시간변동 헤지비율에 관한 연구
-통화선물에 대한 GARCH 오차수정모형을 중심으로-

오세열
성신여자대학교 사회과학대학 경영학과 교수

통화선물거래를 이용한 가격변동의 헤지방법 가운데서 시간변동 헤지비율의 추정을 가져오는 헤징 모형으로서 GARCH 오차수정모형을 고려 하였다.
먼저 선물과 현물의 통화가격의 추세가 이분산성을 갖는 비정상적 시계열인지를 보기 위해서 단위근검증,이분산성검증등을 하고 이러한 이분산성의 특성을 설명하는 GARCH모형을 선택한다.
한편 각각 비정상적 시계열 자료간의 선형결합이 안정적인 경우 공적분(cointegration)관계를 이용함으로써 변수간의 장기적인 균형관계를 설명할수 있기 때문에 공적분으로 나타나는 변수간의 균형관계와 이분산효과를 동시에 고려하는 GARCH 오차수정모형(Error Correction Model)을 이용하여 통화선물에 대한 최적 위험헤지비율을 추정하였다.
본 연구에서는 4개통화(JY,AD,DM,CD)에 대해서 6개모형(헤지하지 않음, 1:1순수헤지모형, OLS모형, 오차수정모형, GARCH모형, GARCH 오차수정모형)별로 헤지성과를 비교하였다.
헤져가 평균-표준편차 기대효용함수에 따라 행동하고 거래비용을 고려할때 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해서 헤지효율성을 개선하는 지를 보기 위해서 표본기간 내(Within sample) 분석과 표본기간 외(Out-of-sample) 분석을 시행 하였다.
표본기간 내와 표본기간 외 에서의 분석 결과 일본엔화와 독일 마르크화의 경우 GARCH 오차수정모형이 여타 모형에 비해 헤지성과를 개선해 주는 모형으로 나타났다.

Ⅰ. 서 론

1.1. 선행연구

자본및 금융시장의 개방은 국내 금융시장으로 하여금 선진금융기법의 연구와 도입을 통해서 금융시장의 경쟁력을 제고해야 할 필요성을 높혀 주고 있다. 금융시장의 불확실성과 위험은 주로 환율, 주가, 채권가격 및 금리의 가격변동 위험으로부터 나타나는데 이러한 가격위험을 헤지함으로써 다양한 포트폴리오 구성을 통해서도 제거할 수 없는 체계적 위험을 회피할 수 있다는 점에서 중요성이 부각된다.

전통적으로 최적 헤지는 실현된 현물가격변화나 수익률에 대한 역사적 데이타를 헤지대상 자산인 선물가격이나 수익률에 대해서 회귀분석 함으로써 위험을 최소화하는 불변헤지비율이 구해진다.

그러나 시계열자료에서 흔히 나타나는 異분산(heteroskedasticity)현상을 무시하고 회귀분석을

논문 접수일 96. 5 게재확정일 97. 5
*본 연구는 1995년도 성신여자대학교 학술연구비지원에 의해 수행되었음. 두분의 심사위원께 진심으로 감사드립니다.

행하면 비추 추정량은 불편(unbiased)이지만 유효한 추정방법이 되지 못하여 일반적으로 사용되는 검증과 신뢰구간의 설정에 신뢰성이 없게 된다.

최근의 연구들은 주식 수익률이나 통화가격등의 시계열의 분산이 시간에 따라 변하는 것을 검증함으로써 재무관련 시계열 자료가 이분산적임을 보여주고 있다.〔 Hsieh(1989), Lamoureux and Lastrapes(1990), Nelson(1991), Baille and Bollerslev(1989)〕

ARCH모형〔Engle(1982)〕은 시간에 따라 분산이 변하는 시계열의 특징을 설명해 주는 모형으로써 현재의 분산이 과거의 정보에 의해 영향을 받게 된다는 조건부 분산(conditional variance) 또는 조건부 변동성(conditional volatility)을 인정하기 위해서 조건부 분산을 과거 잔차항의 자승치들의 선형결합으로 나타내고 있다.

Bollerslev(1986)는 ARCH 모형을 확장하여 조건부 분산이 과거 잔차항의 자승치뿐만 아니라 조건부 분산 자신의 과거치의 선형결합으로 표현하는 GARCH(Generalized ARCH)모형을 제시하였다.

통화가격의 현물가격과 선물가격의 결합분포의 형태가 시간에 따라서 변한다면 선물계약을 통한 최적헤지비율의 추정은 GARCH모형과 같은 시간의존적인 조건부 분산모형을 사용하게 된다.

최근의 연구결과를 보면 선물계약에서 이 모형을 이용한 헤징성과가 전통적인 헤지결과보다 분산개선 효과를 높혀 주고 있음을 보여주고 있다.

Cecchetti,Cumby,and Figlewski(1988)는 ARCH모형을 이용하여 재무성증권에 대한 최적선물 헤지비율을 추정한 결과 효용극대화 헤지방법이 OLS에 기초한 최소분산 헤지방법보다 헤징성과를 개선하고 있다.

Baillie and Myers(1991)와 Myers(1991)는 상품선물을 대상으로 최적헤지비율을 분석한 결과 GARCH모형이 불변헤지비율모형이나 이동표본 분산-공분산모형보다 우월한 헤징성과를 나타내고 있음을 보여 준다.

Park and Switzer(1995)는 S&P500 주가지수선물과 TSE35 주가지수선물을 이용하여 헤지비율에 의한 분산감소 효과를 구한 결과 GARCH 모형이 전통적인 회귀모형을 비롯한 다른 헤지기법보다 분산감소 효과가 크게 나타났다.

Kroner and Sultan(1993)은 85.2-90.2까지의 5개통화〔 영국파운드(British Pound),캐나다달러(Canadian Daller),독일 마르크 (German Mark),일본 엔(Japanese Yen),스위스 프랑(Swiss Franc)〕의 주별 자료 (현물과 선물가격에 대한 264개 관찰치)를 이용하여 GARCH 오차수정모형의 헤징효율성을 검증한 결과 거래비용을 감안하더라도 GARCH 오차수정모형이 전통적인 OLS모형을 비롯한 여타모형에 비해서 헤지효율성을 개선한다고 하였다.

그러나 권택호 (1995)는 GARCH 오차수정모형이 아닌 GARCH모형을 이용하여 84.9-90.5까지 4개통화(DM, JY, SF, BP)를 분석한 결과 GARCH모형을 이용해서 시간가변적 헤지비율을 추정하는 것이 기존의 OLS헤지에 비해 헤지효과를 개선시킬 수 있거나 헤지비율을 감소시킬 수 없다고 하였다.

1.2. 연구 내용

대부분의 헤징 관련 연구는 자산분포의 동태적 성질을 설명하기 위해서 GARCH 모형만을 사용했을 뿐 금융자산간의 장기 공적분(long-run cointegration)관계를 소홀히 해왔다. Kroner and Sultan(1993)은 GARCH 오차구조를 갖는 이변량 오차 수정 모형(bivariate error correction model with a GARCH error structure)을 이용하여 통화선물에 대한 위험최소 헤지비율을 추정하고 이를 다른 헤지모형(1:1 순수 헤지모형, 전통적 OLS모형, 오차수정모형)을 통한 헤지비율과의 비교를 통해서 헤지효율성을 비교하였다.

그러나 Kroner and Sultan(1993)의 연구는 GARCH 오차수정모형의 헤지효율성의 개념을 생각할 때 1차적으로 고려해야 할 전혀 헤지를 하지 않았을 경우(No Hedge)와의 성과 비교를 간과했기 때문에 헤지성과의 상대적 비교가 모호하다.

또한 이분산성에 관한 중요한 모형인 순수 GARCH 모형과의 성과 비교를 하지 않았기 때문에 GARCH 오차수정모형이 이분산성을 고려한 모형보다 헤지성과를 개선하는지를 알수 없다.

이런 점을 고려하여 본 논문에서는 Kroner and Sultan(1993)이 분석한 4개모형(GARCH오차수정모형, 1:1 순수헤지모형, 전통적 OLS모형, 오차수정모형)외에 전혀 헤지하지 않았을때의 모형을 분석하여 헤지성과의 상대적 비교를 명확히 하고 또한 GARCH모형에 의한 헤지성과를 추가분석하여 이를 GARCH 오차수정모형과의 비교를 통해서 GARCH 오차수정모형이 이분산성만을 고려한 순수 GARCH보다 우월한 헤지모형인 지를 분석하고자 한다.

따라서 본 연구에서는 헤지효율성 검증을 위해서 6개의 모형(헤지하지 않은 경우, 1:1 순수헤지모형, OLS모형, 오차수정모형, GARCH모형, GARCH 오차수정모형)을 설정하였고 이를 통해서 헤징성과를 추정한 후 각 모형과 GARCH 오차수정모형과의 상대적 비교를 통해서 GARCH 오차수정모형의 헤징성과 개선비율을 분석하였다.

그리고 헤지에 따른 효율성이 경제적인 의미를 가지기 위해서 평균-표준편차 기대효용함수에 근거한 헤징성과를 분석하였고 아울러 거래비용을 고려하고 난 후의 헤징성과를 분석하였다.

Kroner and Sultan(1993)은 선물가격의 변화가 마팅게일 과정(martingale process)을 따른다고 가정한 후 효용극대화를 이루는 헤지비율을 추정하였지만 실제로 선물가격의 변화가 마팅게일을 따르지 않는다면 각 모형하에서의 헤지비율과 헤지 포트폴리오 수익률은 달라진다.

따라서 본 논문에서는 선물가격의 변화가 마팅게일 과정을 따르는 지를 보기 위해서 랜덤워크 검증을 먼저 시행했다.

Ⅱ. 선물가격 변화의 마팅게일 검증과[1] GARCH 오차수정모형

2.1 선물가격 변화의 마팅게일(martingale)검증

시계열 데이타가 랜덤워크를 따르려면 마팅게일 모형에서 잔차의 시계열이 독립적이고 동일하게 분포 (i.i.d.)되어 있으면 된다. 따라서 어떤 시계열 자료가 랜덤워크를 따른다면 이 시계열은 마팅게일을 따른다고 볼수 있다.

선물가격의 1계차분(1st order differencing)

1) 선물가격의 1계차분 자료에 대한 마팅게일 검증이다. 주 5)참조

자료에 대한 j차(lag j) 자기상관함수(ACF)가 모두 0일 때 선물가격의 변화는 랜덤워크를 따르게 된다.

본 연구대상인 4개통화(JY,DM,AD, CD)의 선물가격의 변화가 랜덤워크를 따르는지를 보기 위해서 Box-Jenkins의 ARIMA모형을 이용하여 다음과 같이 시계열 모형을 추정하였다.

첫째 모형 식별을 위해 4개 선물가격변화의 시도표(timeplot)을 그려본 결과 4개통화 모두 2차곡선의 경향을 가지는 비정상적(nonstationary) 시계열이므로 1계 차분을 시행한후 시도표를 그려본 결과 안정적 (Stationary) 시계열이 되었다.

ARMA모형의 차수(AR(p),MA(q))를 결정하기 위해서 자기상관함수(ACF:Auto-Correlation Function)의 변화추이를 살펴본 결과 4개통화 모두 ACF는 시차2에서, 편자기상관함수 (PACF: Partial Auto-Correlation Function)는 시차 1 혹은 시차2에서 절단된 형태를 보이므로 MA(2), AR(1), AR(2)모형을 후보로 선택하여 그중 가장 적합한 모형을 선택하기로 한다.

모형추정을 위해서 최대우도추정법(MLE)을 사용하였고 4개 통화중 JY에 대한 상수항이 없는 모형에서 추정한 모수추정치는 다음과 같다.

AR(1)모형의 경우 t값이 유의하고 엔트로피개념에서 착안한 객관적인 모형식별기준인 Akaike의 AIC기준과 Schwarz의 SBC기준에서 보더라도 AR(2)나 MA(2)모형에 비해서 최소값을 가지므로 가장 적합한 모형으로 볼수 있다.[2)] 나머지 통화에 대해서도 동일한 결과가 나타났다.

추정된 모형의 적합성을 검토하기 위해서 잔차의 랜덤여부를 검증한다. 어떤 시계열 데이터 z_t가 AR(1)모형을 따르는지를 검증하기 위해서 z_t에서 AR(1) 모형의 추정치 ($\widehat{z_t} = \widehat{\phi_1} z_{t-1}$)를 차감한 잔차 e_t 가 백색잔차(White noise)인지를 검증한다.

$$e_t = z_t - \widehat{z_t} = z_t - \widehat{\phi_1} z_{t-1}$$

잔차 e_t가 백색잔차(White noise)와 같이 완전히 랜덤하다면 z_t는 AR(1)의 과정(process)을 따른다. 이것을 검토하는 방법은 두가지가 있다.

첫째, 잔차들의 ACF와 PACF를 계산한후 모든

〈표 1〉 MLE을 이용한 JY의 모수추정치

모형	추정치	계수 추정치의 t 값	AIC	SBC
AR(1)	AR(1,1)	-2.98	758.706	765.741
AR(2)	AR(1,1)	-2.50	972.634	988.362
	AR(1,2)	-0.70		
MA(2)	MA(1,1)	-2.20	964.290	982.124
	MA(1,2)	-0.98		

2) AIC와 SBC의 절차는 각각 다음의 기준통계량을 최소화 하는 것이다.
AIC = -2 * 최대 로그 우도 + 2 * (적합모수의 수)
SBC = -2 * 최대 로그 우도 - (적합모수의 수) * ln n
단 n = 시계열의 유효길이

〈표 2〉 통화별 자기상관계수

통화 \ 계수	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
JY	-0.06111	0.11530	0.00113	0.00768	0.01117
DM	-0.07395	0.04807	-0.10823	0.05465	0.11296
CD	0.08256	-0.00815	0.00086	-0.13636	0.07277
AD	-0.07024	0.05527	-0.01924	-0.01188	-0.00374

시차에서의 자기상관 및 편자기상관이 충분히 0에 가까운가를 확인 하는 것이다. 4개통화의 1계 차분자료에 대한 5차 시차(5th lag)까지의 다음과 같다.

제1계 차분자료가 다음과 같은 특성을 가질때 이론적으로 랜덤워크 모형을 따른다고 한다.

r_j = 0 (모든 j = 1,...n에 대하여)

여기서 n은 시계열에서 계산된 자기상관계수의 개수이다. 어떤 시계열이 랜덤워크를 따르는 지를 검증하기 위해서는 실제자료에서 계산된 r_j 들이 이론적인 r_j 들 (즉 r_j = 0)과 유의적으로 다른 지를 비교해야 한다.

시계열자료의 자기상관계수가 0과 유의적으로 다르지 않을 경우 랜덤워크 모형을 따른다고 말할 수 있다. 유의도 검증을 위해서는 자기상관계수의 표준오차(SE:standard error) 를 계산해야 한다.

$$SE(r_j) \simeq \sqrt{\frac{1}{T}}$$

대체로 자기상관계수 가 표준오차의 2배 이상이면 자기 상관계수가 95% 유의수준에서 0과 다르다고 말한다.

JY의 $SE(r_j)$는 T =249, j = 1 이기 때문에 $SE(r_j)$ = 0.0634 이다.

그런데 실제자료에서 계산된 자기상관계수 r_1 = - 0.06111는 표준오차의 2배(2* 0.0634 = 0.1267)이내에 있기 때문에 0과 유의적으로 다르지 않다.

6차부터 24차까지의 자기상관계수를 4개 통화별로 보더라도 모든 값이 0과 다르지 않게 나타났다.

또한 4개 통화의 선물가격에 대한 잔차의 ACF와 PACF형태를 보면 두 개의 점 수직선의 값을 나타내는 $\pm 2/\sqrt{T}$ 안에 포함되는 전형적인 i.i.d. 계열의 형태를 가진다.

둘째, 잔차의 자기상관을 검증하기 위해서 포트만토 검증(Portmanteau test)을 시행한다.

이 방법에서의 검증통계량은 다음과 같다.

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^{K} r_k / (n - k)$$

여기서 n은 차분후 ARIMA모형의 적합에 사용된 자료수이고 r_k 는 시차 k의 잔차간 자기상관이고 K는 분석자가 정한 충분히 큰 시차로서 보통 K = $\frac{n}{5}$가 된다.

귀무가설은 H_0 : ARIMA(p,d,q)모형이 타당하다.

귀무가설이 사실이라면 Q 통계량은 근사적으로 자유도가 (K-p-q)인 χ^2 분포를 따른다.

JY의 선물가격 잔차에 대한 포트만토 검증치는 다음과 같다.

〈표 3〉 JY 잔차에 대한 포트만토 검증치

Lag(시차)	Chi Square	DF(자유도)	P-value
6	5.28	5	0.383
12	8.83	11	0.637
18	14.06	17	0.663
24	17.92	23	0.762

포트만토 검증치의 p값이 모두 크므로 귀무가설을 받아 들이며 잔차들이 상관관계를 가지고 있다고 볼수 없다. 나머지 통화에 대해서도 적합된 ARIMA모형은 적합한 것으로 판명되었다.

따라서 4개 통화의 선물가격 변화가 랜덤워크를 따른다고 볼 수 있으며 이는 마팅게일 을 따르게 된다.

2.2 GARCH 오차수정모형

위험에 대한 헤지수단중 가장 간단한 방법 중의 하나로 1:1 순수헤징전략(naive hedging strategy)이 있다. 이 헤지방법은 현물과 선물 양시장의 손익을 상쇄하기 위해서 현물시장에서 현물 한 단위를 매입한 투자자는 반드시 선물시장에서 선물 한 단위를 매도해야 하고, 반대로 현물시장에서 현물 한 단위를 매도한 투자자는 선물시장에서 선물 한 단위를 매입해야 한다. 따라서 만약 현물과 선물의 가격이 같은 크기로 움직인다면 헤저(hedger)의 순 포지션(net position)은 변하지 않고 완전한 헤지를 달성할 수 있다.

그러나 현물가격과 선물가격이 똑같은 크기로 변하지 않기 때문에 다음과 같은 회귀식을 이용한 전통적인 헤징전략(conventional hedging strategy)을 이용한다.

$$S_t - S_{t-1} = \alpha + \beta\ (F_t - F_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad \cdots\cdots (1)$$

F_0와 F_1을 각각 선물계약에 대한 매입 및 매도가격이라 하고, S_0와 S_1을 각각 선물계약의 매입시점과 매도시점에서의 현물가격이라고 하자. 여기서 투자자가 현물시장에서 고정된 한 단위의 매입 포지션(long position)과 선물시장에서 b단위의 매도 포지션(short position)을 취하고 있다고 가정한다면 이러한 포트폴리오의 랜덤수익률 x는 다음과 같다.

$$x = s - bf \qquad \cdots\cdots (2)$$

여기서 s와 f는 각각 현물과 선물가격의 변화를 나타낸다.[3)]

따라서 γ를 투자자의 상대위험 회피계수로 두고, α를 위험 프리미엄, $\sqrt{Var(x)}$를 선물가격 수익률의 표준편차로 두면 $\alpha = \gamma\sqrt{Var(x)}$ 가 된다.[4)]

이때 투자자는 다음과 같은 평균-표준편차 기대

3) 헤지비율은 현물가격과 선물가격의 차분치를 사용하여 구해지며, 2장의 랜덤워크 모형의 검증도 선물가격의 차분치에 대한 검증이다.

4) 상대위험 회피계수가 안정적이라면 수익률의 변동성과 위험 프리미엄 간에는 선형관계가 존재한다. [Merton(1973,1980)].

효용함수에 따라 기대효용을 극대화한다고 가정한다.

$$EU(x) = E(x) - \gamma \sqrt{Var(x)} \quad \text{.......... (3)}$$

여기서 γ는 투자자의 위험회피 정도를 나타내고 $\gamma > 0$이 된다. 실증연구에서 Chou(1988)는 γ를 4.5로 두고 추정하였고 Poterba and Summers (1986)는 3.5, Grossman and Shiller(1981)는 4, Friend and Hasbrouck(1982)는 6, 그리고 Kroner and Sultan(1993)은 4로 두고 추정 하였다. 본 논문에서는 분석기간에 걸쳐서 선물과현물가격이 시간에 따라 변화하고 시간변동헤지비율이 새로운 정보가 시장에 유입됨에 따라 계속 변하는 모습을 나타내므로 투자자의 위험회피정도를 비교적 큰값인 6으로 두고 기대효용치를 추정하였다.

효용을 극대화할 수 있는 b값은 (4)에서 구해지고 (5)에서 b*는 투자자의 포트폴리오에서 선물계약의 최적수준이 된다.

$$\max_b EU(x) = \max_b \{ E(s) + bE(f) - \gamma [\sigma_s^2 + b^2\sigma_f^2 - 2b\sigma_{sf}]\} \quad \text{.......... (4)}$$

$$b^* = \frac{E(f) + 2\gamma\sigma_{sf}}{2\gamma\sigma_f^2} \quad \text{.......... (5)}$$

선물가격의 변화가 마팅게일을 따르므로 (5)는 (6)이 된다. 5)

$$b^* = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} \quad \text{.......... (6)}$$

여기서 만약 현물과 선물의 결합분포가 시간에 따라 일정하고, 시간분리 효용함수(time-seperation utility function)를 가정한다면 이 모형은 다기간 헤지전략으로의 확장이 가능하다.

이러한 헤지비율은 식(1)의 회귀식에서 ΔS_t를 ΔF_t에 대해 회귀분석한 최소자승 추정치(least squares estimator)로 계산된다.

여기서 최적헤지비율은 전통적인 헤지비율(conventional hedge ratio)로서 최소분산헤지비율과 동일하다.

그러나 현물과 선물가격의 분포가 시간에 따라 변동하기 때문에 다음과 같은 모형을 고려한다. 즉, f_t와 s_t를 각각 시점 t'와 t사이의 선물가격과 현물가격의 변동이라하고 , $-b_{t'}$을 시점 t'에서 선물계약의 매도 포지션(short position)이라 하면, 시점 t' 에서 현물 한단위의 구입과 $b_{t'}$단위의 선물을 매도할 경우 시점 t에서의 청산이익은 다음과 같다.

$$x_t = s_t - b_{t'} f_t \qquad t' < t \quad \text{.......... (7)}$$

이때 투자자는 기대 효용함수를 극대화함으로써 시점 t에서 한 기간동안 보유하게 되는 최적 선물계약수를 선택한다.

$$E_t U(x_{t+1}) = E_t(x_{t+1}) - \gamma\sigma_t^2(x_{t+1}) \quad \text{... (8)}$$

식(8)에서 위험은 무조건부 분산이 아닌 조건부 분산(conditional variance)으로 측정된다. 기대값과 분산에 있어 하첨자 t는 t시점까지의 이용가능한 정보에 대한 조건부로 계산된 것을 나타낸다. 이러한 식(8)의 효용함수를 극대화하는 현물 한단위에 대한 선물계약, 즉 헤지비율을 계산하면 식(9)와 같다.

5) 선물가격의 1계차분 자료가 마팅게일을 따르므로 $E(F_1) = F_0$이 되고, $E(f) = \dfrac{F_1 - F_0}{F_0} = 0$ 이 된다.

$$b_t^* = \frac{E_t(f_{t+1}) + 2\gamma\,\sigma_t(s_{t+1}, f_{t+1})}{2\gamma\,\sigma_t^2(f_{t+1})} \quad \text{.....} \ (9)$$

여기서 다시 선물가격의 변화가 martingale을 따르기 때문에[6] 식 (5)는 식(10)과 같이 된다.

$$b_t^* = \frac{\sigma_t(s_{t+1}, f_{t+1})}{\sigma_t^2(f_{t+1})} \quad \text{................} \ (10)$$

식 (10)을 전통적인 헤지비율인 (6)과 비교해 볼 때, (6)은 시간에 따라 변화하지 않는 비조건부 적률(unconditional moments)을 사용하는 대신 (10)은 시간에 따라 변동하는 조건부 적률(conditional moments)을 포함하고 있다. 따라서 (10)에서 위험최소헤지비율은 새로운 정보가 시장에 도착함에 따라 시간에 따라 변동하게 된다.

이러한 모형을 조건부 모형(conditional model)이라고 하고, 만약 현물과 선물가격의 결합분포가 시간에 따라 일정하다면 이모형은 전통적인 OLS 모형과 같아 진다.

조건부모형을 통한 헤지비율 b*를 추정하기 위해서 본논문에서는 이변량 GARCH 오차수정모형(error correction model)을 이용한다. 모형내에 오차수정항(error correction term)을 두는 것은 현물가격과 선물가격이 장기적으로 같은 확률적 추세를 공유하고 있는 관계를 모형내에 고려하기 위함이다. 그리고 모형내의 GARCH부분은 새로운 정보가 시장에 도착함으로써 헤지비율이 변화할 수 있게 해준다.

이변량 GARCH 오차수정모형을 적용하기 위해서는 먼저 s_t와 f_t의 이변량분포에 대한 두개의 조건부 적률을 계수화 해야 한다.

먼저 1차적률에 대하여 Engle and Granger (1987)에 의해 제시된 이변량 오차수정모형(bivariate error correction model)을 가지고 모형화 하고, 2차적률은 Bollerslev(1990)과 Kroner and Sultan(1993)의 이변량 일정상관 GARCH(1,1) 모형을 이용한다.

Kroner and Sultan(1993)이 전개한 GARCH 오차수정모형은 아래 (11) - (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_t = \alpha_{of} + \alpha_{1f}(S_{t-1} - \delta F_{t-1}) + \varepsilon_{st}$$
$$s_t = \alpha_{os} + \alpha_{1s}(S_{t-1} - \delta F_{t-1}) + \varepsilon_{ft} \quad \text{......} \ (11)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} \Big| \Psi_{t-1} \sim N(0,\ H_t), \quad \text{..........} \ (12)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t} \end{bmatrix} \quad \text{.......} \ (13)$$

$$h_{s,t}^2 = c_s + a_s \varepsilon_{s,t-1}^2 + b_s h_{s,t-1}^2$$
$$h_{f,t}^2 = c_f + a_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_f h_{f,t-1}^2 \quad \text{..........} \ (14)$$

여기서 Ψ_{t-1}은 시점 t-1에서 이용가능한 정보집합을 나타내며, 이러한 모형은 평균 혹은 분산에 있어 이동평균항이나 시차종속변수 그리고 기타 다른 외생변수를 도입할 때 일반화가 가능하다.

식(11)을 보면 오차수정항(ECT)인 (S_{t-1} - F_{t-1})이 포함됨으로써 단기 모형내에서 장기적 균

6) 선물가격의 변화(차분치)가 마팅게일을 따르므로
$E(F_{t+1}) = F_t$이 되고 $E(f_{t+1}) = \frac{F_{t+1} - F_t}{F_t} = 0$ 이 된다.

형관계를 나타내게 된다. Engle and Granger (1987)는 두 변수간에 공적분되어 있다면 오차수정 모형이 존재함을 보였다.

공적분과 오차수정모형과의 관계는 Granger (1981)에 의해서 처음 제시된후 Engle and Granger(1987)가 추정절차와 검증방법을 발전시켰다. 어떤 시계열 x_t의 벡타의 각원소가 차분한 후 안정성(stationary)을 가지지만 동시에 차분전 시계열의 선형결합, $\alpha' x_t$가 안정적이라면 시계열 x_t는 공적분벡타 α로 공적분되었다고 말한다.

즉 단위근검증 결과 어떤 두시계열이 단위근을 가지는 불안정한 확률적 과정이라고 하더라도 두 변수를 선형결합한 결과가 단위근이 존재하지 않는 안정적인 시계열이라고 한다면 두 변수는 공적분 되었다고(coinregrated) 말한다.

이때 두 변수가 가지고 있던 추세는 제거되고 만일 두변수가 동일 차수로 적분된다면 동일 파장 (wavelength)을 가질 것이다. 불안정한 시계열을 안정적인 시계열로 바꾸기 위해서 차분(differential)하는 방법을 사용하지 않고 이와같은 공적분방법을 사용하면 중요한 정보의 손실을 가져오지 않으면서 두변수간의 회귀분석은 허구적(spurious)이 아닌 의미있는 분석이 된다. 두변수간에 공적분이 존재한다면 단기적으로 불균형 관계였던 두 변수 사이에 장기 균형관계가 존재한다. 이때 두변수의 선형 결합관계에서 나타나는 오차항을 균형오차라고 하는데 균형관계에서의 일시적인 이탈을 장기균형관계로 수정하는 역할을 하기 때문에 오차수정항(error correction term)이 된다.

(11)의 $(S_{t-1} - F_{t-1})$이 오차수정항이다.

오차수정 메카니즘은 Sargan(1984)에 의해서 처음 사용된 후 나중에 Engle and Granger(1987)에 의해서 일반화되었다.

식 (12)에서 Ψ_{t-1}은 시점 t-1에서 이용가능한 정보집합을 나타내며, 이러한 모형은 평균 혹은 분산에 있어 이동평균항이나 시차종속변수 그리고 기타 다른 외생변수를 도입할 때 일반화가 가능하다.

Brenner and Kroner(1993)에 따르면 현물과 선물가격의 경우 이자율의 차분이 안정적이라면 두 변수간에 공적분이 존재한다고 주장한다. 또한 이자율평가이론(covered interest parity)에 의할 경우 아래 식과 같이 자연대수를 취한 현물, 선물가격, 국내이자율 그리고 해외이자율 간에 정확하게 선형관계가 존재한다.[7]

$$\mathrm{Ln}\, F_t = \mathrm{Ln} S_t + (\mathrm{Ln}\, R_t^f - \mathrm{Ln}\, R_t^d) + Y_t$$

단, $R_t^f = (1 + \text{해외이자율})$
$R_t^d = (1 + \text{국내이자율})$

공적분은 장기적으로 함께 움직이는 변수들간의 선형조합을 식별하는 계량적 방법이므로 여기서 변수들, 즉 $\mathrm{Ln}F_t$, $\mathrm{Ln}S_t$, $\mathrm{Ln}\,R_t^f$ 그리고 $\mathrm{Ln}\,R_t^d$는 공적분되어야 한다. 더우기 해외 이자율과 국내이자율이 장기적으로 함께 움직일 경우 두 이자율 변수의 차분($\mathrm{Ln}\,R_t^f - \mathrm{Ln}\,R_t^d$)은 안정적이고 이는 곧 $\mathrm{Ln}S_t$와 $\mathrm{Ln}F_t$가 장기적으로 함께 움직이거나 같은 확률추세를 가진다는 것을 의미한다. 그러나 Brenner and Kroner(1993)에 의하면 상품시장에서는 이자율 자체가 안정적일 경우에만 현물가격과 선물가격간에 공적분관계가 존재한다고 주장 한다.

7) 이러한 재정거래가 존재하지 않기 위해서는 국내 및 외국이자율의 Process에 특별한 가정을 필요로 한다.

실제 이자율이 불안정 시계열이기 때문에 통화시장에서 현물과 선물가격간의 공적분관계를 확인하는 것은 쉽지만 상품시장에서 공적분관계를 확인하는 것은 어렵다.

따라서 상품시장에서와 달리 통화시장의 경우 헤징모형에 있어 오차수정항은 중요한 의미를 가진다.

GARCH(1,1) 모형이 통화가격의 2차적률의 동태적 특징을 적합하게 설명한다는 실증적 증거에 따라 이 모형이 헤징모형내에 포함된다.〔McCurdy and Morgan(1988), Hsieh(1989)〕

즉 GARCH(1,1) 모형은 긴 시차에 대한 오차제곱항을 포함하는 ARCH모형 에 비해 통화가격의 2차적률의 동태적 특징을 보다 적합하게 표현할 수 있다.

이제까지 언급한 GARCH 오차수정모형과 관련하여 몇가지 중요한 점을 살펴보면, 첫째, 전통적 모형의 경우 GARCH(1,1)모형 안에 포함된다. 특히, 전통적 모형의 경우 GARCH 오차수정모형에서 $a_s = b_s = a_f = b_f = \alpha_{1s} = \alpha_{1f} = 0$을 검증함으로써 검증 가능하며, 둘째, t시점에 있어 동태적 헤지비율은 t시점에서 측정된 s와 f의 조건부 공분산에 대한 f의 조건부 분산 비율로 계산될 수 있다. 즉,

$$\hat{b}_{t^*} = \frac{\hat{h}_{sf,t}}{\hat{h}_{ff,t}} \qquad \text{......................} \; (15)$$

따라서 식(15)는 조건부 적률에 기초한 시간변동 헤지비율을 나타낸다. 셋째, 분산과 공분산에 대한 예측은 ARMA 모형에서의 예측과 같은 방법에 따라 계산될 수 있으며, 따라서 시간변동 헤지비율에 대한 표본외(out-sample) 예측을 할 수 있다.

III. GARCH 오차수정모형에 대한 추정 결과와 헤징성과 검증

3.1 기초분석

3.1.1 자 료

본 연구에서는 1990년 1월부터 1994년 10월 20일까지의 주별(247개의 관찰치) 현물가격과 선물가격에 대한 자연대수를 취한 값을 분석대상으로 했으며 일본엔(Japanese Yen : JY), 독일 마르크(Deutsche Mark : DM), 호주달러(Australia Dollar:AD) 그리고 캐나다달러(Canadian Dallar: CD)의 환율을 사용했다. 보유기간별 헤징효과를 분석하기 위한 자료로서 목요일의 종가를 사용했으며, 해당일에 거래가 없을 경우 그 전일의 종가를 사용했다.현물가격과 선물가격의 시계열분포가 어떤형태를 가지며 변하고 있는지를 보기 위해서 시간에 따른 현물과 선물가격변화를 4개통화별로 도시하였다. 〔부록 〈그림1〉참조〕

4개통화의 도표의 공통된 특징은 현물과 선물가격변화가 시간에 따라 변동하는 형태를 가지며 그 변동시기가 집중적으로 나타나고 있음을 볼 수 있다.

시간이 변할때 이에 대응하여 변하는 가격변화값들의 산포된 정도, 즉 분산이 상이하게 나타남을 식별할 수 있다. 이러한 이분산의 형태는 4개통화의 선물과 현물가격 모두에서 나타나고 있다. 또한 가격변화의 변동시기를 보면 일본엔화의 경우 1990년 중반부터 1991년 초반, 1992년과 94년 초반에 가격변화가 집중적으로 일어나고 있고, 독일마르크화는 91년과 92년 초반, 92년말에서큰 가격변화를 보이고 있다. 호주달러의 경우 90년초

〈표 4〉 각통화별 가격변동폭(1990.1-1994.10)

일본엔	독일마르크	호주달러	캐나다달러
-0.04 ~ 0.05	-0.08 ~ 0.06	-0.06 ~ 0.04	-0.025 ~ 0.02
(9%)	(14%)	(10%)	(4.5%)

와 말, 92년말에 집중적인 가격변화를 보이고 있다. 캐나다달러의 경우 90년전반, 92년초와 말, 93년말에 큰 가격변화를 보이고 있다.

선물과 현물가격의 시간에 따른 변동성여부를 보기 위해서 각 통화별 이전가격대비 변동율의 폭을 보면 독일 마르크화가 14%로서 가장 크게 나타나고 캐나다달러는 4.5%로 가장 작다. 이로써 선물과 현물가격의 변화추이가 시간에 따라 변동함을 간접적으로 볼 수 있다.

만기가 다른 각각의 선물계약(3월물, 6월물, 9월물, 12월물)중에서, 선물계약의 시계열을 구성할때 사용된 데이타는 각 시점에서 만기가 가장 가까운 선물계약, 즉 근월물(nearby month contract)의 가격만을 이용하였다. 이는 선물계약의 거래량이 통상적으로 만기가 가까운 계약에 집중되어 있기 때문에 이때의 가격을 사용할때 거래부족으로 인해서 발생하는 편의(non-trading bias)문제를 회피할 수 있다.

3.1.2 단위근 및 공적분검증

단위근 및 공적분관계의 검증을 위해서 다음과 같은 통계치를 사용하였다.

첫째, 단위근이 존재한다는 귀무가설을 Phillips and Perron(1988)테스트에 의해 분석하였다.

둘째, 변수간 공적분 관계 유무를 Engle and Granger(1987) 테스트에 의해 분석한다. 이때, 귀무가설은 공적분이 존재하지 않는다고 하고 다음과 같이 공적분 회귀식의 잔차에 Phillips and Perron(1988)테스트를 적용한다.

$$\mathrm{Ln}\, S_t = \alpha + \delta\, \mathrm{Ln}\, F_t + \varepsilon_t$$

세째, 자료의 정규성을 결합 검증 통계량 Bera - Jarque 테스트에 의해 검증한다.
그 통계치는 다음과 같이 공식에 의해 얻어진다.

$$B \cdot J = T \cdot \left[\frac{Skewness}{6} + \frac{(Kurtosis - 3)^2}{24} \right]$$

Bera - Jarque 분포는 정규성의 귀무가설하에 χ^2 분포를 따른다.

네째, 자료의 자기상관 및 이분산성을 검증하기 위해서 원시데이타 (raw data)와 자승 데이타 (squared data)에 대해 Ljung-Box (1978)의 포트만토 검증 통계량 (portmanteau test statistic) Q를 계산한다. 이에 대한 귀무가설은 계열상관이 존재하지 않는다는 것이다. 조건부이 분산성모형의 적합성여부를 검증하기 위해 LM (Lagrange Multiplier)검증을 (Engle(1982)) 한다. 분석에 대한 결과는 〈표 5〉에 나타나 있다. 먼저 단위근(Z(t^*_α))검증을 통해서 선물가격과 현물가격분포의 시계열의 안정성여부를 확인하고 공적분(Z t_α)) 검증을 통해서 오차수정항 (S_{t-1} - δF_{t-1})이 (11)식에 포함되는 것이 타당한가를 분석하였다.

Z($t_{\alpha *}$)의 통계치를 보면 모든 통화의 선물가격과 현물가격에서 95% 유의수준에서 임계치

〈표 5〉 통화별 단위근 및 공적분검증

통화	JY		DM		AD		CD		95%
	현물	선물	현물	선물	현물	선물	현물	선물	C.V
$Z(t_\alpha^*)$	-0.512	-0.299	-2.647	-2.388	-1.625	-1.672	-0.195	-0.238	-2.86
$Z(t_\alpha)$	-14.933		-13.341		-13.301		-11.512		-3.37
Skewness	0.314	0.388	-0.673	-0.492	-0.623	-0.838	-0.398	-0.316	
Kurtosis	0.470	-0.328	2.809	0.403	2.830	2.901	0.870	0.582	
B・J	69.613	98.971	18.89	78.732	25.012	29.244	94.626	64.796	5.99
Q(24)	16.688	33.396	25.350	31.937	25.839	17.644	27.926	26.726	36.42
$Q^2(24)$	39.206	43.795	39.617	38.357	15.637	22.302	17.115	12.491	36.42
ARCH(5)	13.473	11.562	20.989	11.683	11.253	10.735	5.976	4.211	11.07

1. 단위근검증 : H_0 : 단위근(unit root)이 존재한다.
   ($Z(t_\alpha^*)$: 단위근검증을 위한 Phillip and Perron 검증통계량)
2. 공적분검증 : H_0 : 현물과 선물가격간에 공적분이 존재하지 않는다.
   ($Z(t_\alpha)$: 공적분검증을 위한 Engle and Granger 검증통계량)
3. 단위근 검증시 사용된 P-P test는 MA항의 lag를 4로 두었다. 이때 lag선택에 따른 차이가 없었다.

-2.86보다 크다. 즉, 단위근 검증결과 모든 시계열에 있어서 단위근이 존재한다는 귀무가설을 받아들이며, 공적분 통계치 $Z(t_\alpha)$ 역시 유의수준 -3.37보다 작으므로 공적분이 존재하지 않는다는 귀무가설을 기각한다.

그 결과 현물과 선물가격의 시계열추세는 단위근이 존재하는 불안정한 시계열이며 현물과 선물가격 간에는 공적분 관계가 존재한다.

공적분 검증을 시행하기 위한 공적분 회귀식(cointegration regression) 〔(11)〕에서 현물과 선물가격 사이의 차이, 즉 베이시스가 안정적이 되도록 하기 위해서 공적분 회귀계수 δ를 1로 둔다.

이 추정치는 훌륭한 일치추정량을 가져오며(Stock(1987)), Brenner and Kroner (1993)는 이자율평가이론(Interest rate parity) 분석에서도 $\delta = 1$이어야 한다고 주장한다.[8]

단위근검증과 공적분검증의 경우 원시데이타(raw data)에 대수값을 취해서 추정하였다. 그외 다른 통계치들은 차분값에 의해 추정되었다. 즉 $\ln(s_t / s_{t-1})$ 로서 변화율은 연속적인 거래일간의 ln차이로 계산하였다.

$Z(t_\alpha^*)$는 '단위근이 존재한다'는 귀무가설하에서 Phillips and Perron(1988) 검증통계량을, $Z(t_\alpha)$는 현물과 선물가격간 '공적분이 존재하지 않

8) δ =1인 제약은 시장 효율성의 검증에서도 사용된다.〔 Baillie(1989), Wickens(1989)〕

는다'는 귀무가설하에서 현물과 선물가격간의 공적분회귀식 잔차에 대한 P-P 검증통계량이다. B·J는 정규성 검증을 위한 Bera-Jarque 검증으로 정규성의 귀무가설하에서 χ^2분포를 따른다.

Q(24), Q2(24)는 각각 원시데이타와 자승데이타의 계열상관에 대한 시차 24의 Ljung-Box(1978) 검증통계량이고, ARCH(5)는 ARCH효과에 대한 시차 5의 Engle(1982)의 LM 검증통계량을 나타낸다.

각통화의 왜도와 초과첨도값을 보면 정규분포의 이탈성여부를 알수 있다.

일본엔화의 왜도는 0보다 약간 큰 값이므로 오른쪽으로 약간 기울어진 분포의 모양을 가지나 독일마르크, 호주달러, 캐나다달러는 모두 왼쪽으로 기울어진 모양을 가진다.

초과첨도를 보면 모든 값이 정규분포 통계치 3보다 크게 나타나 분포의 높이가 정규분포보다 높음을 알수 있다. 정규분포검정을 위한 Bera-Jarque 검증통계량을 보면 모든 통화가 임계치 5.99 보다 큰값을 나타내므로 비정규 분포의 특징을 보인다.

한편 Q(24) 통계치를 사용한 1차 적률에 대한 자기상관 검증결과는 모든 통계치가 유의수준 36.42보다 작아 계열상관이 없다는 귀무가설을 받아들임으로써 어떤 통화에도 자기상관이 존재하지 않음을 알 수 있다.

$Q^2(24)$를 사용한 ARCH 검증결과와 Engle (1982)의 LM통계치를 사용한 ARCH 검증결과는 5% 유의수준에서는 JY와 DM의 경우만 ARCH 효과가 검증되고 있지만 나머지 통계량이 임계치에 근접하므로 대체로 시간에 따라 분산이 변동하고 있음을 보여준다.[9)]

결국 이러한 검증을 통해 공적분과 이분산(ARCH) 효과가 존재시 식 (11)과 같은 동태적 헤지 절차가 잠재적으로 효과적인 헤징전략이 될 수 있음을 시사해 주고 있다.

3.2 GARCH 오차수정모형 추정

4가지 통화에 대한 각 모형내의 계수를 추정하고 추정계수에 대한 통계검증을 실시하였다. GARCH 오차수정모형은 식(11)-(14)에 따라 추정하고 각각의 모형은 GARCH 오차수정모형에서 필요한 제약을 둠으로써 모수를 추정하였다.

(i) 전통적 모형 → H_{o1}:

$$a_s = b_s = a_f = b_f = \alpha_{1s} = \alpha_{1f} = 0$$

(ii) 오차 수정 모형 →

$$H_{o2}: a_s = b_s = a_f = b_f = 0$$

(iii) GARCH 모형 →

$$H_{o3}: \alpha_{1S} = \alpha_{1f} = 0$$

(iv) GARCH 오차수정 모형 →
식(11)-(14)를 제약없이 그대로 추정

GARCH 오차수정모형에 따른 각 통화별 헤지비율은 식 (15)에 의해서 계산된 시간변동 헤지비율로서 부록[〈그림2〉]에 나타나 있다.

GARCH 오차수정모형에 의한 시간별 헤지비율은 새로운 정보가 시장에 도착함에 따라 분명히 변화하고 있다. 이러한 최적헤지비율의 동태성을 세

9) Kroner and Sultan(1993)의 경우 5개통화중 ARCH 효과는 95% 유의수준에서 2개만 검증되고 있다.

부적으로 분석하기 위한 GARCH 오차수정모형의 계수추정과 추정계수에 대한 통계검증 결과는 〈표 6〉와 같다. 〈표 6〉에는 식 (11)부터 (13)까지의 조건부 모형의 계수의 값이 나타나 있고 괄호 안의 값은 점근적 t 통계치이다.

모형 추정후 자승 표준잔차의 24차 계열상관에 대한 Q2(24)의 통계치 또한 5% 유의수준 임계치 36.42보다 작으므로 모든 통화에 대해서 자기상관이 존재하지 않으며 또한 분산공식에서도 잔여동태성의 증거가 없다.

$Z(t^*_a)$에서 보여지는 추정된 헤지비율에 대한 단위근 검증은 5% 유의수준의 임계치 -2.86보다 작으므로 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각 함으로써 헤지비율은 안정적(stationary)이라고 할수 있다. 상품시장의 헤지비율이 비안정적 (nonstationary) 인점 [Baillie and Myers (1991)]과는 반대로 통화선물시장의 헤지비율은 헤지비율의 쇼크의 영향이 무시될 수 있는 평균회귀 (mean reverting) 성향을 가진다.

〈표 6〉은 식(11)에서 (14)까지의 GARCH 오차수정모형의 추정계수와 통계량을 나타내고 있다. 특히 전통적모형과 GARCH 오차수정 모형의 LM 검증결과는 CD를 제외한 모든 통화에 대해 유의적이다.

오차 수정항의 계수에 대해서 Brenner and Kroner(1993)는 현물이자율이 브라운 운동(Bronian Motion)을 따른다면 오차수정항의 계수는 현물 방정식에서 0이 되고 선물식에서는 1이 되어야 한다고 주장한다.

그러나 Baillie and McMahon(1989)과 많은 다른 연구에서는 시장이 효율적이면 현물방정식에서 오차수정모형의 계수는 1이 된다고 주장한다. Kroner and Sultan(1993)의 연구결과는 5개 통화중 DM을 제외한 4개 통화에 대한 현물방정식의 오차수정항 계수는 1% 유의수준에서 0과 크게 차이가 없다. 그리고 선물식에서의 오차수정모형의 계수는 5개 통화중 3개가 0보다 유의하게 큰값으로 나타 났다. 그리고 5개 모두는 1과 크게 다르지 않았다.

본 연구는 Kroner and Sultan(1993)의 결과와 다르게 나타났다. 현물 방정식에서의 오차수정모형의 계수 α_{1s}는 4개 통화 모두 0과 다르게 나타났고 선물식의 오차수정모형 계수 α_{1f}는 CD를 제외한 3개 통화가 0과 크게 차이나지 않았다. Brenner and Kroner(1993)의 이론적 근거는 현물이자율이 브라운 운동을 따른다는 가정 하에서 전개된 것이므로 이러한 결과가 현물통화의 가격변동에서도 적용될 것인지는 검토되어야 할 것이다.

3.3. 표본기간 내 (Within sample)의 헤징 성과 비교

아래 〈표 7〉은 표본기간(1990/1/4 - 1994/10/20) 동안 각 모형에 따른 헤징성과를 보여주고 있다.

현물가격의 변동성을 선물시장의 거래를 통하여 가장 잘 헤지하기 위한 모형을 찾기 위해서 $(s_t - b^*_t f_t)$의 값의 변동성을 측정한다. 즉 표준편차 $\sqrt{Var(s_t - b^*_t f_t)}$를 각각의 모형에 대해서 구하고 그 변동성이 가장 적은 모형을 찾고자 한다.

본 논문에서는 이 변동성을 줄일 수 있는 모형으로 5개를 설정하고 이를 전혀 헤지하지 않은 경우와 비교해 보고 어느 모형이 가장 훌륭한 헤지성과를 가져오는지를 보고자 한다. 여기서 헤지하지

〈표6〉 GARCH 오차수정모형의 최우추정치

추정모수 \ 통화	JY	DM	AD	CD
α_{0s}	0.00132	0.00333	0.00201	0.00112
	(1.7935)	(3.2269)	(2.7638)	(2.4070)
α_{0f}	0.00169	0.00064	-0.0007	-0.00131
	(2.0827)	(0.5737)	(-0.831)	(-2.425)
α_{1s}	-0.8062	-0.8856	-0.6611	-0.39582
	(-8.391)	(-8.111)	(-6.638)	(-4.359)
α_{1f}	0.12577	-0.1564	0.11752	0.24408
	(0.1274)	(-1.336)	(1.0360)	(2.4068)
c_s	0.00005	0.00001	0.00001	0.00001
	(2.1968)	(1.7258)	(0.8697)	(1.6598)
c_f	0.00001	0.00014	0.00001	0.00001
	(5.6021)	(0.7549)	(0.9405)	(0.0369)
a_s	0.13776	0.01314	0.04290	0.08746
	(2.2746)	(2.3645)	(2.5604)	(2.1084)
a_f	0.06466	0.13697	0.05474	0.00001
	(2.3874)	(1.2982)	(3.3668)	(0.0390)
b_s	0.49970	0.68351	0.95269	0.83586
	(2.7792)	(5.0047)	(48.874)	(10.819)
b_f	0.88073	0.33385	0.94237	0.99846
	(19.075)	(0.4318)	(53.125)	(24.029)
ρ	0.83393	0.87318	0.85510	0.82625
	(44.538)	(55.804)	(53.871)	(41.494)
LR(6)	191.62	150.94	148.82	110.34
LR(4)	17.42	18.94	10.644	8.19
CORR(6)	7.7464	6.3421	3.0322	2.4832
CORR(24)	24596	19.491	22.046	12.250
$Q^2(24)$(spot)	19.432	18.632	15.305	15.168
$Q^2(24)$(future)	13.890	18.989	23.016	10.468
$Z(t\alpha^*)$	-6.260	-6.5907	-2.572	-3.060
AC(1)	0.7260	0.7250	0.9310	0.9050

1. ( )의 숫자는 점근적 t-값을 나타낸다.

2. 추정모형은 (11)-(14)식 이다.

3. 추정모수는 식 (11)부터 (13)까지의 조건부 모형의 계수의 값이 나타냄.

LR(6), LR(4)는 각각 식 (11)-(14)의 추정에 있어 H0 : $a_s=b_s=a_f=b_f=a_{1s}=a_{1f}=0$와 H0 : $a_s=b_s=a_f=b_f=0$에 대한 likelihood ratio 검증통계량으로 각각 χ^2_6 과 χ^2_4의 분포를 따름. 이 때 5% 유의수준하에서 임계치가 각각 12.59와 9.49임. CORR(6), CORR(24)는 각각 6차와 24차까지의 표준화 잔차 $\widehat{v_{st}}\ \widehat{v_{ft}}$ ($\widehat{v_{it}} = \widehat{\varepsilon_{it}}/\widehat{h_{it}}$)계열상관에 대한 Box-Pierce 검증통계치로 χ^2_6 과 χ^2_{24} 의 분포를 따름. 이때 5% 유의수준하에서 임계치가 각각 12.59, 36.42임. Q2(24)는 자승데이타의 계열상관에 대한 시차 24의 Box-Pierce 통계량으로 χ^2_{24}분포를 따름. Z(t^*_a)는 추정된 헤지비율의 단위근검증에 대한 PP-통계량을 나타내고 AC(1)은 추정베타계수의 1차 자기상관계수를 나타냄.

않은 경우는 b^*가 0이 되므로 그 변동성은 단지 현물가격 s_t 의 표준편차가 되므로 가장 위험이 크게 된다.

1:1 순수 헤지비율의 경우는 b가 1이 되므로 이 경우는 단지 베이시스의 표준편차가 된다. 나머지 최소자승모형, 오차수정모형, GARCH모형, GARCH 오차수정모형의 헤지비율 b는 각각의 모형에서 추정하게 된다.

먼저 표본기간에 대해 각 모형의 모수 추정을 통해 헤지비율을 계산하고 이 헤지비율을 사용하여 아래 식과 같이 헤지된 포트폴리오에 대한 수익률의 표준편차를 구한다.

$$\sqrt{Var(s_t - b_t^* f_t)} \quad \text{......................} \quad (16)$$

b_t^* : 계산된 헤지비율

〈표 7〉에서 보면 일본 엔(JY), 호주 달러(AD), 그리고 독일 마르크(DM)의 경우 포트폴리오의 수익율의 표준편차가 GARCH 오차수정모형이 여타 모형에 비해서 가장 작게 나타나고, 캐나다 달러(CD)는 전통적모형의 표준편차가 가장 작게 나타난다.

GARCH 오차수정모형의 다른 헤징전략에 대한 표준편차 감소비율을 살펴보면 1:1순수헤지모형의 경우 4개 통화 모두에 대해서 평균 7.936%의

〈표 7〉 모형별 헤징성과 및 GARCH 오차수정모형의 헤징성과 개선비율

헤 지 모 형	각 통화별 헤징 성과(표준편차)			
	JY	AD	DM	CD
헤지하지 않음	0.013556	0.011063	0.017322	0.005857
1:1 순수헤지모형	0.010537	0.008160	0.010249	0.004357
전통적 모형	0.009653	0.007419	0.010038	0.003862
오차수정 모형	0.009745	0.007431	0.010052	0.003876
GARCH 모형	0.009652	0.007353	0.010033	0.003867
GARCH 오차수정 모형	0.009590	0.007396	0.009986	0.003885
각 모형에 대한 GARCH 오차수정모형의 헤징성과 개선비율				
헤지하지 않음	29.2785 %	33.1465 %	42.3508 %	33.6691%
1:1 순수헤지모형	8.9847 %	9.3627 %	2.5661 %	10.8331%
전통적 모형	0.6453 %	0.3100 %	0.5180 %	-0.5955%
오차수정모형	1.5858 %	0.4721 %	0.6566 %	-0.2322%
GARCH 모형	0.6424 %	-0.5848 %	0.4685 %	-0.4655%

1. 추정기간은 1990년 1월 4일부터 1994년 10월 20일까지(관찰치 250개)임. 추정된 베타를 이용하여 헤지결과에 대한 표준편차 $\sigma(s_t - b_t * f_t)$를 계산함.
2. 헤징성과 개선비율은 $(\sigma_{others} - \sigma_{GARCH})/\sigma_{others}$에 의해 계산되었음.

헤징성과 개선효과를 가져왔다. 캐나다 달러(CD)를 제외한 모든통화에 대해서 GARCH 오차수정모형은 전통적 모형에 대해서는 평균 0.4915%, 오차수정모형에 대해서는 0.905%의 향상을 보여 준다.

한편 여러 전략들 가운데 현물시장의 포지션을 선물시장에 1:1로 대응시킨 순수 헤지가 가장 열등한 전략이라는 것을 알 수 있다. 또한 시간불변 헤지전략 중 가장 우월한 것은 전통적 모형인데 이것은 전통적 모형이 표본내 분산을 최소화하는 헤지비율을 구하기 때문이다.

표준편차 감소의 의미를 평균-표준편차 효용함수의 관계에서 파악하기 위하여 헤져가 (3)의 효용함수 $EU(x) = E(x) - \gamma\sqrt{Var(x)}$ 에 따라 행동 하고 이 투자자의 위험회피계수는 6 으로 가정한다.

만일 헤지된 포트폴리오에 대한 기대수익률을 0이라고 가정하면 JY(일본엔)의 전통적헤지포트 폴리오에 투자한 헤져는 매주 U(x) = -6*(0.009653) = -0.057918 만큼의 평균효용을 가지게 된다. 한편 이투자자가 GARCH 오차수정모형에 투자한다면 평균 효용은 U(X) = - 6*(0.00959) = -.05754 가 된다.

따라서 GARCH 오차수정모형은 전통적인 헤지모형에 비해서 투자자의 효용을 0.000378 만큼 증가시키기 때문에, 거래비용 y가 0.000378 보다 작은 경우에만 GARCH 오차수정모형이 선호 될 것이다.[10]

따라서 거래비용 y를 0.01% 로 가정한다면 GARCH 오차수정모형이 전통적인 헤지모형에 비해서 개선된 헤징성과를 보여주고 있다.

헤져가 평균-표준편차 기대효용함수 (3)에 따라 행동할때 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해서 어느정도 헤징성과를 개선하는 지를 전 표본기간에 대해서 분석하면 다음 〈표 8〉과 같다.

거래비용을 0.01% 로 두면 JY와 DM의 경우 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해 헤

〈표 8 〉 평균-표준편차 기대효용함수에 따른 GARCH 오차수정모형의 헤징성과
- 표본 내 (Within-sample) 분석-

모형 \ 통화	JY	AD	DM	CD
헤지하지않음	0.023796	0.022002	0.044016	0.011832
1:1순수헤지모형	0.005682	0.004584	0.001578	0.002832
전통적(OLS)모형	0.000378	0.000138	0.000312	-0.000138
오차수정모형	0.00093	0.00021	0.000396	-0.000054
GARCH모형	0.000372	-0.000258	0.000282	-0.000108

1. GARCH 오차수정모형의 헤지 성과 = GARCH 오차수정모형의 기대 효용치 - 각 모형의 기대 효용치
2. 모형의 기대 효용치 : $EU(x) = E(x) - \gamma\sqrt{Var(x)}$ 단, 위험회피계수 $\gamma = 6$

10)주가지수선물의 경우 (S&P500, Toronto 35)300지수수준에서 (1계약가격 = 500*300=150,000) 대략 $15-23의 거래비용이 지불되므로 거래비용은 0.01-0.015%가 된다.(Park& Switzer 논문참조) 통화선물의 경우 1계약가격($100,000)당 한번 매매거래시 약 $10-15의 거래비용이 지불된다면 거래비용은 대략 0.01%가 된다. (Kroner & Sultan 논문참조)

지효율성을 개선하고 있고 AD의 경우 GARCH모형을 제외한 모든 모형보다 GARCH 오차수정모형이 헤지성과를 개선하고 있다. 그러나 CD의 경우 GARCH 오차수정모형이 전통적인 모형이나 오차수정모형, GARCH모형에 비해 나은 증거가 없다.

3.4 표본기간 외(Out-of-sample)의 헤징성과 비교

한편, 투자자는 과거의 일정 표본기간내(within-sample)에서의 헤지전략에 따른 성과보다는 각 전략에 따른 미래의 성과에 보다 큰 관심을 가지게 된다. 따라서 표본을 표본기간 내(In- sample)와 표본기간 외(Out-of-sample)의 두 부분으로 나누고 표본기간 내의 모수 추정치로 표본기간 외에서의 헤징 성과를 분석한다.

〔표 7〕의 표본기간내의 추정 결과를 보면 CD를 제외한 모든 통화의 경우 시간에 따라 불변인 헤지비율을 가정하는 전략(순수헤지모형, 전통적모형, 오차수정모형)이 보다 나은 헤징성과를 보이고 있다.

따라서 〈표 8〉은 표본기간외(out-of-sample)에 대해 시간 일정 헤지비율전략과 시간가변 헤지전략 중 GARCH 오차수정 모형을 통한 헤지전략에 따른 헤징성과를 보여주고 있다. 표본기간 외의 헤징성과를 계산하기 위해 1990년 1월 4일부터 1994년

〈표 9〉 표본외(out-of-sample) 헤징성과의 비교 및 GARCH 오차수정모형의 헤징성과 개선비율

통화 / 모형	각 통화별 헤징성과(표준편차)			
	JY	AD	DM	CD
헤지하지않음	0.013262	0.010800	0.013141	0.006159
1:1 순수헤지 모형	0.011389	0.008089	0.008469	0.004332
전통적 모형	0.010211	0.007367	0.007997	0.004060
오차수정 모형	0.010289	0.007377	0.007919	0.004032
GARCH 모형	0.010106	0.007368	0.008038	0.004104
GARCH 오차수정 모형	0.009987	0.007375	0.007947	0.004039
각 모형에 대한 GARCH 오차수정모형의 헤징성과 개선비율				
헤지하지않음	24.6946%	31.7130 %	39.5252 %	34.4212 %
1:1 순수헤지 모형	12.3101	8.8268	6.1637	6.7636
전통적 모형	2.1937	-0.1086	0.6252	0.5172
오차수정 모형	2.9352	0.0271	-0.3536	-0.1736
GARCH 모형	1.1175	-0.0950	1.1321	1.5838

1. 추정기간은 1990년 1월 4일부터 1992년 12월 31일까지(관찰치 156개)이며, 예측기간은 1993년 1월 7일부터 1994년 10월 20일까지(관찰치 94개)임.
2. 투자자들은 t-1기의 관찰치를 이용하여 다음기(t기)의 헤지비율을 예측했음. 헤지결과에 대한 표준편차 $\sigma * (s_t - b_t * f_t)$를 계산함.
3. 헤징성과 개선비율은 $(\sigma_{others} - \sigma_{GARCH오차수정모형})/\sigma_{others}$에 의해 계산되었음.

10월 20일까지 전체관찰치 250개중 앞 부분 156개의 관찰치(1992/12/31까지)를 가지고 각 전략에 따른 헤지비율을 추정한다. 이 헤지비율을 1기간 후의 분산, 공분산에 대한 예측치로 사용하여 식 (16) [$\sqrt{var(s_t - b_t f_t)}$]에 의해 그 기간(1992/12/31-1993/1/7)의 헤징효율성을 계산한다.

같은 절차로 1993/1/7일의 관찰치를 포함시킨 157개의 관찰치(1990/1/4-1993/1/ 7까지)를 가지고 각 전략의 헤지비율을 추정한 후 이를 다음기(1993/1/7-1993/1/14)의 예측치로 삼아 그 기간의 헤징성과를 계산한다. 이러한 절차를 나머지 모든 관찰치가 포함될 때까지 반복적으로 수행하여 94개의 예측된 헤지결과를 얻는다. 아래 〈표 9〉는 이러한 예측된 헤지 성과를 보여주고 있다.

추정결과를 보면 표본기간내 헤지결과에서와 같이 표본외 헤지성과에서도 1:1 순수헤지모형이나 전통적 헤지모형을 이용하는 경우에 비해서 GARCH 오차수정모형이 보다 개선된 결과를 보여주고 있다. 그러나 오차수정모형과 비교할 경우 반드시 GARCH 오차수정모형이 보다 우월하다고 판단할 수는 없었다. 그러나 JY와 AD의 경우 GARCH 오차수정모형, 즉 조건부 이분산을 고려한 시간변동 헤지결과가 다른 헤지모형에 비해 그 개선비율이 가장 높게 나타나고 있다. 특히 〈표 5〉에서 보았듯이 시계열 특성상 ARCH 효과가 강하게 나타났던 JY의 경우 그 개선비율이 다른 통화에 비해 전통적인 일정한 헤지비율모형 보다 크게 나타나고 있다.

이는 조건부 이분산을 고려한 헤지비율의 추정을 지지해 주는 결과라 볼 수 있다. 또한 시간 변동 헤지의 경우에 있어서도 오차수정항을 포함한 시간변동헤지모형이 그렇지 않은 경우 보다 헤징성과가 개선되고 있음을 볼 수 있다. 그러나 DM을 포함한 ARCH 효과가 강하게 나타나지 않은 통화의 경우 GARCH 오차수정 모형의 개선비율은 오히려 낮거나 크더라도 그 값은 낮게 나타나고 있다.

따라서 이러한 조건부 이분산을 고려한 시간변동 헤지비율에 따른 헤지전략시 그 유용성에 대한 한계가 있음을 인식할 필요가 있다.

헤지가 평균-표준편차 기대효용함수 (3)에 따라 행동할때 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해서 헤지효율성을 개선하는 지를 표본외(Out-of-sample)기간에 대해서 분석하면 다음 〈표 10〉과 같다.

거래비용을 0.01% 로 두면 JY의 경우 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해 헤지효율성

〈표 10 〉기대효용함수에 따른 GARCH 오차수정모형의 헤지 성과
- 표본기간 외(Out-of-sample) 분석-

모형 \ 통화	JY	AD	DM	CD
헤지하지않음	0.01965	0.02055	0.031164	0.01272
1:1 순수헤지모형	0.008412	0.004284	0.003132	0.001758
전통적(OLS)모형	0.001344	-0.000048	0.000300	0.000126
오차수정모형	0.001812	0.000012	-0.000168	-0.000042
GARCH모형	0.000714	-0.000042	0.000546	0.000390

1. GARCH 오차수정모형의 헤지 효율성 = GARCH 오차수정모형의 기대 효용치 - 각 모형의 기대 효용치
2. 모형의 기대 효용치 : $EU(x) = E(x) - \gamma \sqrt{Var(x)}$ 단, 위험회피계수 $\gamma = 6$

을 개선하고 있고 DM과 CD의 경우 오차수정모형을 제외한 모든 모형보다 GARCH 오차수정모형이 헤지성과를 개선하고 있다. 그러나 AD의 경우 GARCH 오차수정모형이 전통적인 모형이나 GARCH모형보다 헤지성과를 개선시키지 못하고 있다.

Ⅳ. 결 론

외환 선물시장이 효율적이라면 효율적인 헤징방법의 사용을 통해서 기업이 직면하는 환위험을 외환 선물시장에서 헤징 함으로서 환위험을 최소화 할 수 있다.

본 논문에서는 기존의 OLS를 이용한 전통적 헤징모형이 자산 분포의 동태적 성질과 금융자산 가격간의 장기적 공적분 관계를 고려 하지 못하기 때문에 이 두가지를 고려할 수 있는 이변량 GARCH 오차수정모형[Kroner and Sultan(1993)]을 사용하여 헤지성과를 측정하였다.

특히 Kroner and Sultan(1993)이 분석한 4개 모형(GARCH 오차수정모형, 1:1 순수헤지모형, 전통적 OLS모형, 오차수정모형)외에 전혀 헤지하지 않았을 때의 모형을 분석하여 헤지성과의 상대적 비교를 명확히 하고 또한 GARCH모형에 의한 헤지성과를 추가 분석하여 이를 GARCH 오차수정모형과의 비교를 통해서 과연 GARCH 오차수정모형이 이분산성만을 고려한 순수 GARCH모형보다 우월한 헤지모형인지를 분석하였다.

따라서 본 연구에서는 헤지효율성 검증을 위해서 6개의 모형(헤지하지 않은 경우, 1:1 순수 헤지모형, OLS모형, 오차수정모형, GARCH모형, GARCH 오차수정모형)을 설정하였고 이를 통해서 헤징성과를 추정한 후 각 모형과 GARCH 오차수정모형과의 상대적 비교를 통해서 GARCH 오차수정모형의 헤징성과 개선비율을 분석하였다.

그리고 헤지에 따른 효율성이 경제적인 의미를 가지기 위해서 평균-표준편차 기대효용함수에 근거한 헤징성과를 분석하였고 아울러 거래비용을 고려하고 난 후의 헤징성과를 분석하였다.

Kroner and Sultan(1993)은 선물가격의 변화가 마팅게일 과정(martingale process)을 따른다고 가정한 후 효용극대화를 이루는 헤지비율을 추정하였지만 실제로 선물가격의 변화가 마팅게일을 따르지 않는다면 각 모형하에서의 헤지비율과 헤지 포트폴리오 수익률은 달라진다.

따라서 본 논문에서는 선물가격의 변화가 마팅게일 과정을 따르는 지를 보기 위해서 랜덤워크 검증을 먼저 시행했다.

그리고 헤져가 평균-표준편차 기대효용함수에 따라 행동하고 거래비용을 고려할때 표본기간 내(Within sample)에서 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해서 헤지효율성을 개선하는 지를 보기 위한 분석을 시행하였다.

거래비용을 고려할때 JY와 DM의 경우 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해 헤지효율성을 개선하고 있고, AD의 경우 GARCH모형을 제외한 모든 모형보다 GARCH 오차수정모형이 헤지성과를 개선하고 있다. 그러나 CD의 경우 GARCH 오차수정모형이 전통적인 모형이나 오차수정모형, GARCH모형에 비해 나은 증거가 없다.

한편, 헤져는 과거의 일정 표본기간내(within-sample)에서의 헤지전략에 따른 성과보다는 각 전략에 따른 미래의 성과에 보다 큰 관심을 가지게 된다. 따라서 표본을 표본기간 내(Within-sample)

와 표본기간 외(Out-of-sample)의 두 부분으로 나누고 표본기간 내의 모수 추정치로 표본기간 외에서의 헤징 성과를 분석 하였다.

JY의 경우 거래비용을 고려 하더라도 표본기간 외(Out-of-sample) 에서 GARCH 오차수정모형이 여타 헤지모형에 비해 헤지효율성을 개선하고 있다.

DM과 CD의 경우 오차수정모형을 제외한 모든 모형보다 GARCH 오차수정모형이 헤지성과를 개선하고 있다. 그러나 AD의 경우 GARCH 오차수정모형이 전통적인 모형이나 GARCH모형보다 헤지성과를 개선시키지 못하고 있다.

본 연구에서는 4개통화(JY,AD,DM,CD)에 대해서 6개모형(헤지하지 않음, 1:1순수헤지모형, OLS모형, 오차수정모형, GARCH모형, GARCH 오차수정모형)별로 표본기간 내(Within sample) 분석과 표본기간 외(Out-of-sample) 분석을 시행하고 헤지성과를 비교하였다.

특히 표본기간 내에서와 표본기간 외 에서의 분석을 통해서 JY와 DM의 경우 GARCH 오차수정모형이 여타 모형에 비해 헤지성과를 개선해 주는 모형으로 나타났다.

참 고 문 헌.

권택호 (1995), "최소분산헤지의 개선방안과 유용성평가 -통화선물시장을 대상으로-," **서울대 박사학위논문.**

박동규 (1993), "우리나라 주식시장에 있어서의 수익율변동성의 예측에 관한 연구," **한국증권학회 증권 심포지엄**, 1-32.

조 담 (1994), "주식수익율의 조건부 이분산성에 관한 실증적 연구," **재무연구**, 75-32.

정종락,김형찬 (1995), "조건부 이분산모형의 적합성검진과 체계적위험의 추정," **재무연구**, 9, 199-222.

Baillie, R. T. (1989), "Econometric Tests of Rationality and Market Efficiency," *Econometric Reviews.* 8, 151-186.

―――― and Bollerslev (1989), "Common Stochastic Trends in a System of Exchange Rates," *Journal of Finance,* 44, 167-181.

―――― and McMahon (1989), "The Foreign Exchange Market Theory and Econometric Exidence," New York, NY, Cambridge Univ. Press.

―――― and R. J. Myers (1991), "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge," *Journal of Applied Econometrics,* 6109-124.

Bollerslev. T. (1990), "Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Approach," *Review of Economics and Statistics,* 72, 498-505.

Bollerslev. T., R. Chou and K. F. Kroner (1992), "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.

Chou, R. Y. (1988), "Volatility Presidence and Stock Valuations-Some Empirical Evidence Using GARCH," *Journal of Applied Econometrics,* 3, 279-294.

Ederington, L. H. (1979), "The Hedging Performance of the New Futures Markets," *Journal of Finance,* 34, 157-170.

Engle, R. F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica,* 50, 987-1008.

Engle, R. F. and C. W. J. Granger (1987), "Cointegration and Error Correction:

Representation, Estimation and Testing," *Econometrica*, 55, 251-276.

Figlewski, S. (1984), "Hedging with Stock Index Futures: Theory and Application in a New Market," *Journal of Futures Markets*, 5, 183-199.

Grammatikos, T. and A. Saunders (1983), "Stability and Hedging Performance of Foreign Currency Future," *Journal of Futures Markets*, 3, 295-305.

Grossman, S. J. and R. J. Shiller (1981), "The Determinants of the Variability of Stock Market Prices," *American Economic Review*, 71, 222-227.

Hakkio, C. S. and M. Rush (1989), "Market Efficiency and Cointegration: An Application to the Sterling and Deutschemark Exchange Rates," *Journal of International Money and Finance*, 8, 75-88.

Hill, J. and T. Schneeweis, (1982), "The Hedging Effectiveness of Foreign Currency Futures," *Journal of Financial Research*, 5, 95-104.

Hsieh, D. A. (1989), "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rate Changes," *Journal of Business*, 62, 339-368.

———— (1989), "Modeling Heteroscedasticity in Daily Foreign-Exchange Rates," *Journal of Business & Economic Statistics*, 307-317.

Johnson, L. (1960), "The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures," *Review of Economic Studies*, 27, 139-151.

Kroner, K. F. and S. Claessens (1991), "Optimal Dynamic Hedging Portfolios and the Currency Composition of External Debt," *Journal of International Money and Finance*, 10, 131-148.

———— and J. Sultan (1991), "Exchange Rate Volatility and Time Varying Hedge Ratio," *Pacific-Basin Capital Markets Research*, II, S.G.Rhee and R. P. Chag, eds. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, North-Holland, 397-412.

———— (1993), "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 535-551.

Lamourrux, C. G. and W. D. Lastrapes (1990), "Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model," *Journal of Business & Economic Statistics*, 225-234.

McCurdy, T. H. and I, Morgan (1988), "Testing the Martingale Hypothesis in Deutsche Mark Futures with Models Specifying the Form of Heteroskedasticity," *Journal of Applied Econometrics*, 3, 187-202.

Nelson, D. B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns : A New Apporach," *Econometrica*, 347-370.

Park, Tae H. and L. N. Switzer (1995), "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures : A Note," *Journal of Futures Markets*, 15, 61-67.

Phillips, P. C. B. and P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series," *Regression Biometrica*, 75, 335-346.

Poterba, J. and L. Summers (1986), "The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations," *American Economic Review*, 76, 1142-1151.

Schewert, G. W. (1989), "Why does Stock Market Volatility Change over time?" *Journal of Finance*, 1115-1153.

Stock, J. H. (1987), "Asymtotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors," *Econometrica*, 55, 1035-1056.

Wickens, M. (1989), "Comment on Econometric Tests of Rationality and Market Efficiency," *Econometric Reviews*, 8, 207-212.

A Study on Time-Varying Hedge Ratios
- GARCH Error Correction Model with Foreign Currency Futures-

Sei-Yeol Oh*

Abstract

Most of previous research on hedging literature has paid little attention to the long-run cointegrating relationship among financial assets and the dynamic nature of the distributions of assets.

This study presents a GARCH Error Correction Model for calculating risk minimizing hedge ratios in foreign currency futures and compares the hedging effectiveness of this model with that of the alternative models.

Both within-sample comparisons and out-of-sample comparisons reveal that the GARCH Error Correction Model is better than the alternative models, since investors with a mean-variance expected utility function are better-off with the GARCH Error Correction Model.

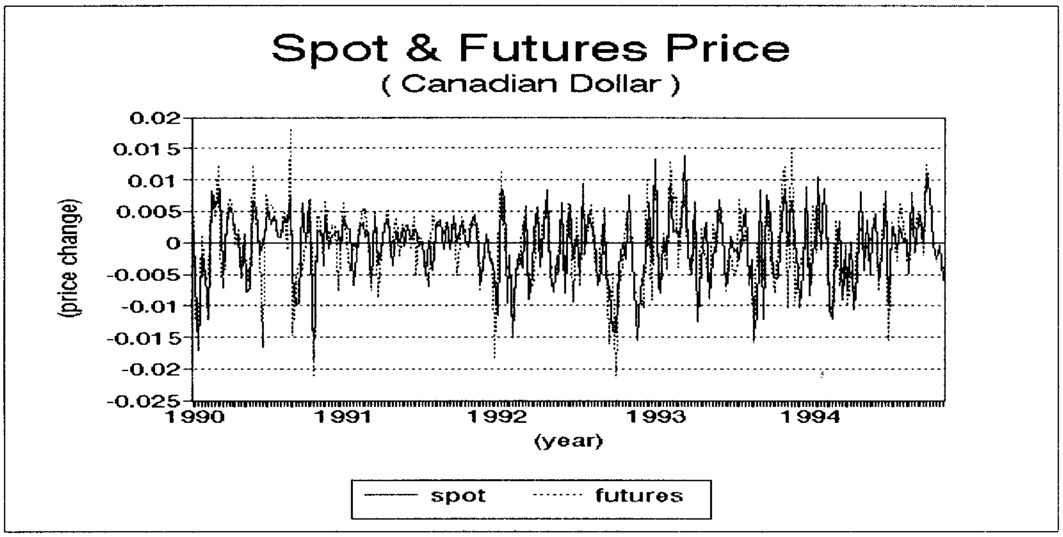
The risk reduction results, however, indicate that the Error Correction Model with GARCH proposed here is not always superior to the conventional OLS Model, properly controlling for transaction costs involved.

* Professor, Sungshin Women's University

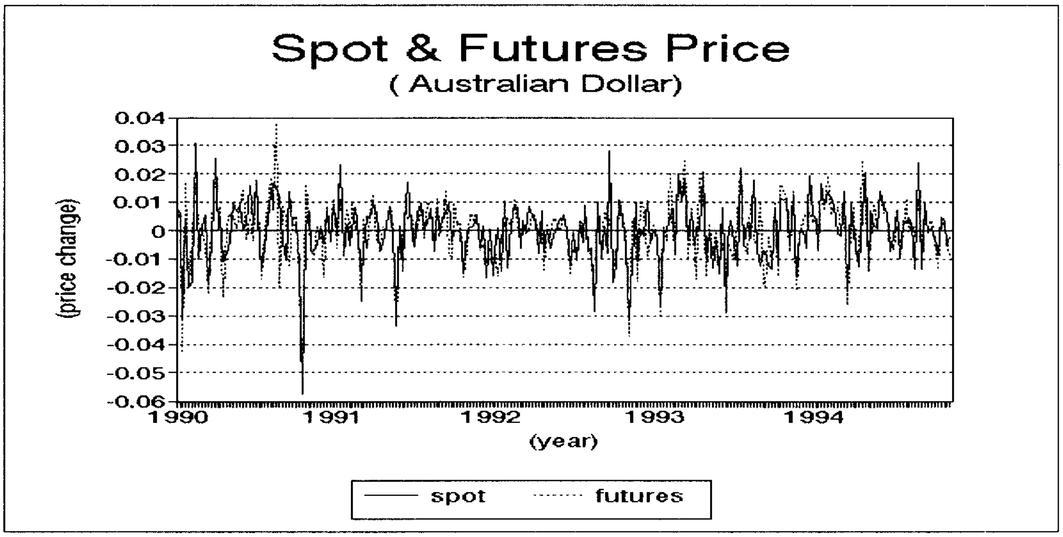
〈부　　록〉

〈그림 1〉 각 통화별 현물과 선물가격 변화추이

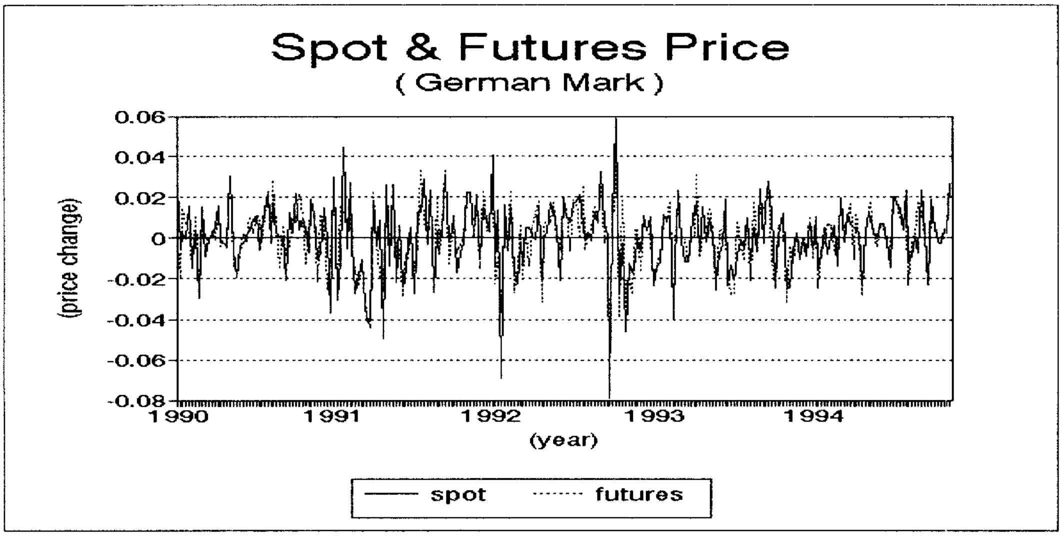
A. 캐나다 달러의 현물과 선물가격 변화추이



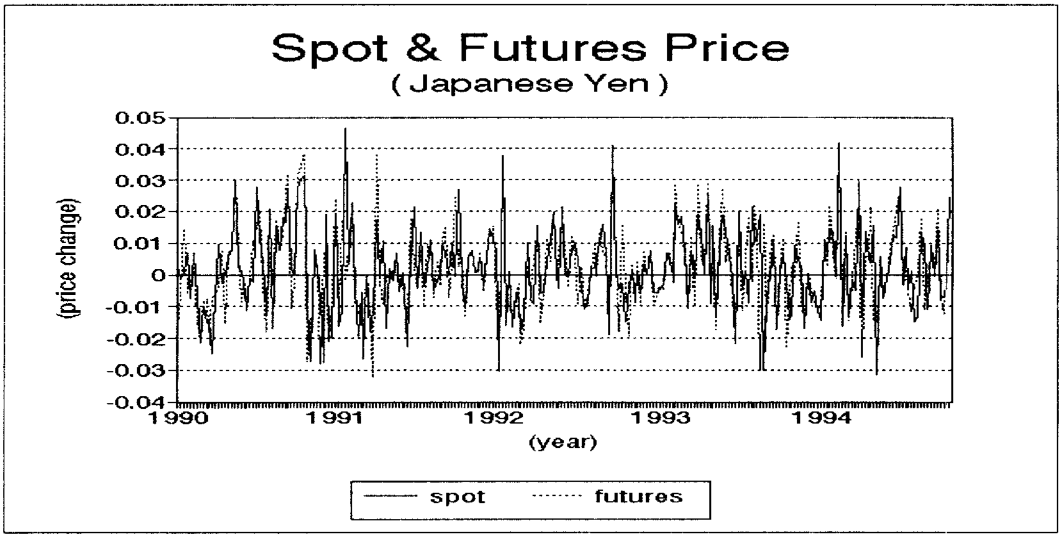
B. 오스트렐리아 달러의 현물과 선물가격 변화추이



C. 독일 마르크화의 현물과 선물가격 변화추이



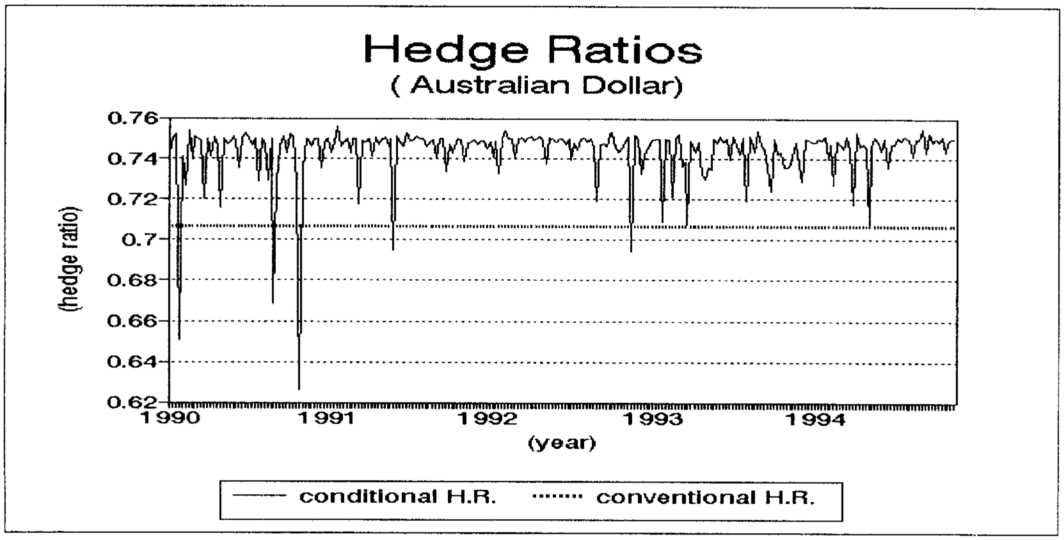
D. 일본 엔화의 현물과 선물가격 변화추이



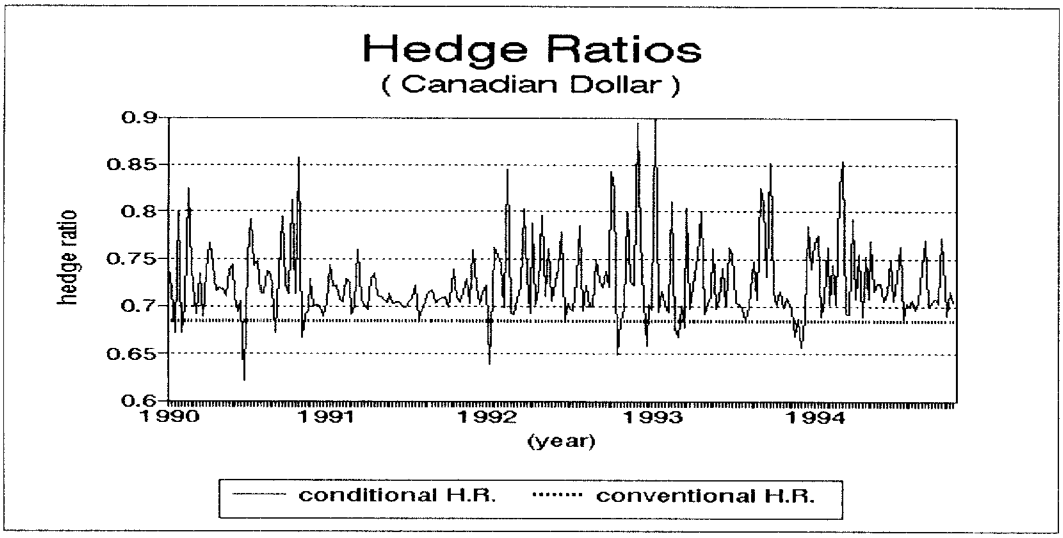
〈 그림2 〉 각 통화별 헤지비율

GARCH 오차수정모형에 의한 시간변동헤지비율은 새로운 정보가 시장에 유입됨에 따라 계속 변화하고 있다.

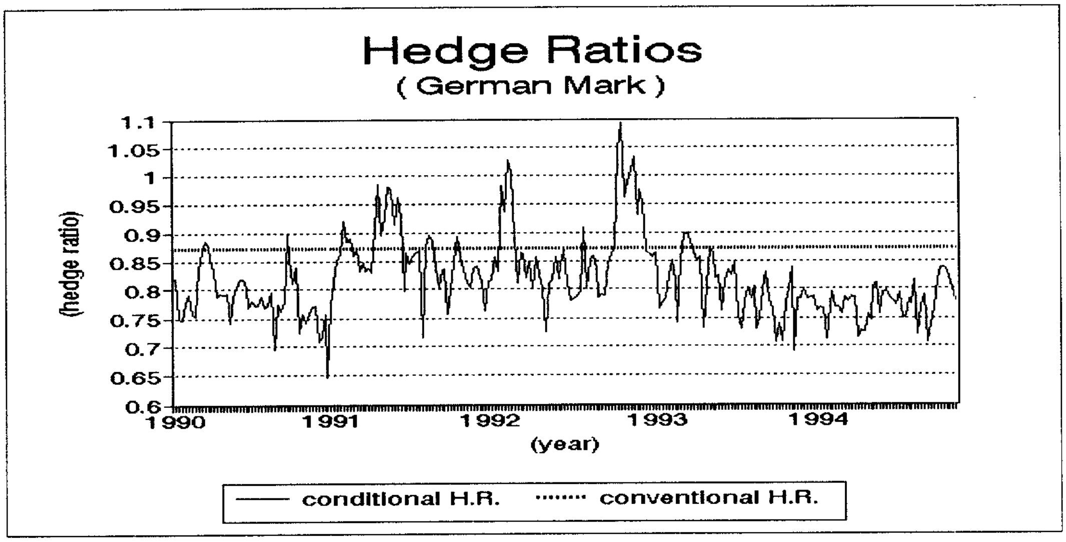
A. 오스트렐리아 달러의 헤지비율



B.캐나다 달러의 헤지비율



C. 독일 마르크화의 헤지비율



D. 일본 엔화의 헤지비율