에, 개발하고자 하는 방법론은 비선형문제를 효과적으로 다룰 수 있어야 한다. 따라서 다음 질문들에 관한 논의가 필요하다.

(1) 의사결정자가 제공하기 쉬운 정보를 요구하는 기법은 무엇인가? 비록 이에 대해 명료한 해답은 없지만, 관련연구자들의 의견을 종합하면(Shin과 Ravindran 1991, Miettinen 1999: pp. 131-231), ZW기법이 요구하는 정보유형이 의사결정자에게 가장 적은 부담을 준다고 한다. 가장 큰 이유는 ZW기법에서는 “예, 아니오, 모르겠다” 형태의 선택적인 정보를 요구하는 반면(상세내용은 2절 참조), 거의 대부분의 다른 기법에서는 구체적인 수치 정보를 요구하기 때문이다. 예를 들면, STEM에서는 특정 목적함수 값의 증가 또는 감소를 위해 구체적인 수치를 직접적으로 요구하기 때문에, 의사결정자에게 가장 큰 부담을 줄 수 있다. GDF기법에서는 목적함수 값들 간의 절충(trade-off)을 위한 증감 수치를 요구하여 한계대체율(marginal rates of substitution)을 계산한다. RAD에서는 선호하는 목적함수 값들의 벡터를 선정하게 한다. NIMBUS는 STEM과 GDF기법을 결합·확장한 것이다. 의사결정관련 문헌을 살펴보면(Kahneman 등 1982, Tversky와 Thaler 1990, Park 2004), 수치정보의 요구가 의사결정자에게 큰 부담을 줄뿐만 아니라, 정확한 수치의 판단이 어려워 의사결정과 정에서 비일관된(inconsistent) 정보의 제공이 빈번히 나타난다고 한다.

(2) 상대적으로 이해하기 쉬운 기법은 무엇인가? 기법들의 계산과정이 기본적인 (또는 학부수준의) 수학적 지식을 요구하는지 그 이상의 복잡한 지식을 요구하는지를 살펴볼 필요가 있다. STEM과 ZW기법은 기본적인 선형계획법 지식을 요구하는 반면, RDA는 선형계

획법뿐만 아니라 원뿔(cone)연산과 같은 좀 더 복잡한 선형대수 지식을 요한다. GDF기법은 가능방향벡터(feasible direction)와 같은 기본적인 비선형계획법 지식을 요하는 반면, NIMBUS는 미분불가능 함수를 다룰 수 있는 보다 더 복잡한 비선형계획법 지식을 필요로 한다. 본 입장에서 본다면 STEM, ZW기법과 GDF기법이 상대적으로 이해하기 쉽다고 할 수 있다. 이러한 이유 등으로 사실상 ZW기법과 GDF기법이 가장 많이 확장·응용되었다(Shin과 Ravindran 1991).

(3) 비선형문제를 취급할 수 있는 기법은 무엇인가? GDF기법과 NIMBUS는 비선형문제의 해결을 위해, 특히 후자는 미분 불가능 목적함수가 개입된 문제의 해결을 위해 개발되었다. STEM, ZW기법과 RDA는 원래 선형문제를 해결하기 위해 개발되었다. 그러나 STEM은 약간의 수정을 거친다면 비선형문제를 다룰 수 있으며, ZW기법과 RDA도 비선형문제의 취급을 위해 확장되었다(ZW기법의 확장에 관해서는 아래를, RDA의 확장에 대해서는 Miettinen (1999: pp. 184-193) 참조).

상기 논의를 종합하면, 정보제공의 용이성 면에서는 ZW기법이, 이해와 응용 면에서는 ZW기법과 GDF기법이 우수한 것으로 보인다. 그러나 ZW기법의 문제점은 비선형문제의 취급에, GDF기법의 문제점은 정보제공의 용이성에 있다. 처음 개발된 ZW(Zionts와 Wallenius 1976)기법은 오로지 선형문제의 취급만 가능하나, 수정된 ZW(Zionts와 Wallenius 1983)기법은 사실 비선형문제의 취급 가능성을 어느 정도 열었다. 그러나 후자의 경우 비선형 목적함수를 선형함수로 근사(approximation)

변환하는 작업이 필요하다. 변환작업은 쉽지 않을뿐더러 많은 시간과 노력을 요하기 때문에 비현실적이다. 이후 Roy와 Wallenius(1992)는 비선형문제를 직접적으로 해결하기 위해 ZW기법을 확장하였으나, 계산과정에서 복잡한 비선형계획 문제를 해결할 수 있는 알고리즘을 요구한다. 사실 일반적인 비선형계획 문제의 해결은 그 자체로 쉽지 않으며, 사용자에게 이를 요구하는 것은 큰 부담이 된다. 한편, Sadagopan과 Rivindran(1986)은 정보제공의 용이성을 위해 GDF기법을 확장했다. 기존의 GDF기법에서 정확한 한계대체를 대신 상한과 하한의 구간값을 갖는 완화된 한계대체율로 대체하여, 의사결정자의 부담을 감소하자는 시도이다. 그러나 이 역시 수치정보를 요구하기 때문에 ZW기법보다 정보제공의 용이성이 높다고 볼 수 없다.

따라서 본 논문에서는 GDF기법과 ZW기법의 장점들을 동시에 취하고 단점들을 제거하는 개선된 기법을 개발한다. 전술한 바와 같이 많은 기법들이 존재하나, 이 두 가지 기법을 통합하는 시도는 본 연구가 처음이다. 이로써 이해하기 쉽고 정보제공이 용이하며 비선형문제를 효과적으로 취급할 수 있는 상호교호적 방법론 개발이라는 본 연구의 목적을 달성한다. 또한 개발된 방법론을 A 패스트푸드사의 사례로 적용하여 그 유용성과 유사 문제로의 응용 가능성을 보이고자 한다. 본 사례문제는 신규지점을 개설할 때 필요한 운영설계(operational design)와 생산목표설정(production target setting)이다. A사의 모든 지점들은 인적·물적 자원을 투입하여 다수의 산출물을 생산한다. 따라서 신규지점의 운영을 위해 필요한 자원을 얼마만큼 투입할 것인지를 구체적으로 계획함과 동시에, 그에 상응하는 효율적인 산출목표의 설정이 필요하다. 전자를 운영설계, 후자를 생산목표설정이라 간략히 칭한다. 신동은과 박

경삼(2007)은 본 문제를 다목적최적화 접근법으로 해결할 수 있음을 처음 선보였다. 그러나 기존의 GDF기법을 그대로 사용하였고, 이로 인해 정보제공의 용이성에 문제가 있을 수 있음을 또한 지적한 바 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2절에서 다목적문제를 정의하고, 정의된 문제를 해결하기 위한 상호교호적 방법론을 개발한 후, 개선된 점을 논의한다. 3절에서 사례문제를 구체적으로 기술하고, 4절에서 개발된 방법론을 적용한다. 마지막으로 5절에서 요약과 추후 연구과제를 기술한다.

## II. 방법론 개발

### 2.1 문제 정의

본 연구에서 다루고자 하는 다목적문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \max U[\mathbf{f}(\mathbf{x})] &= U[f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})] \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in S &= \{\mathbf{x} \mid \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0\} \quad (1) \end{aligned}$$

여기서  $\mathbf{x} \in R^n$ 는 의사결정변수벡터이고,  $f_i$  ( $i = 1, \dots, k$ )는 최대화하고자 하는 목적함수로 미분 가능한 비선형함수라 하자. 궁극적인 목적은 의사결정자의 효용함수(utility function)  $U: R^k \rightarrow R$ 를 최대화하는 것이며, 가능영역(feasible region)  $S \subset R^n$ 은 선형제약들로 구성된다. 비음제약( $\mathbf{x} \geq 0$ )을 제외하고  $m$ 개의 제약들이 있다고 하면,  $\mathbf{b} \in R^m$ 이고  $\mathbf{A}$ 는  $m \times n$  행렬이 된다.

본 논문에서 취급하는 사례문제 역시 다수의 비선

형 목적함수들과 다수의 선형제약들을 갖는다. 이러한 유형의 문제는 제품설계 등을 포함한 공학적 설계, 품질관리, 수자원관리 등의 분야에 많이 나타난다(Goicoechea 등 1982, Haimes와 Chankong 1985, Loganathan과 Serali 1987, Park과 Kim 2005). 특히 본 논문의 사례문제뿐만 아니라 이러한 분야의 문제에서는  $\mathbf{x}^- \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^+$ 와 같은 유형의 선형제약들이 빈번히 개입된다. 즉 의사결정변수 값들이 주어진 하한( $0 \leq \mathbf{x}^-$ )과 상한( $\mathbf{x}^+ < \infty$ ) 사이의 값들을 가지게 하는 것이다.

만약 의사결정자의 효용함수  $U$ 를 정확히 정의할 수 있다면, 모형 (1)은 전형적인 단일목적최적화 문제가 된다. 그러나 일반적으로 효용함수를 정의하기 어렵기 때문에, 정확한 효용함수의 가정 없이 모형 (1)을 해결하는 절차가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 의사결정자의 효용 또는 선호정보를 지속적으로 받아들여 가장 만족스러운 해에 도달하는 상호교호적 절차를 개발한다. 즉 절차상의 어떤  $h$  시점에서의 해  $\mathbf{x}^h$ 를 구하여 목적값벡터  $\mathbf{f}^h = \mathbf{f}(\mathbf{x}^h)$ 를 의사결정자에게 보여준다. 만약 만족한다면  $\mathbf{x}^h$ 가 최종해가 되며, 그렇지 않으면 보다 만족스러운 해에 도달하기 위한 선호정보를 받아들인다. 이를 바탕으로 다음시점의 해  $\mathbf{x}^{h+1}$ 을 구하여  $\mathbf{f}^{h+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{h+1})$ 과 함께 의사결정자에게 다시 보여준다. 만족스러운 최종해를 구할 때까지 본 절차를 계속한다.

## 2.2 문제해결 실마리

모형 (1)에 있는 미지의 효용함수  $U$ 를 변수벡터  $\mathbf{x}$ 의 구성요소 각각에 대해 편미분하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\nabla_{\mathbf{x}} U[\mathbf{f}(\mathbf{x})] = \sum (\partial U / \partial f_i) \nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}) \quad (2)$$

본 논문에서 특별한 명시가 없는 한,  $\Sigma$  기호는  $i = 1, \dots, k$ 에 대하여 해당 항목들을 합한다는 의미로 사용한다. 항목  $(\partial U / \partial f_i)$ 는  $f_i$ 의 변화에 따른  $U$ 의 변화를 의미한다. 즉 목적  $f_i$ 가 효용  $U$ 에 기여하는 정도를 나타내므로,  $U$ 에 대한  $f_i$ 의 중요도 혹은 한계공헌율(marginal rate of contribution)이라고 해석할 수 있다. 따라서  $(\partial U / \partial f_i)$ 를 효용함수  $U$ 에 대한 목적함수  $f_i$ 의 가중치, 즉  $w_i = (\partial U / \partial f_i)$ 로 정의할 수 있다. 따라서 식 (2)를 다음과 같이 달리 표현할 수 있다.

$$\partial U / \partial x_j = \sum w_i (\partial f_i / \partial x_j), j = 1, \dots, n \quad (3)$$

즉 변수벡터  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ 의 구성요소 중  $j$ 번째 변수  $x_j$ 에 대해  $U$ 를 편미분한 것이다. 두 번째 항목  $(\partial f_i / \partial x_j)$ 는  $x_j$ 의 변화에 따른  $f_i$ 의 변화를 의미한다. 즉 변수  $x_j$  값의 단위 증가에 따른 목적  $f_i$  값의 변화를 나타내므로, 선형계획법에서의 수정비용(reduced cost)과 의미가 같다.

식 (2)와 (3)을 통하여 살펴본 바를 종합하면, 변수  $x_j$  값의 변화에 따라 목적  $f_i$  값이 변하고, 이에 따라 최종적으로 효용함수  $U$ 의 값이 변화함을 의미한다. 여기서 문제해결의 중요한 실마리를 찾을 수 있다. 우선 항목  $\nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x})$ 가 목적함수들에 대한 수정비용벡터의 역할을 함으로, 이를 통하여 정확한 수정비용벡터를 구할 수 있다고 가정하자(계산과정은 아래 2.3절 참조). 구한 수정비용벡터를 의사결정자에게 보여주면, 어떤 변수의 값을 증가시켜야 원하는 목적함수의 값이 증가하는지를 알게 된다. 따라서 의사결정자는 자신의 효용을 향상시킬 수 있는 변수가 무엇인지를 알게 되어, 해당변수의 값을 증가시킬 것을 주문할 것이다. 이러한 상호교호작용을 통하여 얻은 선호정보를 사용하여 목적함수의 가중

치  $w_i$ 를 추정할 수 있다(구체적인 추정과정은 아래 2.4절 참조). 예를 들어 의사결정자가 변수  $x_j$ 를 선택했다고 하자. 즉 변수  $x_j$ 값을 증가시키면 자신의 효용을 향상시킬 수 있다는 입장이다. 따라서 식 (3)에 의하면 해당 효용의 증가분이  $\sum w_i(\partial f_i/\partial x_j)$  이므로, 이 값 또는 가중 합산된 수정비용이 반드시 양수가 되어야 하고, 이 조건을 만족하는 가중치벡터를 추정할 수 있다. 추정된 가중치벡터를 이용하여 보다 만족스러운 새로운 해  $\mathbf{x}^{h+1}$ 을  $\mathbf{f}^{h+1}$ 과 함께 구한다(2.5절 참조).

### 2.3 수정비용 계산

모형 (1)의 제약식을 만족하는 하나의 가능해를  $\mathbf{x} \in S$ 라 하자. 이때  $\mathbf{x}$ 를 기저변수(basic variable)  $\mathbf{x}_B$ 와 비기저변수(nonbasic variable)  $\mathbf{x}_N$ 으로 구분하여,  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N]$ 과 같이 표현할 수 있다. 여기서 비퇴화(nondegeneracy)해를 갖는다고 가정하자. 즉  $\mathbf{x}_B$ 는 항상 양의 값을 갖는 반면,  $\mathbf{x}_N$ 은 0 혹은 양의 값을 갖게 될 것이다. 해  $\mathbf{x}$ 를 구분함에 따라 행렬  $\mathbf{A}$ 도  $\mathbf{A} = [\mathbf{B}, \mathbf{N}]$ 의 형태로 구분하여 표현할 수 있다. 즉  $\mathbf{B}$ 는  $\mathbf{x}_B$ 에 해당하는 기저행렬(basis)이고,  $\mathbf{N}$ 은  $\mathbf{x}_N$ 에 해당하는 비기저행렬(nonbasis)이다.

똑 같은 방식으로 식 (2)에 있는 편미분 항목  $\nabla_{\mathbf{x}}f_i(\mathbf{x})$ 을  $\nabla_{\mathbf{x}}f_i(\mathbf{x}) = [\nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{N}}f_i(\mathbf{x})]$ 의 형태로 구분하여 표현할 수 있다. 즉  $\mathbf{x}_B$ 에 대해 편미분한  $\nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x})$ 와  $\mathbf{x}_N$ 에 대해 편미분한  $\nabla_{\mathbf{N}}f_i(\mathbf{x})$ 로 구분하였다. 이제 목적함수  $f_i(\mathbf{x})$ 에 대해 구하고자 하는 수정비용벡터를  $\mathbf{r}_i = (r_{i1}, \dots, r_{ij}, \dots, r_{in})$ 라고 하자. 이 또한  $\mathbf{x}_B$ 에 해당하는 부분과  $\mathbf{x}_N$ 에 해당하는 부분으로 구분하여,  $\mathbf{r}_i = [\mathbf{r}_{B_i}, \mathbf{r}_{N_i}]$ 의 형태로 표현할 수 있다. Bazaraa 등(2006: pp. 602-613)에 의하

면, 비록 본 연구와 같이 비선형함수일 경우에도 선형함수의 경우와 유사하게 수정비용을 계산할 수 있다. 단 비선형함수의 경우 수정비용을 reduced gradient라 하고, 선형함수의 경우 익히 알려진 바와 같이 reduced cost라 구분하지만, 편의상 수정비용으로 칭한다.

모형 (1)에서 해가  $\mathbf{x}$ 일 때, 목적함수  $f_i(\mathbf{x})$ 에 대한 수정비용의 도출과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i &= [\mathbf{r}_{B_i}, \mathbf{r}_{N_i}] \\ &= \nabla_{\mathbf{x}}f_i(\mathbf{x}) - \nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x})\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} \\ &= [\nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{N}}f_i(\mathbf{x})] - [\nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x})\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}, \\ &\quad \nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x})\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}] \\ &= [0, \nabla_{\mathbf{N}}f_i(\mathbf{x}) - \nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x})\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}] \quad (4) \end{aligned}$$

즉  $\mathbf{x}_B$ 에 해당하는 수정비용벡터는  $\mathbf{r}_{B_i} = \mathbf{0}$ 이고,  $\mathbf{x}_N$ 에 해당하는 수정비용벡터는  $\mathbf{r}_{N_i} = \nabla_{\mathbf{N}}f_i(\mathbf{x}) - \nabla_{\mathbf{B}}f_i(\mathbf{x})\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}$ 으로 계산된다.

전술한 바와 같이 수정비용  $r_{ij}$ 는  $x_j$ 가  $f_i$ 에 기여하는 정도를 나타낸다. 다시 말해  $r_{ij}$ 는  $x_j$ 를 제외한 모든 비기저변수들이 고정되어 있는 상태에서  $x_j$ 가 한 단위 증가할 때  $f_i$ 가 변화하는 정도를 의미한다. 이때 기저변수들의 값은 가능영역을 벗어나지 않는 범위에서 조정된다. 수정비용을 사용한 의사결정자와의 상호교호작용은 다음과 같이 할 수 있다.

### 2.4 가중치 추정

위에서 현재 해가  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N]$ 일 때, 목적함수  $f_i(\mathbf{x})$ 의 수정비용  $\mathbf{r}_i = [\mathbf{r}_{B_i}, \mathbf{r}_{N_i}] = (r_{i1}, \dots, r_{in})$ 을 계산하였다. 이제 상호교호작용을 통하여 목적함수들의 가중치벡터  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_k)$ 를 추정하고자 한다. 이를 위하여 정의된 기호와 계산된 정보를 일

목요연하게 정리하면 <표 1>과 같다. 우선  $\mathbf{x}_B$ 에 해당하는 수정비용들은 모두 0이다. 반면  $\mathbf{x}_N$ 에 해당하는 수정비용  $r_{ij}$ 들은 양(+), 음(-), 또는 0의 값을 갖게 될 것이다. 마지막 세로열은 현재 해  $\mathbf{x}$ 에 대한 목적함수들의 값을 보여준다. 마지막 가로줄은 해당하는 세로열의 값들을 가중합산한 것이지만, 아직 가중치가 미지이므로 완전히 정해지지 않았다.

<표 1>의 마련으로 이제 ZW(Zionts와 Wallenius 1976, 1983)기법에서 사용한 상호교호과정을 이용할 수 있다. 설명의 편의를 위해 우선 비기저변수  $x_j$ 에 해당하는 수정비용(세로)벡터를  $\mathbf{r}^j(j = m+1, \dots, n)$ 라 하자. 예를 들면, 마지막 비기저변수인  $x_n$ 에 해당하는 수정비용벡터는  $\mathbf{r}^n = (r_{1n}, \dots, r_{kn})^T$ 이다. 따라서 각각의  $j$ 에 대해  $\mathbf{w}\mathbf{r}^j = \sum w_i r_{ij}$ 가 된다. 이제 ZW기법의 상호교호과정을 간략히 설명하면 다음과 같다.

비기저변수들의 수정비용벡터  $\mathbf{r}^j$ 와 목적값벡터  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 를 의사결정자에게 제출한다. 의사결정자는  $\mathbf{r}^j$ 를 통해 해당 비기저변수의 값이 한 단위 증가할 때, 각 목적함수의 값이 어떻게 증감할 것인지를 알 수 있다. 따라서 현재의  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 를 만족하지 않는다면, 어떤 비기저변수를 기저변수로 고려할 것인지의 선택 여부를 의사결정자에게 질의한다. 즉 제출된 각각의 수정비용벡터에 대해 “예, 아니오, 모르겠다” 중의 하나로 답하게 한다. 예를 들어 어떤 특정  $\mathbf{r}^o$ 에 대

해 “예”라고 답했다고 하자. 즉 비기저변수  $x_o$ 값을 증가시키면 현재의  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 가 변화되어 자신의 효용을 향상시킬 수 있다는 입장이다. 따라서 식 (3)을 통하여 살펴본 바와 같이, 본 변화에 해당하는 효용의 증가분  $\mathbf{w}\mathbf{r}^o$ 이 반드시 양수가 되어야 한다. 반대로  $\mathbf{r}^o$ 에 대해 “아니오”라고 답했다면,  $x_o$ 값의 증가가 자신의 효용을 악화시킨다는 의미이다. 따라서 이 경우는  $\mathbf{w}\mathbf{r}^o$ 값이 반드시 음수가 되어야 한다. 마지막으로 “모르겠다”의 경우는  $\mathbf{w}\mathbf{r}^o$ 값이 양수인지 음수인지 확실치 않다. 따라서 의사결정자와의 상호교호작용으로부터 얻어진 정보를 바탕으로 다음과 같은 선형계획모형을 설정하고, 이를 통하여 가중치벡터  $\mathbf{w}$ 를 구한다.

$$\begin{aligned} \min \quad & G && \text{s.t.} \\ \mathbf{w}\mathbf{r}^j & \geq \varepsilon && \text{ (“예”라고 답한 } j \text{의 경우)} \\ \mathbf{w}\mathbf{r}^j & \leq -\varepsilon && \text{ (“아니오”라고 답한 } j \text{의 경우)} \\ \sum w_i & = 1 \\ G & \geq 0; w_i \geq \varepsilon, \forall i \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $G \in R$ 는 임의의 변수이고,  $\varepsilon$ 은  $10^{-3}$ 과 같은 작은 양수이다. “예”나 “아니오”에 해당하는  $j$ 는 복수개가 가능하며, “모르겠다”라고 답한  $j$ 의 경우는 음인지 양인지 모르므로 제약식에 반영하지 않는다 (Zionts와 Wallenius 1983, Roy와 Wallenius

<표 1> 모형 (1)의 현재 해에서 수정비용

가중치 $\mathbf{w}$	목적 $\mathbf{f}$	기저변수 $\mathbf{x}_B$			비기저변수 $\mathbf{x}_N$			목적함수 값 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$
		$x_1$	...	$x_m$	$x_{m+1}$	...	$x_n$	
$w_1$	$f_1$	0	...	0	$r_{1(m+1)}$	...	$r_{1n}$	$f_1(\mathbf{x})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$w_k$	$f_k$	0	...	0	$r_{k(m+1)}$	...	$r_{kn}$	$f_k(\mathbf{x})$
가중합산		0	...	0	$\sum w_i r_{i(m+1)}$	...	$\sum w_i r_{in}$	$\sum w_i f_i(\mathbf{x})$

1992). 모든  $j$ 에 대해 “모르겠다”라고 답할 경우는 새로운 가중치를 추정할 수 없을 뿐만 아니라 의사결정을 진전시킬 수 없으므로, 현재의 해가 최종해가 될 것이다. 만약 의사결정자가 비밀관된 답을 한다면 모형 (5)는 실행불가능(infeasible)할 것이다. 이 경우 “예”라고 답한  $j$ 중에서 “강력히 예”인 경우와 “약한 예”로 구분하게 하여, “강력히 예”인 경우만 제약식에 반영하고 “약한 예”인 경우는 제거함으로써 실행불가능 문제를 극복할 수 있다(“아니오”의 경우도 유사하게 취급할 수 있음: Roy와 Wallenius 1992). 한편 모형 (5)는 복수의 해(alternative solution)를 가질 수 있다. 이 경우 심플렉스 표를 이용하여 가장 선호되는 해를 선정하거나, 모형 (5)를 비선형의 형태로 변형해서 사용할 수도 있다. Zionts와 Wallenius(1983) 및 Roy와 Wallenius(1992)를 참조하면 실행불가능과 복수의 해를 가지는 경우에 대한 해결방안을 상세히 볼 수 있다.

요약하면, 의사결정자가 제공하기 어렵고 부담이 되는 수치정보의 요구 없이, 상대적으로 쉬운 선택적인 판단정보를 바탕으로 의사결정자의 선호도를 반영할 수 있다. 다음 절에서는 추정된 가중치벡터를 이용하여 의사결정자의 효용을 향상시키는 새로운 해의 도출과정을 보여준다. 마지막으로 강조하고자 하는 점은 ZW기법은 선형문제에 국한하여 <표 1>과 같은 형태를 마련하였다. 반면 본 연구에서는 식 (4)를 통하여 비선형문제의 수정비용을 계산함으로써 <표 1>을 마련하였다. 따라서 비선형문제의 경우라도 ZW기법에 있는 상호교호과정을 이용할 수 있음을 보였다.

## 2.5 향상된 해 도출

계산된 가중치를 가지고 향상된 해를 도출하기 위

해, GDF(Geoffrion, Dyer, Feinberg 1972)기법에서 사용한 방향도출문제(Directional problem)와 선탐색문제(Line search problem)를 이용할 수 있다. 먼저 현재의 해에서 효용함수  $U$ 를 최대화하는 가능한 방향벡터  $\mathbf{d} \in R^n$ 를 찾기 위해, 다음의 방향도출문제를 푼다.

$$\max \mathbf{w} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{d} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{d} \in S \quad (6)$$

여기서 가능영역  $S$ 는 모형 (1)에서 정의된 것이며, 단지  $\mathbf{x}$ 자리에  $\mathbf{d}$ 를 사용한 것이다. 본 문제는 간단한 선형계획모형이기 때문에 쉽게 풀 수 있다.

방향벡터  $\mathbf{d}$ 를 구하면 현재의 해에서 이 방향으로 얼마큼 이동할 것인지를 결정해야 한다. 수정된 방향벡터를  $\mathbf{z} = \mathbf{d} - \mathbf{x}$ 라 하면, 이동량(step size)  $t$ 는 다음의 선탐색문제를 풀어 구할 수 있다.

$$\max U[\mathbf{f}(\mathbf{x} + t\mathbf{z})] \quad \text{s.t.} \quad t \in [0, 1] \quad (7)$$

본 문제는 변수가  $t$ 뿐인 단일변수문제이나, 효용함수  $U$ 가 여전히 미지이므로 의사결정자의 개입 없이 기계적으로 풀기는 어렵다. 가장 많이 사용되었고 손쉬운 방법은 0과 1사이의 임의의  $t^0$ 값을  $\mathbf{f}(\mathbf{x} + t\mathbf{z})$ 에 대입하면  $\mathbf{f}(\mathbf{x} + t^0\mathbf{z})$ 값들을 즉시 알 수 있다. 따라서 다양한  $t$ 값들에 대한 목적함수 값들을 구할 수 있고, 이들을 의사결정자에게 보여준다. 의사결정자는 자신이 가장 선호하는 목적값벡터를 선택할 것이며, 이에 해당하는  $t$ 를 최선의 이동량으로 선정한다(상세한 과정은 4절 참조).

바로 위의 상호교호작용 또한 어려운 수치정보를 요구하는 것이 아니라 선택적인 판단을 요한다는 점을 강조하고자 한다. 만약 모형 (7)에서 정확한 효용함수를 정의할 수 있다면, 본 문제는 단일변수의

단일목적문제가 되어 최적의 이동량  $t$ 를 쉽게 구할 수 있다. 그러나 전술한 바와 같이 의사결정자의 효용함수를 정확하게 정의하기란 일반적으로 불가능하다. 따라서 상호교호작용이 필요하며, 이로써 최선의 이동량  $t$ 를 선정한다. 이와 동시에 향상된 해  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + t\mathbf{z}$ 가 결정되며, 이때 목적값벡터  $\mathbf{f}(\mathbf{x}')$  또한 결정된다. 이로써 의사결정자는 이전의 목적값벡터  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 와 새로운  $\mathbf{f}(\mathbf{x}')$ 간의 비교를 통하여, 어떤 변화가 일어났는지를 알게 되며 그 변화가 자신의 효용을 향상시키는 방향으로 이루어짐을 확인할 수 있다.

덧붙여 GDF기법은 비선형문제 해결을 위한 Frank-Wolfe 알고리즘에 기초하고 있으며, 해가 향상된다는 점과 수렴한다는 점을 입증하고 있다(G Geoffrion, Dyer, Feinberg 1972). 그러나 효용함수  $U$ 가 미지이므로 부등식  $U[\mathbf{f}(\mathbf{x} + t\mathbf{z})] > U[\mathbf{f}(\mathbf{x})]$ 이 성립함을 직접적으로 증명할 수는 없다. 다만  $\mathbf{w} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{d} > \mathbf{w} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{x}$ 가 성립함은 쉽게 알 수 있다. 즉  $\mathbf{w} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) (\mathbf{d} - \mathbf{x}) > 0$ 이므로 현재의 해  $\mathbf{x}$ 를  $\mathbf{z} = \mathbf{d} - \mathbf{x}$ 의 방향으로 이동함으로써 보다 향상된 해를 얻을 수 있음이 보장된다. 또한 향상된 해  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + t\mathbf{z}$ 가  $t \in [0, 1]$ 에서 항상 실행가능함을 쉽게 증명할 수 있다. 따라서 최선의 이동량  $t$ 를 선정한다면  $U[\mathbf{f}(\mathbf{x}')] > U[\mathbf{f}(\mathbf{x})]$ 를 가정 또는 합리화(rationalization)할 수 있다.

## 2.6 상호교호 방법론

이제까지 개발된 내용을 종합하면, 모형 (1)을 해결하기 위한 하나의 상호교호 방법론을 완성시킬 수 있다. 따라서 본 연구에서 제안하는 상호교호 방법론은 다음과 같다.

단계 1: 초기해  $\mathbf{x}^1 \in S$ 을 설정하고 목적값벡터  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^1) = [f_1(\mathbf{x}^1), \dots, f_k(\mathbf{x}^1)]$ 을 구한다. 그리고 시행횟수를  $h = 1$ 로 한다.

단계 2: 의사결정자에게  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^h)$ 를 제시하여 만족하면  $\mathbf{x}^h$ 가 최종해이며 절차를 종료한다. 만족하지 않으면 해  $\mathbf{x}^h$ 를 기저변수와 비기저변수로 나누어  $[\mathbf{x}_B^h, \mathbf{x}_N^h]$ 의 형태로 나타낸다. 식 (4)를 이용하여 수정비용벡터  $\mathbf{r}_i^h = [\mathbf{r}_{B_i}^h, \mathbf{r}_{N_i}^h]$ 를 계산하여 <표 1>과 같은 형태로 만든다.

단계 3: 의사결정자에게 수정비용정보를 포함한 <표 1>을 설명과 함께 제시한다. 각 비기저변수의 수정비용벡터  $\mathbf{r}^j$ 에 대해 기저변수로 고려할 지의 선택여부를 “예, 아니오, 모르겠다” 중의 하나로 답하게 한다.

단계 4: 제공된 정보를 바탕으로 모형 (5)를 구성하여 가중치벡터  $\mathbf{w}^h$ 를 도출한다.

단계 5: 도출된 가중치벡터를 가지고 모형 (6)을 구성하여 방향벡터  $\mathbf{d}^h$ 를 구한다. 그리고 수정된 방향벡터  $\mathbf{z}^h = \mathbf{d}^h - \mathbf{x}^h$ 를 설정하여 모형 (7)을 구성한 후, 다양한  $t^h \in [0, 1]$ 값들에 대해  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^h + t^h \mathbf{z}^h)$ 값들을 마련한다.

단계 6: 마련된  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^h + t^h \mathbf{z}^h)$ 들을 의사결정자에게 보여 최선의  $t^h$ 값을 선정하게 한다. 이로써 향상된 새로운 해는  $\mathbf{x}^{h+1} = \mathbf{x}^h + t^h \mathbf{z}^h$ 가 되며, 이때 목적값벡터는  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^{h+1})$ 이 된다. 그리고 시행횟수를  $h = h + 1$ 로 하고 단계 2로 돌아간다.

제안된 방법론을 살펴보면, 의사결정자와의 상호교호작용은 단계 3과 6에서 이루어진다. 그 외의 단

계들은 모두 기계적인 계산부분이다. 우선 상호교호 작용 부분을 다시 살펴보자. 단계 3은 ZW기법에서 사용한 것이며, 단계 6은 GDF기법에서 사용한 것이다. 두 단계의 공통점은 몇 가지 대안들을 의사결정자에게 보여주고 선택하게 하는 것이다. 따라서 제안된 방법론에서는 의사결정자의 입장에서 상대적으로 제공하기 어렵고 부담이 되는 수치정보를 전혀 요구하지 않는다. 사실 GDF기법에서는 목적함수들의 가중치를 구하기 위한 단계 3에서 수치정보를 요구한다. 다시 말해 목적함수들 간의 절충을 위해 정확한 증감 수치를 요구하여 한계대체율을 구한다. 비록 제안된 방법론의 개략적인 과정이 GDF기법과 유사하나(단계 1, 5, 6), GDF기법 내에 존재하는 큰 단점을 극복함으로써 정보제공의 용이성을 향상시켰다.

이미 강조한 바와 같이, ZW기법은 선형문제 해결에 국한하였다. 선형문제의 경우 수정비용(reduced cost)의 계산과정은 널리 알려져 있어서 <표 1>의 마련은 쉽다. 반면 본 연구에서는 비선형문제의 해결에 초점을 두고 있다. 비선형문제의 수정비용(reduced gradient)을 계산하기 위해서는 단계 2에 있는 식 (4)의 발견이라는 추가적인 노력 없이는 어렵다. 따라서 이 같은 노력을 통해 비록 비선형문제의 경우라도 ZW기법에 있는 상호교호과정을 이용할 수 있음을 보였다.

이제 계산 부분(단계 1, 2, 4, 5)을 살펴보자. 모든 계산은 소규모 선형계획문제들의 해결과 단순한 연산으로 구성된다. 익히 알려진 바와 같이 선형계획문제의 경우 정확한 최적해가 보장되며 계산상의 부담이나 어려움이 없다. 복잡하고 부담이 되는 비선형계획문제의 해결을 전혀 요구하지 않는다. 따라서 제안된 방법론은 계산상 복잡하지 않으며 이해하기 쉽다. 덧붙여 Roy와 Wallenius (1992)의 연구

를 다시 언급하고자 한다. 이는 비선형문제를 해결하기 위해 ZW기법을 확장한 것이다. 그러나 계산과정에서 복잡한 비선형계획문제의 해결을 사용자에게 직접 요구한다. 사실 일반적인 비선형계획문제의 해결은 그 자체로 쉽지 않으며, 사용자에게 이를 요구하는 것은 큰 부담이 될 것이다. 또한 정확한 최적해의 보장이 없다. 또 하나의 단점은 비선형계획문제를 구성하는 순간에는 정확한 효용함수의 정의가 필요하다. 비록 문제해결과정에서 효용함수를 적절히 변화시킬 수 있다는 유연성을 두고 있지만, 어떤 경우에도 의사결정자의 효용을 정확한 함수의 형태로 묘사하기는 어렵다. 반면 본 연구에서는 의사결정자의 정확한 효용함수를 가정하지 않는다.

마지막으로 상호교호 접근법에서 중요시되는 또 하나의 측면은 수렴성(convergence)이다. 즉 제한된 시행횟수 내에 의사결정자가 만족하는 해에 도달할 수 있는 방법론을 요구한다. 본 연구에서 제안된 방법론은 GDF기법의 개략적인 과정 또는 큰 틀을 유지한다. GDF기법의 수렴성은 이미 증명된 바(Geoffrion, Dyer, Feinberg 1972, Miettinen 1999: pp. 141-149), 본 연구의 방법론에 대한 수렴성 또한 보장된다. 다만, 단계 2와 3이 변함에 따라 어느 방법론이 보다 빨리 수렴하는가의 속도문제만 남아있다. 즉 수학적 수렴성은 양자가 공유할 수 있으나, 실제 응용에 있어서의 수렴속도는 아직 모른다. 이를 위해서는 모의실험과 같은 연구가 필요하나, 이는 본 연구의 범위를 벗어나는 부차적인 문제이다. 다시 말해 본 연구의 주요목적은 이해하기 쉽고 정보제공이 용이하며 비선형문제를 효과적으로 취급할 수 있는 상호교호 방법론 개발에 있으며, GDF기법과 ZW기법의 장점들을 동시에 취하고 단점들을 제거하는 개선된 기법을 개발함으로써 그 목적을 달성하였다. 다음에서는 개발된 방법론을

어떻게 사용하는지를 보여준다.

### III. 사례문제

#### 3.1 변수 및 자료

A 패스트푸드사는 전국에 약 180개의 지점을 운영하고, 매년 신규지점 개설을 위한 노력을 하고 있다. 모든 지점들은 다수의 인적·물적 자원을 투입하여 다수의 산출물을 생산한다(이경원 등 2006). 따라서 신규지점의 운영을 위해 필요한 자원을 얼마만큼 투입할 것인지를 구체적으로 계획함과 동시에, 그에 상응하는 효율적인 산출목표의 설정이 필요하다. 전자를 운영설계(operational design), 후자를 생산목표설정(production target setting)이라 정의하였다(신동은과 박경삼 2007). 이를 위해서 우선 투입(또는 설계)변수와 산출(또는 목표)변수의 선정이 필요하다. 인용한 두 참고문헌을 바탕으로 선택한 변수들을 <표 2>에서 요약한다. 비록 보다 다양한 변수들을 사용할 수 있지만, 본 연구에서 개발된 방법론의 적용에 관한 이해를 제고하기 위하여 3개의 투입변수와 2개의 산출변수를 사용한다. 본 변수들에 관한 보다 상세한 설명은 생략한다(신동은

과 박경삼 2007 참조).

본 연구에서는 <표 2>에 있는 변수들에 대해 72개 지점들의 2007년도 자료를 수집하였다. 본 자료를 바탕으로 신규지점의 운영에 필요한 투입수준과 산출수준을 설정하고자 한다. 이때 효율적인(efficient) 지점들의 자료만을 선별·사용할 필요가 있다. 효율적이란 투입 대비 산출의 입장에서 상대적으로 우월함(non-dominated)을 의미한다. 예를 들어 적은 투입으로 많은 산출을 낸다면 분명 효율적이다. 적은 투입으로 적은 산출을 내는 경우와 많은 투입으로 많은 산출을 내는 경우도 효율적일 수 있다. 그러나 많은 투입으로 적은 산출을 낸다면 분명 비효율적이다. 따라서 신규지점의 투입수준과 산출수준을 설정할 때, 비효율적인 자료를 참고하거나 사용할 이유는 전혀 없다.

DEA(Data Envelopment Analysis)는 다중투입과 다중산출 구조를 갖는 지점들의 효율성을 측정하기 위한 선형계획 모형이다. 즉 DEA를 사용하면 다중투입과 다중산출 구조를 갖는 지점들이 효율적인지 비효율적인지의 여부를 명확히 구분할 수 있다(Cooper 등 2000). 다만 다양한 형태의 DEA모형들이 존재하는 바, 어떤 특정한 DEA모형을 선택·사용할 것인가를 유의해야 한다. 신동은과 박경삼(2007)은 이에 관한 지침을 제공하면서 FDH(Free Disposal Hull)모형을 사용하였다. FDH모형을

<표 2> 투입 및 산출변수

구분	변수	내용
투입	비숙련종업원( $x_1$ )	숙련된 종업원을 제외한 종업원의 근무시간
	숙련종업원( $x_2$ )	300시간 이상 근무한 숙련된 종업원의 근무시간
	운영비( $x_3$ )	재료비, 사무비, 유틸리티 사용료 등의 운영비용
산출	이윤( $y_1$ )	총매출액에서 임대료, 인건비, 운영비를 제외한 금액
	제품품질( $y_2$ )	제품의 품질 및 균일성

사용하면 상대적 효율성의 입장에서 우월한 운영성과를 내는 모든 지점들의 자료를 선정할 수 있기 때문이다. 따라서 72개 지점들의 자료에 대해 FDH모형을 사용한 결과, 41개의 지점들이 효율적인 것으로 나타났다. <표 3>은 효율적인 41개 지점들의 투입과 산출자료에 대한 간단한 기술통계량을 요약한 것이다.

효율적인 투입과 산출의 조합은 일반적으로 무수히 많을 수 있다(본 연구의 경우 41개). 이들 중 개설될 신규지점의 환경에 가장 부합하는(가장 만족스러운 또는 최적의) 조합을 찾아야 한다. 최적의 조합을 찾기 위해서는 기본적으로 주어진 투입변수 값들의 범위(최소값과 최대값)내에서 개별적인 산출변수를 최대화해야 한다. 이는 하나의 다목적문제라 볼 수 있다. 본 사례에 대한 다목적문제는 아래와 같이 설정할 수 있다.

### 3.2 다목적문제 설정

개설될 신규지점 운영을 위한 효율적이고 최적의 투입  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ 과 산출  $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ 을 결정하기 위해서는 투입과 산출간의 정밀한 함수관계의 설정이 필요하다. 이를 위해서는 다중회귀분석을 이용할 수 있다. 즉 <표 3>을 구성한 효율적인 자료

를 가지고 다중회귀분석을 이용하여 각각의 산출변수에 대한 효율프론티어(efficient frontier)를 추정한다. 다시 강조하고자 하는 점은 모든 자료를 가지고 생산프론티어를 설정한다면 설정된 프론티어가 효율적이라는 보장이 전혀 없다.

SPSS를 활용하여 이윤( $y_1$ )과 제품품질( $y_2$ ) 각각의 산출변수에 대한 효율프론티어  $y_1(\mathbf{x})$ 와  $y_2(\mathbf{x})$ 를 추정하였다. 추정된 효율프론티어는 투입변수들의 제곱항과 2차항을 포함한 비선형 다중회귀모형으로 다음과 같다.

$$y_1(\mathbf{x}) = -85.918 + 38.555x_1 + 1.018x_3 - 2.374x_1^2 + 0.668x_2^2 + 0.001x_3^2 \quad (8)$$

$$y_2(\mathbf{x}) = 54.549 + 10.567x_2 - 0.085x_1^2 + 0.004x_1x_3 - 0.707x_2^2 \quad (9)$$

회귀모형 각각에 대한 결정계수  $R^2$ 는 순서대로 0.810과 0.684로 나타났다. 분산분석 결과 두 모형 모두  $p$  값이 0.000으로 매우 유의하였고, 상수항을 제외한 개별 변수항들에 대한  $p$  값 또한 모두 0.05이하로 나타났다. 덧붙여서 반응표면방법론(Response Surface Methodology)에 관한 연구를 살펴보면  $y(\mathbf{x})$ 와 같은 회귀모형을 추정하는데 도움이 된다(Box와 Draper 1987, Khuri와 Cornell

<표 3> 효율적인 지점들의 투입·산출자료의 기술통계량

변수명 및 단위	변수	평균	표준편차	최소값	최대값
비숙련종업원(100시간근무/월)	$x_1$	2.68	2.57	0	12
숙련종업원(100시간근무/월)	$x_2$	5.07	2.24	1	10
운영비용(만원/월)	$x_3$	174.15	60.05	94	335
이윤(만원/월)	$y_1$	234.66	102.83	74	527
제품품질(100점 만점)	$y_2$	87.27	9.59	50	100

1996).

추정된 함수  $y_1(\mathbf{x})$ 와  $y_2(\mathbf{x})$ 를 동시에 최대화시킬 수 있는 투입수준을 신규지점의 운영설계 방안으로 제안하고자 한다. 여기서 유의할 점은 추정된 함수는 산출요소에 대한 기대(expected) 효율프론티어라는 점이다. 즉 함수에 내재된 불확실성(분산)이 있다는 것이다. 어떤 투입수준에서 산출에 대한 기대치가 높다고 하더라도 분산이 크다면 그 기대치에 대한 신뢰성(reliability)이 떨어진다. 따라서 신뢰성이 높은 투입수준을 결정하기 위해서는 기대치를 최대화하는 것도 중요하지만 이와 동시에 분산을 최소화해야 한다. 특히 신규지점에 대해 신뢰성이 높은 투입수준을 권고하는 것이 중요하다. 신뢰성이 높다는 것은 한편으로 기존 지점들이 그와 유사한 투입수준을 빈번히 사용해 왔다는 의미를 내포함으로써 실패할 가능성이 적다고 볼 수 있다. 이러한 분산의 중요성은 반응표면방법론에서도 강조하고 있다.

특정 산출요소  $r$ 에 대해 추정된 함수를  $y_r(\mathbf{x}) = \mathbf{a}\mathbf{x}_r^T$ 이라 하자. 여기서  $\mathbf{a}$ 는 추정된 회귀모형의 계수벡터이고,  $\mathbf{x}_r$ 은 그 모형에서 설명된 변수벡터이다. 변수벡터  $\mathbf{x}_r$ 에 있는 변수들에 해당하는 자료행렬(model matrix)을  $\mathbf{X}_r$ 이라 하자. 어떤 투입수준  $\mathbf{x}^0$ 가 주어졌을 경우,  $\mathbf{x}^0$ 를  $\mathbf{x}_r$ 에 대입하여 계산된 결과 벡터를  $\mathbf{x}_{r0}$ 라고 하자. 이제 다음 식을 정의한다.

$$\text{Var}\{y_r(\mathbf{x}^0)\} = V_r(\mathbf{x}^0) = \mathbf{x}_{r0}(\mathbf{X}_r^T\mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{x}_{r0}^T$$

주어진 투입수준  $\mathbf{x}^0$ 에서  $y_r(\mathbf{x})$ 에 내재된 분산은  $V_r(\mathbf{x}^0)\sigma_r^2$ 로 주어진다(Draper와 Smith 1981). 여기서  $\sigma_r^2$ 은 상수의 분산을 의미하나 일반적으로 미지이다. 따라서 측도  $V_r$ 은 투입수준  $\mathbf{x}^0$ 가 분산에 미치는 강도를 나타낸다. 명백히  $\mathbf{x}^0$ 가 변하면 분산

$V_r$ 이 변한다. 그러므로 만약  $V_r(\mathbf{x}^0)$ 가  $V_r(\mathbf{x}^1)$ 보다 작다면 투입수준  $\mathbf{x}^0$ 가  $\mathbf{x}^1$ 보다 더 신뢰성이 있는 설계방안이라 할 수 있다. 종합하면 산출에 대한 기대  $y_r(\mathbf{x})$ 를 최대화하는 동시에 분산  $V_r(\mathbf{x})$ 를 최소화하는 투입수준을 결정하는 것이 중요하다.

바로 위의 식을 이용하여 함수  $y_1(\mathbf{x})$ 와  $y_2(\mathbf{x})$  각각에 대한  $V_1(\mathbf{x})$ 와  $V_2(\mathbf{x})$ 를 도출하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_1(\mathbf{x}) = & 0.568 - 0.092x_1 - 0.004x_3 \\ & + 0.051x_1^2 - 0.002x_2^2 + 0.001x_3^2 \\ & - 0.008x_1^3 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} V_2(\mathbf{x}) = & 0.549 - 0.396x_2 + 0.114x_2^2 \\ & - 0.001x_1x_3 + 0.002x_1^2x_2 + 0.014x_2^3 \\ & + 0.001x_2^4 \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 본 사례에 대한 다목적최적화 문제를 설정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \max \quad & f_1(\mathbf{x}) = y_1(\mathbf{x}) \\ \max \quad & f_2(\mathbf{x}) = y_2(\mathbf{x}) \\ \min \quad & f_3(\mathbf{x}) = V_1(\mathbf{x}) \\ \min \quad & f_4(\mathbf{x}) = V_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq x_1 \leq 12 \\ & 1 \leq x_2 \leq 10 \\ & 94 \leq x_3 \leq 335 \end{aligned} \quad (12)$$

모형 (12)는 4개의 비선형 목적함수들과 범위형태의 선형제약들을 갖는 다목적문제이다. 목적함수들은 순서대로 식 (8)부터 (11)까지에 의해 정의된다. 선형제약에서의 범위는 <표 3>에 있는 투입변수들의 최소값과 최대값을 사용했다.

### IV. 방법론 적용

우선 모형 (12)를 모형 (1)의 형태에 준하여 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \max \quad & U(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = U(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), -f_3(\mathbf{x}), -f_4(\mathbf{x})) \\
 \text{s.t.} \quad & x_1 + x_4 = 12 \\
 & x_2 - x_5 = 1 \\
 & x_2 + x_6 = 10 \\
 & x_3 - x_7 = 94 \\
 & x_3 + x_8 = 335 \\
 & \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_8) \geq 0 \quad (13)
 \end{aligned}$$

모형 (12)에 있는 2개의 최소화 목적을 최대화 목적으로 만들어, 4개 모두 최대화 목적이 되었다. 잉여변수 5개  $x_4, \dots, x_8$ 를 추가하여 범위형태의 제약들을 등호형태의 제약들로 바꾸었다. 이제 모형 (13)을 해결하기 위하여 개발된 상호교호 방법론을 이용한다.

#### 4.1 첫 번째 상호교호과정

단계 1: 첫 번째 상호교호과정( $h = 1$ )을 시행하기 위해 초기 투입수준  $\mathbf{x}^1 = (0, 1, 94, 12, 0, 9, 0, 241)$ 을 설정하였다. 이는 각 투입변수들의 최소

값을 선택한 것이다. 즉  $x_1 = 0$ (비숙련종업원 근무시간은 0),  $x_2 = 1$ (숙련종업원 근무시간은 100시간),  $x_3 = 94$ (운영비는 94만원)이다. 이때 목적값 벡터는  $\mathbf{f}^1 = [f_1(\mathbf{x}^1), \dots, f_4(\mathbf{x}^1)] = [19.28, 64.41, 9.03, 0.28]$ 이다. 즉 기대 이윤은 약 19만원, 기대 품질은 약 64점, 이윤의 분산은 9.03, 품질의 분산은 0.28이다.

단계 2: 초기해  $\mathbf{x}^1$ 를 바탕으로 기저변수벡터  $\mathbf{x}_B^1 = (x_2, x_3, x_4, x_6, x_8)$ 와 비기저변수벡터  $\mathbf{x}_N^1 = (x_1, x_5, x_7)$ 로 나눈다. 그리고 비기저변수들에 대한 수정비용을 계산하여 <표 4>를 마련한다. 모든 기저변수들에 대한 수정비용은 0이므로 나타내지 않았다.

단계 3: 의사결정자에게 각 비기저변수들의 수정비용 구조에 대한 설명과 함께 만족(또는 선택)여부를 묻는다. 먼저  $x_1$ 의 수정비용벡터 (38.555, 0.376, 0.092, 0.094)는 비기저변수  $x_1$ 이 기저변수로 진입할 경우 4개의 목적함수 모두를 향상시킬 수 있음을 나타낸다. 그리고  $x_5$ 의 수정비용벡터인 (1.336, 9.153, 0.004, 0.122)도 유사한 구조를 갖는다. 따라서 의사결정자는 분명히  $x_1$ 과  $x_5$ 의 수정비용 구조에 대해 만족할 것이다. 한편  $x_7$ 의 수정비용벡터인 (1.206, 0, -0.184, 0)은  $f_1$ 의 향상,  $f_3$ 의 악화, 그 외 목적함수들은 변함이 없는 구조를 보인다. 의사결정자가  $x_1$ 과  $x_5$ 의 것들에는 만족하지만,  $x_7$ 의 것에는 불만족 한다고 가정하자.

<표 4> 비기저변수들의 수정비용( $h = 1$ )

$\mathbf{f}$	$x_1$	$x_5$	$x_7$	$\mathbf{f}^1$
$f_1$	38.555	1.336	1.206	19.278
$f_2$	0.376	9.153	0	64.409
$-f_3$	0.092	0.004	-0.184	-9.026
$-f_4$	0.094	0.122	0	-0.282

단계 4: 단계 3에서 얻어진 정보를 바탕으로 다음의 선형계획문제를 설정한다.

$$\begin{aligned} \min \quad & G \quad \text{s.t.} \\ & 38.555w_1 + 0.376w_2 + 0.092w_3 + 0.094w_4 \geq \varepsilon \\ & 1.336w_1 + 9.153w_2 + 0.004w_3 + 0.122w_4 \geq \varepsilon \\ & 1.206w_1 - 0.184w_3 \leq -\varepsilon \\ & w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1 \\ & w_1, w_2, w_3, w_4 \geq \varepsilon; G \geq 0 \end{aligned}$$

본 문제를 풀어 가중치벡터  $\mathbf{w}^1 = (0.001, 0.001, 0.012, 0.986)$ 을 얻었다. 이때  $\varepsilon = 10^{-3}$ 을 사용하였다.

단계 5: 단계 4에서 구한 가중치벡터를 이용하여 방향벡터  $\mathbf{d}^1 = (12, 10, 94, 0, 9, 0, 0, 241)$ 을 얻었다. 그리고 수정된 방향벡터  $\mathbf{z}^1 = \mathbf{d}^1 - \mathbf{x}^1$ 을 계산하여, 다양한  $t^1 \in [0, 1]$  값들에 대해  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^1 + t^1\mathbf{z}^1)$  값들을 <표 5>와 같이 마련한다.

단계 6: 마련한 <표 5>를 의사결정자에게 보여 최선의  $t^1$  값을 선정하게 한다. 먼저 목적  $f_1$ 의 값은 이동량  $t^1$  값이 증가할수록 지속적으로 향상되다가  $t^1 = 0.8$ 일 때 최대가 되고, 그 이상일 때 약간씩 악화된다. 목적  $f_2$  값의 변화양상도  $f_1$ 의 것과 매우 유사하나,  $t^1 = 0.6$ 일 때 최대,  $t^1 = 0.8$ 까지 미소한 악화를 보이다가 그 이상일 때는 빠른 속도로 악화된다. 목적  $f_3$ 의 값은 지속적으로 향상된다. 마지막으로 목적  $f_4$ 의 값은  $t^1 = 0.1$ 까지 향상되다가 그 이후부터 지속적으로 악화된다. 종합하여  $t^1 = 0.8$ 일 경우를 의사결정자가 가장 만족한다고 가정하자. 이때 새로운 해는  $\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}^1 + t^1\mathbf{z}^1 = (9.6, 8.2, 94, 2.4, 7.2, 1.8, 0, 241)$ 이고, 목적값벡터는  $\mathbf{f}^2 = [214.87, 89.44, 5.63, 17.82]$ 이다. 이제  $\mathbf{f}^2$ 를 의사결정자에게 제출하여 만족여부를 묻는다. 의사결정자가 본 해에 대하여 만족하면 모든 절차를 종료하고, 그렇지 않으면 단계 2로 돌아가 다음 상호교호과정을 실시한다.

<표 5> 향상된 목적함수 값 벡터의 선정( $h = 1$ )

$t^1$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
0	19.278	64.409	9.026	0.282
0.1	63.869	72.403	8.970	0.210
0.2	102.705	79.007	8.975	0.509
0.3	135.786	84.220	8.957	1.299
0.4	163.112	88.043	8.834	2.711
0.5	184.683	90.477	8.524	4.896
0.6	200.499	91.520	7.942	8.019
0.7	210.560	91.173	7.006	12.260
0.8	214.866	89.436	5.633	17.817
0.9	213.418	86.308	3.740	24.901
1.0	206.214	81.791	1.244	33.741

덧붙여 초기 해의  $\mathbf{f}^1 = [19.28, 64.41, 9.03, 0.28]$ 과 새로운 해의  $\mathbf{f}^2 = [214.87, 89.44, 5.63, 17.82]$ 를 비교해 보자. 품질의 분산인  $f_4$ 를 제외하고는 의사결정자의 선호정보와 일관되게 모든 목적함수 값들이 향상됨을 알 수 있다. 특히 이윤의 기대치인  $f_1$ 이 가장 많이 향상되었다. 한편 <표 5>에서 의사결정자가 원할 경우 보다 세분화된  $t^1$ 값(예를 들면 0.75, 0.85 등)에 대한 목적함수 값들을 보여 줄 수 있다. 아래에서는 제안된 상호교호 방법론의 보다 확실한 이해를 돕기 위하여, 의사결정자가  $\mathbf{f}^2$ 를 만족하지 못한다고 가정하여 두 번째 상호교호과정( $h = 2$ )을 보여준다.

#### 4.2 두 번째 상호교호과정

단계 2: 위에서 구한 해  $\mathbf{x}^2$ 를 바탕으로 기저변수 벡터  $\mathbf{x}_B^2 = (x_1, x_2, x_3, x_5, x_8)$ 와 비기저변수 벡터  $\mathbf{x}_N^2 = (x_4, x_6, x_7)$ 로 나눈다. 그리고 비기저변수들에 대한 수정비용을 계산하여 <표 6>을 마련한다.

단계 3: 의사결정자에게 각 비기저변수들의 수정비용 구조에 대해 만족여부를 묻는다. 먼저  $x_4$ 의 수정비용벡터는 (7.026, 1.256, -1.325, 0.221)이므로,  $f_3$ 를 악화시키는 반면 나머지 목적들을 향상시킬 수 있음을 보여준다. 그리고  $x_7$ 의 것인 (1.206, 0.038, -0.184, 0.010) 역시 비슷한 구조를 갖는다. 그러나  $x_6$ 의 것인 (-10.955, 1.028, -0.033,

6.687)은  $f_2$ 와  $f_4$ 를 향상시키는 대신  $f_1$ 과  $f_3$ 를 악화시키는 구조를 보여준다. 이에 대하여 의사결정자가  $x_4$ 와  $x_7$ 의 수정비용벡터는 만족하고  $x_6$ 의 것은 만족하지 않는다고 가정하자.

단계 4와 5: 첫 번째 상호교호과정과 같은 방법으로 선형계획문제를 설정하여, 가중치벡터  $\mathbf{w}^2 = (0.093, 0.1131, 0.640, 0.136)$ 을 구하였다. 다음 단계로서  $\mathbf{w}^2$ 를 이용하여 방향벡터  $\mathbf{d}^2 = (0, 1, 335, 12, 0, 9, 241, 0)$ 을 얻었다. 그리고 수정된 방향벡터  $\mathbf{z}^2 = \mathbf{d}^2 - \mathbf{x}^2$ 을 계산하여, 다양한  $t^2 \in [0, 1]$ 값들에 대해  $\mathbf{f}(\mathbf{x}^2 + t^2\mathbf{z}^2)$ 값들을 <표 7>과 같이 마련한다.

단계 6: 의사결정자에게 <표 7>을 보여 최선의  $t^2$ 값을 선정하게 한다. 예상한 바와 같이 이동량  $t^2$ 값이 증가할수록 목적  $f_3$ 의 값은 악화되나, 그 외의 목적들에 대한 값은 향상된다. 의사결정자가  $t^2 = 0.2$ 에서 가장 만족한다고 가정한다면, 이때 새로운 해는  $\mathbf{x}^3 = \mathbf{x}^2 + t^2\mathbf{z}^2 = (7.68, 6.76, 142.20, 4.32, 5.76, 3.24, 48.20, 192.80)$ 이고, 목적값 벡터는  $\mathbf{f}^3 = [265.67, 93.03, 18.81, 9.20]$ 이다. 의사결정자에게  $\mathbf{f}^3$ 을 제출하여 만족여부를 묻는다. 의사결정자가 본 해에 대하여 만족하면  $\mathbf{x}^3$ 과  $\mathbf{f}^3$ 이 최종 해가 되고 모든 절차를 종료한다. 그렇지 않으면 다시 단계 2로 돌아가 다음 상호교호과정을 실시한다.

<표 6> 비기저변수들의 수정비용( $h = 2$ )

$\mathbf{f}$	$x_4$	$x_6$	$x_7$	$\mathbf{f}^2$
$f_1$	7.026	-10.955	1.206	214.866
$f_2$	1.256	1.028	0.038	89.436
$-f_3$	-1.325	-0.033	-0.184	5.633
$-f_4$	0.221	6.687	0.010	17.817

〈표 7〉 향상된 목적함수 값 벡터의 선정( $h = 2$ )

$t^1$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
0	214.866	89.436	5.633	17.817
0.2	265.667	93.029	18.806	9.200
0.4	306.381	92.322	35.635	3.834
0.6	337.008	87.317	56.459	0.971
0.8	357.550	78.013	81.618	0.032
1.0	368.005	64.409	111.451	0.282

## V. 결론

비선형 다목적최적화 문제는 경영, 경제뿐만 아니라 공학에 이르기까지 다양한 분야에서 발생한다. 본 논문에서는 비선형 다목적문제를 해결하기 위한 상호교호 방법론을 개발하였다. 이는 GDF기법과 ZW기법의 장점들을 동시에 취하고 단점들을 제거한 개선된 기법으로서, 계산과정상 이해와 사용이 쉬울 뿐만 아니라 정보제공이 용이한 기법이다. 결과적으로 상호교호 접근법이 지녀야 할 가장 중요한 측면을 만족시켰다고 할 수 있다. 부차적인 측면으로는 방법론의 수렴성(convergence)과 정보제공에 있어서의 일관성(consistency) 등이 있다. 본 연구에서 개발된 방법론은 이러한 부차적인 측면에 대한 요구 또한 충족시키도록 노력하였다. 즉 제한된 시행횟수 내에 의사결정자가 원하는 해의 도출을 보장하고 있다. 그리고 의사결정자가 제공하기 어렵고 부담이 되는 수치정보의 제공을 전혀 요구하지 않고, 상대적으로 쉽고 부담이 적은 선택적인 판단정보를 필요로 한다. 수치정보의 요구가 비일관된 정보제공의 가능성을 높이는 것으로 보고되고 있다. 따라서 의사결정자가 정보를 제공할 때 일관성을 유지하는데 큰 도움이 될 수 있다.

또한 개발된 방법론을 사례로 적용하여 그 유용성과 유사 문제로의 응용 가능성을 보였다. 다목적문제의 설정부터 해의 도출까지 모든 과정을 보여줌으로써, 개발된 방법론을 어떻게 사용하는지에 관한 이해를 제고하였다. 본 사례문제는 신규지점을 개설할 때 필요한 운영설계와 생산목표설정이다. 새로운 지점이나 사업체를 개설하는 경우는 여러 사업분야에서 매우 다양하게 나타난다. 패스트푸드 체인점, 이동통신서비스 영업대리점, 대형할인점, 은행, 병원 등의 민간부문에서는 물론이고 새롭게 개발되는 지역의 관공서나 학교를 설립하는 경우와 같이 공공부문에서도 찾아 볼 수 있다. 따라서 개발된 방법론은 다양한 사업분야로 응용될 수 있을 것이다. 덧붙여서 사례로의 적용을 통하여 기대치의 극대화도 중요하지만 불확실성(또는 분산)의 최소화도 동시에 필요함을 강조하였다. 신규지점의 운영 실패확률을 최소화하기 위함이다. 또한 효율적인 설계를 보장하기 위하여 DEA활용의 필요성을 강조하였다.

추후 연구과제로 사료되는 것들은 다음과 같다. 첫째 본 연구에서는 목적함수는 비선형이나 제약집합은 선형제약들로 구성된 문제를 다루었다. 따라서 양자가 모두 비선형인 문제를 취급할 수 있는 방법론의 개발이 요구된다. 전술한 바와 같이 양자가 모두 비선형인 문제를 취급할 수 있는 몇몇 방법론들

이 이미 존재한다. 그러나 비선형문제를 효과적으로 해결하면서 이해와 사용이 쉽고 정보제공이 용이한 방법론이 여전히 요구된다. 또한 본 연구에서 개발된 방법론은 비퇴화해의 가정을 하고 있는바, 이 가정을 완화할 수 있는 방법론의 개발이 필요하다. 또 다른 추후 연구과제로는 개발된 절차를 의사결정지원시스템의 형태로 구현하는 것이다. DEA단계에서는 DEA패키지를, 회귀분석단계에서는 통계패키지를, 최적화 단계에서는 수리계획 관련 패키지를 각각 사용해야 하는 불편함이 있기 때문이다. 통합된 의사결정지원시스템의 개발은 본 절차의 사용과 응용의 폭을 확장시킬 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- 이경원, 박명섭, 박경삼 (2006), "범주형 환경변수를 고려한 공정한 효율성측정: DEA와 제약정준상관분석의 결합사용," **경영학연구**, 35(3), 805-824.
- 신동은, 박경삼 (2007), "신규지점의 운영설계 및 생산목표 설정: DEA와 다목적최적화기법의 결합사용," **경영학연구**, 36(2), 479-497.
- Bazaraa, M.S., H.D. Sherali, and C.M. Shetty (2006), *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Benayoun, R., J. Montgolfier, J. Tergny, and O. Larichev (1971), "Linear programming with multiple objective functions: Step method (STEM)," *Mathematical Programming* 1, 366-375.
- Box, G.E.P. and N.R. Draper (1987), *Empirical Model Building and Response Surfaces*, Wiley, New York.
- Bragge, J., P. Korhonen, J. Wallenius, and H. Wallenius (2008), "Bibliometric analysis of multiple criteria decision making/multiattribute utility theory," Presented at the International Conference on MCDM in Auckland, New Zealand, January 2008 (see also <http://www.mcdmsociety.org/facts.html>).
- Chinchuluun, A. and P.M. Pardalos (2007), "A survey of recent developments in multiobjective optimization," *Annals of Operations Research* 154, 29-50.
- Cooper, W.W., L.M. Seiford, and K. Tone (2000), *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Draper, N.R. and H. Smith (1981), *Applied Regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- Dyer, J.S., P.C. Fishburn, R.E. Steuer, J. Wallenius, and S. Zionts (1992), "Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: The next ten years," *Management Science* 38(5), 645-654.
- Gardiner, L.R. and R.E. Steuer (1994), "Unified interactive multiple objective programming," *European Journal of Operational Research* 74, 391-406.
- Geoffrion, A.M., J.S. Dyer, and A. Feinberg (1972), "An interactive approach for multi-criterion optimization, with an application to the operation of an academic department," *Management Science* 19, 357-368.
- Goicoechea, A., D.R. Hansen, and L. Duckstein (1982), *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications*, John Wiley & Sons, New York.

- Haimes, Y.Y. and V. Chankong (1985), *Decision Making with Multiple Objectives*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, No. 242, Springer-Verlag, Berlin.
- Kahneman, D., P. Slovic, and A. Tversky (1982), *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kaliszewski, I. (2004), "Out of the mist - towards decision-maker-friendly multiple criteria decision making support," *European Journal of Operational Research* 158, 293-307.
- Khuri, A. and J. Cornell (1996), *Response Surfaces: Designs and Analyses*, Dekker, New York.
- Korhonen, P., H. Moskowitz, and J. Wallenius (1992), "Multiple criteria decision support: A review," *European Journal of Operational Research* 63, 361-375.
- Korhonen, P., S. Salo, and R.E. Steuer (1997), "A heuristic for estimating nadir criterion values in multiple objective linear programming," *Operations Research* 45, 751-757.
- Loganathan, G.V. and H.D. Sherali (1987), "A convergent cutting-plane algorithm for multiobjective optimization," *Operations Research* 35, 365-377.
- Miettinen, K.M. (1999), *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Park, K.S. (2004), "Mathematical programming models for characterizing dominance and potential optimality when multicriteria alternative values and weights are simultaneously incomplete," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics -Part A* 34, 601-614.
- Park, K.S. and K.J. Kim (2005), "Optimizing multi-response surface problems: How to use multi-objective optimization techniques," *IIE Transactions* 37, 523-532.
- Roy, A. and J. Wallenius (1992), "Nonlinear multiple objective optimization: An algorithm and some theory," *Mathematical Programming* 55, 235-249.
- Sadagopan, S., and A. Rivindran (1986), "Interactive algorithms for multiple criteria nonlinear programming problems," *European Journal of Operational Research* 25, 247-257.
- Shin, W.S. and A. Ravindran (1991), "Interactive multiple objective optimization: Survey I - Continuous case," *Computers and Operations Research* 18, 97-114.
- Steuer, R.E. (1986), *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*, John Wiley & Sons, New York.
- Tversky, A. and R.H. Thaler (1990), "Anomalies: preference reversals," *Journal of Economic Perspectives* 4(2), 201-211.
- Zeleny, M. (1982), *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, New York.
- Zionts, S. and J. Wallenius (1976), "An interactive programming method for solving the multiple criteria problem," *Management Science* 22, 652-663.
- Zionts, S. and J. Wallenius (1983), "An interactive multiple objective linear programming method for a class of underlying nonlinear utility functions," *Management Science* 29, 519-529.

# An Interactive Multiple Objective Optimization Method and Its Application to Opening Branch's Operational Design and Target Setting

Kyung Sam Park\* · Dong Eun Shin\*\*

## Abstract

Suppose a methodology has what it takes to succeed in terms of its application to real problems. It might then be obvious that the method is a simple, understandable, and usable approach to the problem setting in question. This study elaborates on this highly abstract but obvious and important requirement in the context of multiple objective optimization (MOO) endeavors. We develop an enhanced interactive method to meet the requirement, which cross-fertilizes the two most well-known interactive techniques to compensate for the drawbacks of the two methods and capture their positive aspects. Special emphases are also placed on what the current development makes a considerable improvement in comparison to some other relevant methods. The developed method is then applied to a real-world case problem involving several highly nonlinear objective functions, the problem of operational design and production target setting for the opening branches of a fast-food company. We demonstrate in detail the entire process of the application from modeling a nonlinear MOO problem to generating its solution, in order to guide the practical use of our method to the other potential applications.

During the last five decades, a great deal of theories and methods have been developed to resolve the MOO problems. Interactive approach is one of the most widely used families of the MOO techniques. This is based upon a human-computer interaction process in that the computer algorithm generates and presents a solution to the human decision maker, and the decision maker then provides the algorithm with information, so this process repeats until the final solution satisfies the decision maker. The show-and-tell approach articulates the decision

---

\* Professor, Korea University Business School

\*\* Ph.D. student, Korea University Business School

maker's preferences gradually and, hence, helps her to provide her preferences in a step-by-step manner, unlike other families of the MOO techniques requiring all such information at a given moment. Furthermore, the decision maker can learn about the changing pattern of the generated solutions and anticipate the next solution during the solution process, which is also of great help in both information supply and desirable solution choice.

Many different interactive methods constitute the family, interactive approach, and they each have different computational algorithms and require different types of information from the decision maker. The success of an interactive method usually lies in how easy and comfortable it is in terms of not only its computational aspect but also information requirement. We thus delve deeply into the characteristics of several representative interactive methods and take advantage of their positive features. As a result, a significantly improved interactive method is developed, thus minimizing both computational and informational burdens on the decision maker.

This paper also explores an important managerial problem of operational design and production target setting for opening branches in a fast-food company. All the branches utilize multiple inputs, such as manpower and operating costs, to produce multiple outputs like revenue and customer satisfaction. It is therefore needed to plan as to how much inputs should be used and how much outputs should be produced, before the new branch's operation. The input setting is referred to as operational design and the output setting as production target setting. To accomplish this, we model a nonlinear MOO problem and apply our method to that problem. It is worth mentioning that there are various cases of opening new branches in many different kinds of industries. Examples are fast-food franchise restaurants, telecommunication service offices, and bank branches. Possible areas of the application of our modeling idea and method are therefore numerous.

Key words: Multiobjective optimization, Interaction, Nonlinear program, Operational design, Target setting