

주가수익률의 안정 파레토 분포 적용과 무한분산 탐색에 관한 연구

방승욱

케임브리지 대학교 경제학과 post-doc과정

본 연구는 지금까지 수많은 연구들이 주가 수익률분포의 문제를 다루었음에도 불구하고 우리나라에서는 안정적 파레토 분포의 적용에 관한 연구가 많지 않음을 주목하고 이 분포의 적용에 초점을 맞추었다. 먼저 안정 파레토분포의 개념을 정의하고 특성지수의 측정방법을 설명한 후 50개 상장기업을 선정하여 주별수익률 자료를 이용하여 개별주식 수익률에 대해 안정적 파레토 분포가 성립하는가를 검정하였다. 검증결과 증식종목에 따라서 정규분포, 코쉬분포, 안정 파레토 분포를 보인 경우가 있었고 수익률의 무한분산의 가능성이 제기되었다. 또한 가산적 안정성의 검증결과 제기된 수익률의 무한분산의 가능성을 단순한 통계적 방법을 유도하여 탐색하였다.

1. 서 론

1.1 논문의 연구동기와 목적

기업재무론의 여러분야에서는 관심의 대상이 되고 있는 변수가 정규분포를 따르고 있다고 흔히 가정되어왔고 또 이 가정은 당연하게 받아들여져 왔다. 예를 들어 평균, 분산 기준의 자산가격결정 모형, 실증 분석의 사건연구시 시장모형 잔차의 정규성, 주가수익률의 정규성등이다. 이렇게 변수의 정규성은 유용하게 사용되어 이론상으로는 실증분석상으로 중요한 공헌을 하였으며 동시에 이 정규성의 가정을 완화시킬 때 어떤 이론적, 실증적 변화가 있을 것인가 또한 이의 함축적 의미는 무엇인가 하는 의문도 제기되어 왔다.

위 분야 중 주가 수익률분포의 정규성에 대하여 의문을 제기한 연구가 여러 연구가 있었는데 Fama (1965)의 연구도 그 중의 하나이다. 그는 30개 주식의 분포를 측정한 결과 주가 수익률이 정규분포와는

다른 침도를 갖고 있으며 분포의 양극단도 정규분포보다 확률밀도가 높은 분포를 하고 있다는 사실을 관찰했다. 이 결과가 정규성에 대해 의문을 제기하는 증거라고 주장하였으며 이 점은 이후의 연구의 주가수익률이 정규분포를 따르지 않는다는 주장한 여러 연구를 촉발시킨 역할을 했다.

이 후에 이 수익률분포의 정규성에 어긋나는 현상을 설명하려는 여러 연구가 있었다. 이 연구들의 방향은 주로 높은 침도와 양 극단의 분포에 있어서 정규분포보다 두꺼운 확률밀도를 설명하고자 하는 의도로 이루어졌다. 이 연구들을 개략적으로 분포의 유형에 따라 안정적 파레토 분포가설, 정규분포의 혼합가설, t 분포가설, 복합가설로 크게 구분할 수 있다. 안정적 파레토 분포가설은 Fama, Roll(1968,1971)이 파레토 분포의 모수를 추정하는 방법을 제시한 이후 이 방법에 의지하여 Teichmoeller(1971), Hagerman(1973), Barnes, Downes(1973) 등이 주가수익률분포의 특성지수를 추정함으로써 파레토 분포의 증거를 얻었다. 또한 Kon(1984)은

이산적 정규분포의 혼합가설이란 명칭으로 실제 주가 수익률의 분포는 여러개의 정규분포가 혼합되어 있다고 하였다. 이에 비해 Blattberg와 Gonedes(1974)는 t분포를 이용하여 주가수익률의 양극단의 정규성에 어긋나는 현상을 설명하였으며, Press(1967)는 여러 분포가 혼합되어 있는 복합가설을 제시하였다.

위 연구 방향중 우리나라의 연구는 주로 주가수익률의 분포의 정규성을 부정하는 증거를 찾아 안정적 파레토 분포로 설명하거나 혹은 비정규성을 이산적 정규분포의 혼합가설로 설명하려는 방향으로 이루어졌다. 전자의 연구로는 조담(1979), 성삼경, 안진철(1986), 김대훈, 이상빈(1989)등의 연구를 들 수 있는데 조담(1979)의 연구는 주가수익률분포가 정규성에 어긋난다는 증거를 연구결과로 제시하였고, 성삼경, 안진철(1979)과 김대훈, 이상빈(1989)의 연구는 안정적 파레토 분포를 검정하였다. 후자의 연구로는 김대훈, 이상빈(1989), 이필상, 안동현(1991), 성삼경, 조용대(1993), 방승옥, 조용대(1995)의 연구가 이 유형에 속하는 데 이들의 연구는 Kon(1984) 등의 연구방법론을 그대로 적용시키거나 또는 확장, 수정하여 우리나라의 주가수익률 분포가 정규분포의 혼합으로 설명될 수 있다는 증거를 찾은 연구들이다.

본 연구는 위의 여러 분포 연구 방향중 지금까지 우리나라에서 별로 다루어지지 않은 파레토분포에 관하여 논의한다. 구체적으로 다루는 논의점은 주가수익률분포가 안정적 파레토 분포를 따르는가에 중점을 두고 이의 검증과정에서 실증분석과 함께 모의실험을 통하여 파레토 분포와 관련된 특성들을 검증한다.

1.2 논문의 구성

본 논문은 4장으로 구성되어 있다. 본 논문의 연구동기와 목적이 제 1장에서 밝혀졌다. 제 2장에서는 안정 파레토분포와 가산적 안정성을 정의하고 주식 수익률의 가산적 안정성을 검정하였다. 제 3장은 주식수익률의 무한분산을 정의하고 그 가능성을 계차방정식을 이용하여 실증분석하였다. 제 4장은 결론을 맺고 있다.

II 가산적 안정성의 검정

2.1 안정 파레토 분포의 정의¹⁾

주가 수익률이 안정적 대칭분포를 따른다는 가설은 주가수익률의 분포가 $\ln \phi_x(t) = i\delta x - |ct|^\alpha [1 + i\beta \frac{t}{|t|} \omega(t, \alpha)]$ 의 특성함수를 갖는 경우를 말한다.

여기서 i 는 복소수이며, t 는 실수이며 $\omega(t, \alpha)$ 는 $\alpha = 1$ 일 경우는 $(2 \ln |t|) / \pi$ 이고 $\alpha \neq 1$ 일 경우는 $\tan(\pi \alpha / 2)$ 가 된다. 구체적으로 설명하면 α 는 특성지수로 분포의 양 극단의 크기를 나타내며 취할 수 있는 값의 범위는 $0 < \alpha \leq 2$ 이다. $\alpha = 2$ 일 경우는 정규분포가 되며 이 경우 $\alpha = 2, \delta = \mu, v = \sigma^2 / 2$ 이 되어 특성함수는 $\ln f(t) = i\mu t - (\frac{\sigma^2}{2})t^2$ 이 된다.

여기서 모수 μ, σ^2 는 정규분포의 평균과 분산을 의미한다. $0 < \alpha < 2$ 인 경우는 양 극단의 확률밀도가 정규분포보다 높게 되며 α 의 수치가 작을수록 양 극단의 확률밀도는 높게 된다. 분산은 $\alpha = 2$ 인 경우에만

1) 본 논문에서는 안정적 파레토 분포, 안정 파레시안(stable Paretian)분포, 안정적(stable)분포, 파레토-레비 분포라는 용어가 동일 한 의미로 사용된다.

유한하게 존재하며 $\alpha > 1$ 인 경우에 평균이 존재하게 된다. β 는 비대칭도 모수로 $-1 \leq \beta \leq 1$ 의 범위를 갖는다. 이 때 $\beta > 0$ 이면 왼쪽으로 긴 비대칭분포가 되며 $\beta < 0$ 이면 오른쪽으로 긴 비대칭분포가 된다. $\beta = 0$ 이면 좌우 대칭인 대칭적 분포가 된다. δ 는 위치모수로 $-\infty < \delta < \infty$ 의 범위를 갖는데 $\alpha > 1$ 인 경우는 δ 는 분포의 평균이 되며 $\alpha \leq 1$ 인 경우는 평균이 정의가 안되므로 중앙값과 같은 다른 측정치로 위치 모수를 대신한다. v 는 척도(scale)를 표시하는데 $\alpha = 2$ 일 경우는 $v = \sigma^2/2$ 이며 $\alpha < 2$ 인 경우는 분산이 무한하므로 분포의 분산도를 표시하는 지표가 필요한데 보통 사분위수의 적당한 범위를 선정하여 분산도의 대용치로 사용하였다. 이 안정 파레토 분포는 급격하고 불연속적인 변화뿐만 아니라 추세와 순환을 갖는 경향의 특징이 있는데 이 분포들은 비대칭도에 대하여도 조정될 수 있는 특징이 있다.

2.2 기본 논리

안정성(stable)이란 안정적 확률변수의 가중치 합을 했을 경우에 안정적이라는 의미인데, 이를 수식으로 설명할 수 있다. 먼저 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ 이 동일한 특성지수 α 인 분포에서 나온 독립적이며 안정적 변수라고 하자. 또 이 때 위치모수 $\delta(y_j)$ 와 분산도 모수 $\alpha(y_j)$ 는 상이하다고 하고, $d_j, j=1, 2, 3, \dots, n$ 를 고정된 가중치라고 하자. 그러면 이 y_j 들의 합인 $y = \sum_{j=1}^n d_j y_j$ 는 가중치를 부여하여 가산하여도 특성지수 α 와 위치모수 $\delta(y) = \delta(\sum_{j=1}^n d_j y_j) = \sum_{j=1}^n d_j \delta(y_j)$.

분산도모수 $\alpha(y_j) = \alpha(\sum_{j=1}^n d_j y_j) = [\sum_{j=1}^n \alpha(y_j) |d_j| \alpha]^{1/\alpha}$ 를 갖는 안정적 대칭분포를 갖게 된다. 그러므로 안정적 대칭분포의 특성은 가산적 안정성이 성립한다는 성질을 들 수 있으며 이는 특성지수 α 의 값을 갖는 독립적인 변수의 합은 동일한 특성지수의 값을 갖는다는 성질이다²⁾.

Fama와 Roll(1968, 1971)은 분산도 모수 c 를 임의의 N 개의 관찰치가 주어진 상태에서 크기 순으로 나열하여 x_f 를 $f(N+1)$ 번째 자료라고 할 경우 $c = \frac{1}{2} \left[\frac{(x_{0.72} - x_{0.28})}{0.827} \right]$ 로 추정하였다. 그 다음에 표준

에 표준화된 안정적 대칭분포의 f fractile³⁾의 값 z_f 를

$$z_f = (0.827) \left[\frac{(x_f - x_{1-f})}{(x_{0.72} - x_{0.28})} \right]$$

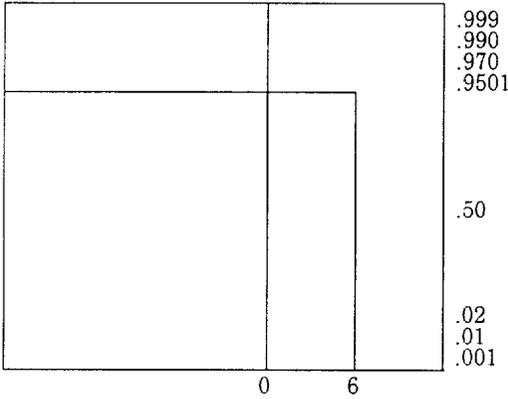
로 표시하였다. 이 때 실제 자료로부터 z_f 의 값을 구한 후에 진실한 안정적 파레토 분포에서 작성한 표로부터 특성지수 α 의 값을 $f = F(\alpha, z_f)$ 의 관계성에서 주어진 fractile f 의 값과 자료에서 구한 z_f 의 값으로 $\alpha_f = G(f, z_f) = F^{-1}(f, z_f)$ 을 구하여 추정할 수 있다. α 의 추정은

표준화된 변수인 z_f 는 위치모수가 0, 분산도 모수가 1이 되는데 이 z_f 변수의 분포는 양 극단의 부분의 확률이 α 의 값의 변화에 따라 민감하게 변화한다. 이 성질을 이용하여 주어진 표에서 f fractile을 조사함으로써 실제 자료를 이용하여 추정된 z_f 값과 변화하는 α 의 값을 비교하면 선형근사적인 α 의 값을 추정할 수 있고, 이 추정을 <그림 1>을 이용하여 설명할 수 있다.

<그림 1>에서 보듯이 f fractile이 증가함에 따라 α 의 수치의 차이가 명확해지므로 f fractile의 수

2) 이 방법의 단점은 실제로 적용을 시키는 경우는 자료의 수가 1000개일 경우 변수의 합계의 크기가 1에서 2, 3, 4, 5, 10으로 증가함에 따라서 안정성 검증에 사용되는 자료의 수는 1000, 500, 333, 250, 100개로 줄어들게 된다. 그러므로 변수의 합계가 증가할수록 표본오차는 증가하게 된다.

3) 누적 확률밀도함수의 분위수로 표현할 수 있으나 본 연구에서는 fractile의 표현을 사용했다.



〈그림 1〉 α 의 추정

치를 크게 정하는 유인이 존재한다.⁴⁾ 실제 표본자료를 이용하여 추정된 z_f 의 수치가 .970 fractile

을 기준으로 했을 경우 6.0이 산출되었으면 이는 $\alpha = 1.5$ 사이에 있게 되므로 α 의 값을 선형 근사화시킨 중간값으로 추정하게 된다.⁵⁾

2.3 자료의 구성

2.3.1 선정종목

본 연구에서 연구대상으로 선정된 종목의 수는 50종목이었다. 이 종목선정시의 기준은 먼저 1980년 1월부터 1991년 12월까지의 주가 자료가 있는 주식중에서 일차적으로 제한을 하고(판단추출), 종목 코드별로 크기순으로 분류된 상태에서 가능하면 매 10번째 주식을 선정(체계적인 추출)하였다. 이 표본 추출방식에 의하여 추출된 주식은 〈표 1〉과 같다.

〈표 1〉 표본 종목

업종	기업명
어업 (1종목)	신라교역
음식료업(5종목)	남양유업, 대립수산, 동양제과, 미원식품, 범양식품
섬유의복가죽(6종목)	한일방직, 남선물산, 중앙염색, 부흥, 진영산업, 태화
종이 및 종이제품(3종목)	신호제지, 세풍, 수출포장
화학(9종목)	한화종합화학, 조흥화학, 열지, 진양, 한일약품, 한독약품, 한국화학품, 한국타이어, 내쇼날플라스틱
비금속광물(1종목)	아시아시멘트
1차금속(4종목)	한보철강, 연합철강, 새아제강, 동양강철
조립금속기계장비(8종목)	삼화왕관, 삼표제작소, 엘지통신, 아남산업, 오리온전기, 삼화콘덴서, 기아자동차, 오리엔트
종합건설업(2종목)	벽산개발, 한진개발
도매업(5종목)	현대차서비스, 유림, 효성물산, 현대상사, 미도파
운수창고업(1종목)	대한항공
금융업(4종목)	조흥은행, 동아투금, 대우증권, 동서증권
보험업(1종목)	해동화재

4) 성삼경, 안진철(1986)에서는 .950 fractile을 기준으로 삼았으며, 김대훈, 이상빈(1989)의 연구에서는 .970 fractile을 사용하였으나 본 연구에서는 특성지수 추정의 정확도를 높이고자 .9995 fractile을 사용하였다.

5) 실제 추정치는 $\alpha = 1.0$ 에서 $\alpha = 2.0$ 까지 0.1의 단위로 각 f fractile에 대응하는 z_f 의 수치가 주어졌으므로 보간법을 이용하여 보다 정밀하게 추정가능하다.

〈표 2〉 안정적 대칭분포의
모수 측정

회사명	δ_{75}	0.9995	0.9990	0.9900	0.970				
신라교역 #1	.88395E-03	1.8	1.5	1.6	1.4	1.5	1.1	1.2	
남양유업 #2	.18016E-02	1.8	1.9	1.6	1.7	1.5	1.6	1.3	1.4
대림수산 #3	-.17907E-03	1.9	1.95	1.7	1.8	1.5	1.6	1.3	1.4
동양제과 #4	.22607E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.5	1.6	1.6	1.7
세원 #5	.26740E-02	1.9	1.95	1.8	1.9	1.7	1.8	1.5	1.6
범양식품 #6	.14009E-02	1.8	1.9	1.5	1.6	1.4	1.5	1.2	1.3
한일방직 #7	-.24535E-03	1.0	1.1	1.0		1.0		1.0	
남선물산 #8	-.59314E-02	1.8	1.9	1.5	1.6	1.4	1.5	1.4	1.5
중앙염색 #9	.81302E-03	2.0		2.0		2.0		2.0*	
부흥 #10	.42791E-04	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.4	1.5
진영산업 #11	-.25293E-02	1.9	1.95	1.6	1.7	1.5	1.6	1.3	1.4
태화 #12	-.13081E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
신호제지 #13	.14026E-02	1.4	1.5	1.2	1.3	1.1	1.2	1.0	
세풍 #14	.29581E-02	1.8	1.9	1.6	1.7	1.6	1.7	1.3	1.4
수출포장 #15	-.21600E-02	1.7	1.8	1.5	1.6	1.3	1.4	1.2	1.3
한화종합 #16	.16460E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.7	1.8	1.5	1.6
조흥화학 #17	.13437E-02	2.0		2.0		2.0		2.0*	
엘지화학 #18	.22722E-02	1.9	1.95	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7
진양 #19	-.38837E-04	1.8	1.9	1.5	1.6	1.6	1.7	1.4	1.5
한일약품 #20	.12970E-02	1.8	1.9	1.6	1.7	1.4	1.5	1.3	
한독약품 #21	.91279E-03	1.8	1.9	1.5	1.6	1.5	1.6	1.3	1.4
한국화학 #22	.65516E-02	2.0		2.0		2.0		2.0	
한국타이어 #23	.25421E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.4	1.5
내쇼날푸라 #24	-.11942E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.5	1.6	1.5	1.6
아시아시멘 #25	.25267E-02	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7	1.4	1.5
한보철강 #26	-.14009E-02	1.9	1.95	1.6	1.7	1.5	1.6	1.4	1.5
연합철강 #27	-.10028E-02	1.6	1.7	1.3	1.4	1.2	1.3	1.1	1.2
세아제강 #28	.81698E-03	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7	1.4	1.5
동양강철 #29	.21898E-02	1.8	1.9	1.7	1.8	1.7	1.8	1.6	1.7
삼화왕관 #30	.13786E-02	1.8	1.9	1.7	1.8	1.7	1.8	1.6	1.7
삼표제작용 #31	-.64326E-03	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.4	1.5
엘지통신 #32	-.22419E-03	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
아남산업 #33	.46047E-04	1.7	1.8	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7
오리온전기 #34	.22551E-02	1.95	2.0	1.7	1.8	1.7	1.8	1.6	1.7
삼화콘텐서 #35	.23470E-02	1.95	2.0	1.7	1.8	1.6	1.7	1.4	1.5
기아자동차 #36	.35635E-02	1.9	1.95	1.8	1.9	1.7	1.8	1.5	1.6
오리엔트 #37	.51395E-03	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
벽산개발 #38	-.28026E-02	1.8	1.9	1.6	1.7	1.6	1.7	1.4	1.5
한진개발 #39	.84442E-03	1.95	2.0	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
현대차씨비 #40	.42728E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
유림 #41	-.36953E-03	1.9	1.95	1.6	1.7	1.5	1.6	1.3	1.4
효성물산 #42	-.14844E-02	1.8	1.9	1.7	1.8	1.6	1.7	1.6	1.7
현대상사 #43	.24986E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
미도파 #44	.29665E-02	1.6	1.7	1.7	1.8	1.7	1.8	1.6	1.7
대한항공 #45	.25526E-02	1.9	1.95	1.7	1.8	1.6	1.7	1.5	1.6
조흥은행 #46	-.11921E-02	1.8	1.9	1.6	1.7	1.6	1.7	1.3	1.4
동아투금 #47	.81581E-03	1.8	1.9	1.4	1.5	1.3	1.4	1.3	1.4
대우증권 #48	.25212E-02	1.8	1.9	1.5	1.6	1.4	1.5	1.1	1.2
쌍용투자증권 #49	.27709E-02	1.7	1.8	1.5	1.6	1.4	1.5	1.3	
해동화재 #50	.55140E-03	1.7	1.8	1.5	1.6	1.4	1.5	1.2	1.3

*표시는 계산 불가능한 경우인데 c 계산시와 z계산시에 범위 .72 - .28에 속한 값들이 모두 0 이기 때문이다. 즉, $x_{.28} = x_{.29} = \dots = x_{.72} = 0$ 이 되는 현상을 의미한다. 이런 경우에 Fama, Roll(1971)은 $\alpha = 2$ 로 표시하였다. δ_{75} 는 75% 의 절단된(truncated) 평균이다.

방 승 록

〈표 3〉 개별주식 수익률의
가산적 안정성 검증

회사명	번호	합계	1	2	3	4	5	6
포트폴리오 A								
조흥은행	#46	1.3752	1.4441	1.4573	1.4671	1.3882	1.5693	1.5251
기아자동차	#36	1.5402	1.5919	1.6942	1.5280	1.8105	1.7968	1.4764
대우증권	#48	1.1922	1.2426	1.4378	1.2929	1.2618	1.5176	1.2931
한화화학	#16	1.5771	1.6960	1.6704	2.0000	1.6364	1.6667	1.7833
대한항공	#45	1.5377	1.5319	1.5687	1.6772	1.6865	1.7035	1.7079
삼성투자증권	#49	1.2828	1.2742	1.3182	1.2108	1.3493	1.2620	1.1515
한화강철	#26	1.4295	1.4225	1.5462	1.7488	1.4742	1.7203	1.7373
아오남산	#33	1.6545	1.6030	1.8070	1.7546	1.7543	2.0000	2.0000
아오리차	#34	1.6465	1.5902	1.7017	1.5909	1.5462	1.6387	1.4667
현대차서비스	#40	1.5944	1.9365	1.6939	1.7786	1.5337	1.8241	1.7544
평균		1.4810	1.5333	1.5895	1.6049	1.5441	1.6699	1.5896
표준편차		(.1573)	(.2034)	(.1508)	(.2386)	(.1798)	(.1981)	(.2540)
포트폴리오 B								
엘지통신	#32	1.5829	1.6526	1.7819	1.8613	1.9311	1.7396	1.5599
미도파	#44	1.6335	1.7266	1.6741	1.7882	1.6047	2.0000	1.9340
효성물산	#42	1.6390	1.4989	1.3823	1.5293	1.4361	1.5612	1.5684
엘지화학	#18	1.5849	1.7501	1.8030	1.6993	1.5959	1.7404	1.6564
세종	#14	1.1917	1.3917	1.4836	1.5490	1.2454	1.5276	1.3692
동아금융	#47	1.1635	1.3192	1.2826	1.3043	1.3561	1.3824	1.2367
신호제지	#13	1.0000	1.0413	1.1670	1.4268	1.2774	1.2072	1.3388
한국타이어	#23	1.4165	1.6315	1.7862	1.6131	2.0000	1.8938	1.8189
동양제과	#4	1.6020	1.7322	1.8056	1.5939	1.5840	1.8191	1.8902
부흥	#10	1.4839	1.7181	1.6451	1.7354	1.8624	1.6600	1.6880
평균		1.4298	1.5462	1.5811	1.6101	1.5893	1.6531	1.6061
표준편차		(.2304)	(.2332)	(.2367)	(.1687)	(.2695)	(.2397)	(.2381)
포트폴리오 C								
아시아시멘트	#25	1.4968	1.4719	1.7193	1.8099	1.8927	1.0514	1.5439
내소남푸라스티	#24	1.5258	1.6655	1.6569	2.0000	1.6326	1.4958	1.8451
변산개발	#38	1.5002	1.5557	1.5883	1.4731	1.4983	1.5019	1.4102
태화	#12	1.5465	1.7077	1.6261	1.6116	1.3684	1.5271	1.6039
한일약품	#20	1.2935	1.3984	1.6609	1.5193	1.5723	1.7742	1.3824
세원	#5	1.5025	1.4760	1.7470	1.6542	1.7642	1.4308	1.5731
해동화재	#50	1.2844	1.3202	1.4058	1.3848	1.5614	1.4491	1.1479
유림	#41	1.3782	1.4923	1.4719	1.5518	1.7364	1.7980	1.5219
한국화장품	#22	1.4729	1.4777	1.6907	1.7285	1.7715	1.4946	1.5086
신양	#19	1.6151	1.6374	1.6901	1.5712	1.6501	1.7403	1.2757
평균		1.4616	1.5203	1.6256	1.5894	1.6448	1.5263	1.4813
표준편차		(.1085)	(.1216)	(.1092)	(.1298)	(.1529)	(.2171)	(.1916)
포트폴리오 D								
수출장	#15	1.4630	1.5274	1.9304	1.9465	1.7869	1.5942	1.5430
연합강관	#27	1.1494	1.3089	1.3576	1.5049	1.4464	1.4328	1.2863
한진개발	#39	1.5199	1.5160	1.5501	1.6398	1.6480	1.5051	1.7545
삼화수산물	#30	1.2936	1.6222	1.4686	1.4292	1.6219	1.5189	1.3288
대림철강	#3	1.3769	1.4512	1.4987	1.5038	1.6922	1.5419	1.5038
동양약품	#29	1.5786	1.6862	1.4508	1.6300	1.8675	1.8125	1.7319
현독약품	#21	1.3319	1.6521	1.7013	1.6108	1.6827	1.4891	1.5204
현대상업	#43	1.5771	1.7131	1.5840	1.6446	1.4787	2.0000	1.8251
남양유교	#2	1.3409	1.4409	1.7849	1.4790	1.6032	1.2353	1.5312
신신교역	#1	1.1831	1.4589	1.6687	1.7551	1.5907	1.5845	1.7414
평균		1.3814	1.5377	1.5995	1.6144	1.6418	1.5714	1.5766
표준편차		(.1520)	(.1287)	(.1731)	(.1523)	(.1272)	(.2080)	(.1832)
포트폴리오 E								
엔트	#37	1.5857	1.6300	1.7890	1.9008	1.6166	1.7180	1.5512
범양식품	#6	1.2633	1.5958	1.6622	1.8048	1.6816	1.8492	1.8812
범양증권	#35	1.4999	1.4971	1.5562	1.7234	1.7580	1.7878	1.4612
삼화강제강	#28	1.4943	1.5377	1.4179	1.7933	1.7150	1.5812	1.8765
조흥화학	#17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0587	1.0000	1.0192
삼표화학	#31	1.4930	1.6074	1.6946	1.7992	1.7538	1.9631	1.7146
한일방직	#7	1.0000	1.0000	1.0380	1.2435	1.1058	1.0958	1.0000
남양물산	#8	1.4369	1.5592	1.6168	1.7159	1.4930	1.4542	1.5971
신양물산	#9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0729	1.0190	1.0000
진영산업	#11	1.3780	1.4753	1.4402	1.4566	1.4870	1.3009	1.4372
평균		1.3151	1.3903	1.4215	1.5441	1.4742	1.4769	1.4538
표준편차		(.2334)	(.2734)	(.3031)	(.1798)	(.2887)	(.3582)	(.3433)
평균(50개 주식)		1.4142	1.5855	1.5634	1.6007	1.5788	1.5794	1.5415
시장종합지수		1.7773	1.6266	1.9819	1.8886	1.6237	1.6506	1.5583

2.3.2 주가 수익률의 계산

검증에 사용된 주가수익률의 선택은 1981년 1월 7일부터 1991년 12월 24일까지의 11년간 571개의 주별 수익률을 선정하였다. 주별 수익률을 이용한 이유는 일별수익률이 비동시적 거래, 요일효과 등의 문제가 있으며 이전의 연구에서 주로 일별 수익률을 대부분 사용하였기 때문이다. 월별 수익률의 경우는 자료의 수가 제한되어 있어서 배제하였다. 한신평자료 KIS-SMAT에 의하여 이산적인 수익률을 구했는데 이 자료에 따라 수요일종가와 직전 수요일 종가에 의하여 구했으며 그 사이의 거래일이 몇일인지의 여부에 관계없이 수요일에서 수요일까지를 1주로 인정하고 만약 수요일이 비거래일인 경우는 그 이전의 마지막 거래일의 자료를 이용하였다. 사용된 주가 수익률자료는 배당 및 증자를 고려하여 조정된 수익률이다.

〈표 2〉에서 알 수 있듯이 50개 주식 중에서 3개의 주식을 제외한 대부분의 주식이 특성지수 α 의 값의 범위를 1.0에서 2.0사이의 값을 보이고 있다. 이는 fractile의 값이 높을수록 α 추정치의 정확도가 증가하는데 여기서는 .9995, .999, .99, .97로 선정을 하여 특성지수의 값을 추정하였다. 이로부터 세가지 사실을 추론할 수 있다.

첫째는 정규분포가 아닐 가능성이 있다. 가산적 안정성의 검증 결과 보통 판단의 근거로 이용하는 .970 fractile의 값으로 보건대 특성지수 α 의 값이 2.0에 가깝지 않으므로 단일의 정규분포로 보기에 무리가 있다. 특히 주식 #7과 주식 #13의 경우는 특성지수의 값이 1.0으로 나타나서 이는 코쉬분포에 근사하다고 할 수 있다. 둘째는 무한분산의 가능성이다. 이는 특성지수 α 의 값이 2.0보다 작게 되면 분산이 무한대가 되는 결과를 초래하는데 거의 모든 주식의 경우에 있어서 이 범위에 해당하는 값을 보

이고 있으므로 주가 수익률의 분산이 무한대일 가능성을 제시하고 있다. 이는 진실한 주가 수익률의 분포가 파레토분포라는 전제하에 이러한 추론을 내릴 수 있다. 셋째는 파레토 분포가 주가 수익률의 분포를 잘 설명하지 못하고 있다고 해석할 수 있다. 이는 fractile의 값을 변화시켜 가며 α 값을 추정하는데 특정한 특성지수 α , z_f 를 갖고 있는 파레토분포의 특성치들이 fractile을 변화시켜감에 따라 민감하게 변화하고 있으므로 원래의 진실한 분포가 파레토분포가 아님에도 불구하고 일방적으로 파레토분포가 성립한다고 가정한다고 전제하에 추정한 결과일 수 있다.

〈표 3〉은 가산적 안정성의 기본 논리를 이용하여 안정적 분포인가를 검정한 결과이다. 이를 개별종목에 대하여 일단 검정을 한 후에 자본금 규모별로 포트폴리오를 구성하여 동일한 검정을 하였다. 자본금 규모 순으로 대규모기업부터 A, B, C, D, E로 구분하여 포트폴리오를 구성하였다. 포트폴리오를 구성한 이유는 규모효과가 존재하는가를 알기 위해서이다. 먼저 개별 주식의 경우 몇가지 경우를 주목할 필요가 있다.

첫째는 Cauchy분포와 유사한 주가 수익률의 분포를 보이는 경우가 있었다. 주식 #7, #9, #17의 경우는 $\alpha = 1.0$ 으로 값이 합계의 크기에 관계없이 거의 일정하다. 둘째는 정규분포에 근접하는 경우가 있었다. 주식 #33, #43, #44였는데 이는 수익률의 합계의 크기를 증가시킬 경우 $\alpha = 2.0$ 에 가까운 수치를 보이고 있어서 정규분포와 유사한 결과를 얻었다. 셋째는 전형적인 안정적 파레토 분포에 유사한 행태를 보이고 있는 주식이 있었다. 주식 #11, #38, #48의 경우가 특성지수 α 의 값이 변수의 합계의 크기가 증가하더라도 커다란 차이가 없었다. 네째 평균적으로 볼 경우 α 의 값이 1.5에 가까워서 50개 주식의 평균은 안정적 파레토 분포의

$\alpha = 1.5$ 인 경우에 근사하다고 결론을 내릴 수 있다. 그 다음은 자본금 규모에 따른 포트폴리오의 경우이다. 이를 보면 규모에 따른 일정한 효과는 존재하지 않았으나 한가지 일정한 특징으로 볼 수 있는 점은 규모가 작은 포트폴리오 E가 항상 포트폴리오 A보다 작은 수치가 산출되었다는 점이다. 종합주가지수의 경우는 정규분포라고 말하기는 곤란한 특성 수치가 산출되었고 가산적 안정성도 명확하게 성립하지 않는 것으로 나타났다. 50개 주식의 평균의 경우에도 1.5를 중심으로하여 근방에서 변화하고 있으나 정규분포라 하기에는 무리가 있다.

2.5 안정 파레토 분포의 경제적 의미

주가 수익률의 분포를 정규분포라고 볼 수 없고 안정 파레토분포등으로 볼 수 있는 경우가 존재하였다. 그렇다면 과연 주가 수익률 분포가 정규분포가 아니라면 이 사실이 기업재무론에는 어떠한 경제적 의미를 갖고 있는 것일까?

첫째는 평균 분산 기준하에서의 전통적인 분석이 수정되어야 할 필요성이 있다. 포트폴리오 분석시 안정파레토 분포를 이용한 포트폴리오 수익과 위험의 정의를 수정하고 Miller(1990)와 같이 이 파레토 분포쪽의 틀하에서 새로운 분석을 시도할 필요성이 제기된다.

둘째는 이는 통계적 분석의 타당성에 대한 영향의 측면에서 살펴볼 수 있다. 주가 수익률 분포가 정규분포가 아니라면 상관계수나 t 통계량과 같은 정규분포를 전제로 하고 있는 통계적 분석의 타당성이 심각하게 약화될 것이다. 결과적으로 이에 의존한 분석은 잘못된 결과를 초래할 수 있게 된다.

III. 무한 분산 가능성의 탐색

안정성 검정 결과 주가수익률의 분포가 무한분산일 가능성이 제시되었는데 이는 파레토분포가 실제 주가 수익률에 맞는다는 전제하에서 나온 추론이다. 만일 이 무한 분산의 주장이 성립한다면 2차 적률의 존재를 요구하는 통계적 분석의 타당성이 상실될 것이다. 여기서는 실제 주가수익률의 분산이 무한대인가 아니면 어느 특정 시점 범위에서만 일시적으로 증가하는가의 가설을 검정한다. 이 검정을 위하여 먼저 귀무가설은 H_0 : 분산이 유한하며 특정시점의 범위에서 증가, 또는 감소하며 변화한다고 하고 이에 대한 대립가설은 H_1 : 분산이 무한하다고 설정하였다.

3.1 무한 분산의 정의

대칭적 안정분포에서 특성지수 $\alpha=2$ 이면 정규분포, $\alpha=1$ 이면 Cauchy분포가 되며, α 미만의 절대적률은 존재하고 α 이상의 절대적률은 존재하지 않는 것으로 알려졌다. 차수가 k인 절대적률을 $E(|y|^k) = \int_{-\infty}^{\infty} |y|^k f(y) dy$ 로 정의할 경우 k차수의 절대적률이 존재하지 않는다는 의미는 적률을 정의하는 적분이 존재하지 않거나 혹은 단순히 적률 자체가 무한대, 즉 $E(|y|^k) = +\infty$ 인 사실을 의미한다. 따라서 안정적 분포에서는 $\alpha=2$ 일 경우에 분산이 존재하며, 평균치는 $\alpha > 1$ 인 경우에 존재하게 된다.

3.2 무한 분산의 경제적 의미

분산은 안정 파레토 분포쪽에서는 무한, 즉 정의가 되지 않는다. Cootner(1964), Miller(1990)는 모두 무한 분산의 개념이 받아들일 수 없다고 하였다.

이어서 이들은 지난 40년간의 자본시장 연구가 중대한 결함이 있을지도 모른다는 가능성을 지적하였다. Cootner (1964)는 언급하기를 Mandelbrot가 옳다면 "우리의 거의 모든 통계적인 기법들이 쓸모없게 될 것이다" 라고 언급하였다. 그는 우리가 "몇세기 동안의 작업을 쓰레기로 만들어 버리기"전에 더 많은 증거가 필요하다고 하였다.⁶⁾

이 무한 분산 가설의 영향을 효율적 시장가설과 평균분산기준, 그밖의 기업재무론분야에의 영향을 생각해볼 수 있다.

EMH가 독립성을 가정하는 것은 아니지만 통계적 검정에 사용되는 기법은 독립성과 유한분산을 가정하고 있다. 따라서 무한분산의 가능성이 인정되면 효율적 시장가설의 검정도 타당성이 상실될 것이다. 평균분산 기준하에서는 위험의 측정치로 분산대신에 다른 지표가 사용되어야 할 것이다. 기타 기업재무론에의 영향은 여러 재무론의 이론들, 즉 위험의 측정시 이차적률의 존재를 전제로 한다던지, 주식 옵션이나 전환 사채, 금융 파생 상품 등의 연구가 수익률분산의 명확한 측정과 분산의 유한성을 전제하고 있으므로 본 논문의 결과는 이에 대한 새로운 연구의 확장과 필요성을 뒷받침 해주는 증거의 역할을 하고 있다.

3.3 무한 분산의 실증 분석

분석대상자료가 시간 순서로 나열되었다고 가정하자. 일정 단위기간 (1,t) 의 표준편차를 SD_1 ,그 다음 누적 단위 기간 (1,2t)의 표준편차를 SD_2 , 3번째 누적 단위기간(1,3t)의 표준편차를 SD_3 , 그 다음 단위 기간 (1,(N-1)t)의 표준편차

를 $SD_{(N-1)}$ 이라고 하자.이제 각 기간의 표준편차를 나타내는 변수 SD_i 간에는 식(3-1)의 선형관계식이 성립한다. 논의를 위해

$$SD_i: \text{자료 일련번호상 } 1 \text{에서 } i \text{까지의 표준편차,}$$

$$r_i : \text{자료 일련번호상 } (1,i) \text{에서 } (1,i+1) \text{로}$$

자료 증가시 표준편차의 증가율로 기호를 정의하면,

$$SD_{i+1} = SD_i + a_i \quad SD_i = (1 + r_i)SD_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (3-1)$$

의 초기 관계식이 성립한다. 이 식이 검정회귀식이 된다.

(3-1)식을 풀어 써서 일반항으로 표시하면,

$$SD_N = SD_1 \prod_{i=1}^{N-1} (1 + r_i) \quad (3-2)$$

으로 표현 할 수 있다.

이 일반항 (3-2)식은 실증 검증을 위하여 변형시킨다. 이 때 각 비교 기간의 표준편차의 변화율 r_i 의 평균을 r_{avg} 라고 하면 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$SD_N = SD_1 (1 + r_{avg})^{N-1} \quad (3-3)$$

이 (3-3)식을 이용하여 표준편차의 무한여부를 검증할 수 있는데, 이 두 (3-2)식과 (3-3)식에서 (3-4)의 관계식이 성립한다.

$$(1 + r_{avg})^{N-1} = \prod_{i=1}^{N-1} (1 + r_i) \quad (3-4)$$

그러므로,

$$r_{avg} = \prod_{i=1}^{N-1} (1 + r_i)^{\frac{1}{N-1}} - 1 \quad (3-5)$$

이 된다. 실제 실증 분석시 r_{avg} 의 값을 구할 때는 (3-5)식에 자연대수를 취하여 용이하게 구할 수 있

6) Peters, (1996), p.37

다.⁷⁾

이 기본 논리하에 제차 방정식을 이용해 (3-3)식의 r_{avg} 의 추정값으로 분산의 발산, 수렴여부를 판단한다. (3-3)식에서 SD_1 은 첫번째 단위기간의 표준편차이므로 항상 양(+)⁸⁾의 값을 가지므로, 변화율을 나타내는 항인 $(1+r_{avg}) > 1$, 즉 $r_{avg} > 0$ 인 경우에 이 SD_N 의 값은 $+\infty$ 로 발산한다. 따라서 귀무가설 $H_0: \sigma^2 < \infty$ 은 $r_{avg} > 0$ 인 경우에 기각되게 된다. 그러므로 (3-5)식에 의하여 이론적으로 유도가 된 평균증가율인 r_{avg} 의 값, 즉 발산이나 수렴이냐를 판단할 수 있는 수치를 추정한 후 (3-1)식을 이용해 통계적 유의성을 t값으로 검증한다.

실증검증시는 분산이 변화하는 단위기간, 즉 (3-1)식의 모형에서 (1, t) (1, 2t), (1, (N-1)t)의 (N-1)의 기간을 실제 주가 자료가 각 주식마다 1981년 1월부터 1991년 12월까지의 주별 주가 수익률인 571개의 자료이므로 이를 고려하고 무한 분산과 유한 분산의 특성을 가장 잘 나타낼 수 있는 크기를 여러번 변경시켜 가면서 실험을 실시하여 단위기간을 선정하였다. 즉 만일 30개로 선정하면 (1, 30), (1, 60) (1, 90), ..., (1, 571)의 분산을 구하여 검증하는 것이다. 여기서는 자료의 수를 처음에 일단 30개 정도로 분산을 구한 뒤에 표본의 크기를 1개씩 증가시켜 가면서 변화율을 측정하였다. 즉, (1, 30), (1, 31), (1, 32), (1, 33), ..., (1, 571)으로 구간을 선정하여⁸⁾ 분산을 구하고 r_{avg} 를 추정하여 통계적인 검정을 하는 것이다.

이 방법에 의한 결과가 <표 4>에 제시되어 있다.

r_{avg} 의 수치는 평균증가율의 값을 나타내며 회귀계수는 (3-1)식을 검정한 결과이다. T값으로 표시된 값은 귀무가설 $H_0: (1+r_{avg})=1$ 즉, $r_{avg} = 0$ 을 검정한 결과이다. 이를 검정함에 있어서 개별주식과 자본금 규모를 기준으로 한 두가지 방식으로 검정하였다.

첫째 50개의 주식을 앞 (3-5)식에 의해 제시된 방법으로 검증한 결과 α_{avg} 가 (+)의 값을 갖는 경우는 주식 #11, #13, #17, #21, #29, #30, #32, #34, #35, #37, #43, #47의 12개 주식의 경우가 이러한 결과가 나왔다. 회귀식 (3-3)의 검정식 $(1+r_{avg}) > 1$ 으로서 통계적으로 계수의 유의성이 있는 경우는 #13, #17, #21, #29, #30, #34, #35, #44, #47의 9개 주식의 경우였다. 이론상으로 이 12개 종목의 주가수익률의 분산이 무한대라는 의미인데 실제로 통계적으로 t값이 10% 수준에서 유의성이 있는 경우는 주식 #17의 한 주식의 경우에 불과했다. 주가수익률이 유한하다는 수치가 얻어진 경우는 41개주식의 경우이었는데 5%의 통계적으로 유의성이 있는 경우는 25개 주식의 경우였다. 결론적으로 5%의 유의수준에서 50개 주식 중 분산이 무한대일 가능성의 대립가설이 채택된 경우는 없었다.

주가수익률의 분산의 시계열적 상관관계를 감소시키고자 하는 의도에서 수익률의 순서를 역으로 혹은 임의순으로 재배열하여 동일한 검정을 실시한 결과가 <표 5>와 <표 6>이다. <표 5>는 동일한 검정을 주가 수익률의 시계열적인 순서를 역으로 하여 시행한 결과인데, 분산의 평균증가율이 0보다 크며 회

7) $r_{avg} = \exp\left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \ln(1+r_i)\right] - 1$

8) 자료의 단위기간인 (1, t) (1, 2t) ... (1, (N-1)t)를 나타낼 경우 t를 1로 하였음에도 불구하고 최초의 표준편차를 구하는 기간을 (1, 2) (1, 3) (1, 4) ... (1, 571)로 하지 않고 (1, 30), (1, 31) (1, 32) ... (1, 571)로 최초의 단위기간을 (1, 30)으로 선정하는 이유는 전자의 방식보다는 후자의 방식이 경제적으로 더 의미가 있다고 판단하였기 때문이다.

<표 4> 평균 증가율

회사명	일련번호	r_{avg} (3-5)식	회귀계수(3-1)식	t 값
포트폴리오 A				
조흥은행	#46	-.52177E-03	.9991790	-3.3365
기아자동차	#36	-.11058E-02	.9985438	-6.5021
대우증권	#48	-.29426E-03	.9996184	-.95574
한화화학	#16	-.68351E-03	.9991652	-3.3646
대한항공	#45	-.10324E-02	.9985766	-6.8582
동서증권	#49	-.65153E-03	.9990463	-2.3695
한미화학	#26	-.11856E-02	.9983161	-7.0648
아남산업	#33	-.20752E-03	.9997543	-.52963
오리엔트	#34	.36830E-03	1.000239	.79181
현대차	#40	-.16702E-03	.9998216	-5.0582
평균		-.5481E-03	.9992	-3.0695
표준편차		(.4884E-03)	(.6296E-03)	(2.8896)
포트폴리오 B				
엘지통신	#32	.12393E-03	.9999997	-.000463
미도파	#44	-.11856E-02	1.000537	1.3716
효성물산	#42	-.87065E-03	.9988670	-2.9471
엘지화학	#18	-.98950E-03	.9986026	-6.8543
새마을	#14	-.76156E-03	.9988501	-3.3790
농협은행	#47	.21146E-03	1.000257	.67687
신한증권	#13	.68155E-03	1.000124	.13888
한국타이어	#23	-.84843E-03	.9998029	-.62233
동양증권	#4	-.57525E-03	.9992769	-2.7705
부흥	#10	-.11481E-02	.9981501	-8.9075
평균		-.5362E-03	.9994	-2.3294
표준편차		(.6447E-03)	(.8063E-03)	(3.3762)
포트폴리오 C				
아시아시멘트	#25	-.87092E-03	.9988783	-1.4345
아산개발	#24	-.63137E-03	.9991352	-.36684
백산개발	#38	-.42413E-03	.9995286	-1.3545
대일약품	#12	-.50880E-03	.9993593	-1.2791
한일약품	#20	-.64170E-03	.9987491	-3.5595
세원화학	#5	-.35250E-03	.9995515	-1.7079
해동화학	#50	-.34278E-03	.9994928	-1.2425
유림	#41	-.89745E-03	.9984284	-6.6053
한국화장품	#22	-.14427E-03	.9998029	-.62233
진양	#19	-.92433E-03	.9987491	-3.5595
평균		-.5738E-03	.9992	-2.5034
표준편차		(.2662E-03)	(.4478E-03)	(1.8299)
포트폴리오 D				
수출포장	#15	-.38042E-02	.9995494	-.98134
연합철강	#27	-.12328E-03	.9980154	-5.4423
한진개발	#39	-.61215E-03	.9993128	-2.0416
삼화왕관	#30	.20054E-02	1.000820	1.0682
대림수산	#3	-.20966E-03	.9997319	-.90234
동양강철	#29	.30486E-03	1.000117	.20378
한독약품	#21	.43992E-03	1.000410	1.1292
대상산업	#43	.81219E-03	.9987958	-5.5645
남양유업	#2	-.63508E-03	.9990898	-3.3016
신라교역	#1	-.67573E-03	.9989078	-3.5867
평균		-.2498E-03	.9995	-1.9419
표준편차		(.1495E-02)	(.8337E-03)	(2.4730)
포트폴리오 E				
오리엔트	#37	.43088E-04	.9998712	.16605
법양식품	#6	-.76304E-03	.9988745	-3.8232
삼화론멘서	#35	.62766E-04	1.000010	.028142
세아제강	#28	-.11631E-02	.9983079	-7.2439
조흥화학	#17	.71563E-03	1.000725	1.5688
삼표제작소	#31	-.52096E-03	.9993647	-1.8666
한일방직	#7	-.63550E-03	.9989075	-2.4591
남선물산	#8	-.20723E-06	.9999406	-1.2687
중앙염색	#9	-.75529E-04	.9998281	-.35293
진영산업	#11	.43346E-04	.9999621	-.06928
평균		-.2294E-03	.9996	-1.4179
표준편차		(.5384E-03)	(.7097E-03)	(2.5637)
평균(50개주식)		-.4275E-03	.9994	-2.252
표준편차		(.7881E-03)	(.6886)	(2.624)

방 승 록

(표 5) 평균 증가율(역순)

회사명	일련 번호	r_{avg} (3-5)식	회귀계수(3-1)식	t 값
포트폴리오 A				
조흥은행	#46	.43385E-03	1.000181	.25797
기아자동차	#36	.96372E-03	1.000794	1.8141
대우증권	#48	.10461E-03	1.000054	.12555
한화화학	#16	.53170E-03	1.000417	.83566
대한항공	#45	.69674E-03	1.000564	1.2970
동서증권	#49	.30416E-03	1.000220	.43377
한보철강	#26	.15098E-02	1.000939	1.6618
아남산업	#33	.10324E-02	1.000819	2.5633
아온전기	#34	.11370E-02	1.000836	2.3750
현대차	#40	.46624E-03	1.000456	1.3882
평균		.7180E-03	1.00053	1.2752
표준편차		(.4331E-03)	(.3123E-03)	(.8550)
포트폴리오 B				
엘지통신	#32	.39029E-03	1.000280	.56185
미도과	#44	.43099E-03	1.000356	1.1472
효성물산	#42	.60322E-03	1.000595	1.2912
엘지화학	#18	.54919E-03	1.000433	.96341
세종약품	#14	.53209E-03	1.000367	.76435
동아투자	#47	.24855E-03	1.000091	.16275
신한증권	#13	.31700E-03	1.000334	.36878
한국타이어	#23	.61277E-03	1.000584	1.6702
동양증권	#4	-.16196E-04	.9999563	-.14087
부흥	#10	.15906E-03	1.000072	.13055
평균		.3827E-03	1.00031	.6919
표준편차		(.2069E-03)	(.2129E-03)	(.5785)
포트폴리오 C				
아시아시멘트	#25	.60211E-03	1.000599	1.8711
내소날푸라스	#24	.18835E-04	.9999604	.085542
백산개발	#38	.14654E-02	1.001007	2.1754
태화	#12	-.51153E-03	.9992490	2.1719
한일약품	#20	.39337E-03	1.000273	.62332
세원	#5	-.38392E-03	.9995042	-.16853
해동화학	#50	.95199E-03	1.000600	1.3437
유림	#41	.83954E-03	1.000684	1.5663
한진화학	#22	-.14427E-03	.9998029	-.62233
한진양광	#19	.15667E-02	1.001133	2.3563
진양		.4127E-03	1.00026	.9068
표준편차		(.6617E-03)	(.6064E-03)	(1.3026)
포트폴리오 D				
수출포장	#15	.79441E-03	1.000755	1.3571
연철강	#27	.91452E-03	1.000605	.90644
한진개발	#39	.32669E-03	1.000309	.93696
삼화왕관	#30	.78713E-03	1.000494	1.0639
대림수산	#3	-.14786E-03	.9998150	-.67819
동양강철	#29	.45048E-03	1.000350	.63685
한양약품	#21	.51756E-03	1.000352	.96864
현대상사	#43	.55704E-03	1.000503	1.6042
현상유업	#2	-.12714E-04	.9999580	-.13049
신라교역	#1	-.73481E-03	.9990048	-4.3342
신교		.4123E-03	1.00024	.3149
표준편차		(.6104E-03)	(.5447E-03)	(1.8182)
포트폴리오 E				
엔트	#37	-.36237E-03	.9994657	-.17443
리엔식품	#6	.18443E-02	1.000906	1.7552
법양	#35	.25484E-03	1.000269	.81640
삼화강	#28	.87694E-03	1.000748	1.9594
조흥제약	#17	.27482E-02	1.000620	.73279
삼표제작소	#31	.34294E-03	1.000279	.69030
한일방직	#7	.10560E-02	1.000658	1.7273
한진물산	#8	.13504E-02	1.000912	1.3611
신양염업	#9	.11771E-02	1.000590	1.1969
진영	#11	-.64177E-03	.9991294	-.29608
표준편차		.8646E-03	1.00036	.5534
		(.1016E-03)	(.6048E-03)	(1.6198)
평균(50개주식)		.5581E-03	1.00034	.7485
표준편차		(.6483E-03)	(.4758E-03)	(1.306)

〈표 6〉 평균 증가율(임의순)

회사명	일련번호	r_{avg} (3-5)식	회귀계수 (3-1)식	t 값
포트폴리오 A				
조흥은행	#46	.41640E-03	1.000024	.044918
기아자동차	#36	.28630E-03	.9995741	-.41882
대우증권	#48	.87025E-04	.9995609	-.69210
한화화학	#16	.68755E-03	1.000458	1.3189
대한항공	#45	.53663E-03	1.000209	.47315
동성증권	#49	.69000E-03	.9996092	-.35247
한보철강	#26	.67034E-04	.9990994	-.92438
아남산업	#33	.65680E-04	.9997057	-.59171
오리온전기	#34	-.44642E-03	.9990318	-2.0063
현대차	#40	.36971E-03	1.000170	.44972
평균		.2760E-03	.9997	-.2699
표준편차		(.3468E-03)	(.4703E-03)	(.9097)
포트폴리오 B				
엘지통신	#32	.37511E-03	1.000014	.029342
미도파	#44	-.47277E-04	.9998443	-.52982
효성물산	#42	.63993E-03	.9995480	-.43259
엘지화학	#18	-.30575E-03	.9995419	-.68277
새물	#14	.57249E-03	1.000579	1.7851
동아부	#47	.12645E-03	1.000128	.28213
신호제지	#13	-.49067E-03	.9983289	-1.3230
한국타이어	#23	.12656E-03	.9997827	-.43402
동양제과	#4	.16394E-03	1.000115	.35247
부흥	#10	-.18328E-03	.9992440	-1.1952
평균		.9775E-04	.9997	-.2148
표준편차		(.3669E-03)	(.6333E-03)	(.8963)
포트폴리오 C				
아시아시멘트	#25	-.45755E-05	.9999167	-.29863
내소날푸라스	#24	.37212E-03	.9998548	-.18240
벽산개발	#38	-.43161E-05	.9992015	-.91892
태화	#12	-.39089E-04	.9999714	-.9809
한일약품	#20	.74622E-04	.9998311	-.33635
세원	#5	.48026E-03	1.000281	.75151
해동화재	#50	.12771E-02	1.000061	.07325
유림	#41	.18539E-03	.9996274	-.49539
한국화장품	#22	-.36280E-04	1.000376	.61749
진양	#19	.33095E-03	.9991339	-.71191
평균		.2636E-03	.9998	-.2482
표준편차		(.4024E-03)	(.4087E-03)	(.5897)
포트폴리오 D				
수출포장	#15	.40973E-03	.9994257	-.57716
연합개발	#27	.97930E-03	.9997842	-.22360
한진개발	#39	.38793E-03	1.000024	.057726
삼화왕관	#30	.55178E-03	1.000032	.04966
대일강철	#3	-.83773E-04	.9996153	-.70954
동양강철	#29	.52357E-03	.9998335	-.20516
한일약품	#21	-.51686E-03	.9994581	-1.4088
현대상사	#43	.26486E-03	.9999584	-.077495
남양유업	#2	-.37015E-03	.9996394	-.61423
신라교역	#1	.45043E-03	1.000268	.49293
평균		.2596E-03	.9998	-.3216
표준편차		(.4553E-03)	(.2721E-03)	(.5282)
포트폴리오 E				
오리엔트	#37	.34900E-03	1.000299	1.0924
범양식품	#6	.47811E-03	1.000631	1.0447
삼화콘덴서	#35	-.43228E-03	.9991144	-2.4547
세아제강	#28	-.55053E-05	.9997430	-.58189
조흥화학	#17	.49154E-03	1.000491	.95469
삼표제작소	#31	.84891E-03	.9998775	-.13560
한일방직	#7	-.45608E-03	.9992751	-1.6505
한신물산	#8	-.10659E-02	.9976042	-2.3217
중앙염색	#9	-.40357E-04	1.000591	.6678
중앙염색	#11	.58408E-03	.9996397	-.4278
평균		.7515E-04	.9997	-.3813
표준편차		(.5897E-03)	(.9184E-03)	(1.3690)
평균(50개주식)		.1944E-03	.9998	-.2872
표준편차		(.4319E-03)	(.5611E-03)	(.8732)

귀계수가 유의수준 5%에서 무한분산 가능성을 인정한 주식의 경우가 4개 종목이 존재하였는데 #12, #19, #33, #38의 주식이 이에 해당한다. 이 결과는 원래의 순서로 검정한 결과에 비하면 주목할 만한 결과로 볼 수 있다. <표 6>은 실제 수익률의 순서를 임의로 재배열시켜서 동일한 검정을 하였는데 평균증가율의 수치가 (+)인 경우가 상당히 많이 존재하였으나 5% 유의수준에서 통계적인 유의성이 존재한 경우는 없었다.

포트폴리오의 경우는 <표 4>과 <표 5>의 경우는 서로 방향을 반대로 하여 검정한 결과이므로 평균증가율의 크기와 회귀계수가 부호와 크기에 있어서 서로 다른 방향으로 나타나고 있음을 알 수 있다. 시계열적인 상관성을 감소시킨 후, 즉 순서의 배열을 무작위로 한 경우의 검증은 자본금 규모별로 뚜렷한 특징이 있다고 할 수 없었다. 그러나 이는 본 연구가 대상으로 하고 있는 표본주식의 수가 제한되어 있기 때문일 수도 있어 실제로 표본주식을 늘려 검증해보는 연구가 필요하다고 하겠다.

IV. 결 론

본 연구는 기업 재무론에서 주요한 논쟁점 중의 하나인 주가 수익률분포에 관하여 논의하였다. 연구 동기중의 하나는 이 분야에 대한 연구가 많지 않기 때문이다. 우리나라의 이 분야에 대한 연구는 성삼경, 안진철(1979)의 연구와 김대훈, 이상빈(1989)의 연구가 있다. 전자의 경우는 "안정 파레티안 분포 가설"이라고 되어 있지만 그 내용이 안정 파레티안의 분포가설에 대한 설명과 검정을 자세히 다루고 있지 않다. 보다 자세한 연구는 후자의 연구인데 이

논문에서는 전반부에서는 안정파레토 분포를 세밀하게 검정하고, 그 후반부에서는 정규분포의 혼합가설을 검정하여 이 두 분포 가설을 검정하고 있다.

이 연구들과 본 연구와의 차이점은 다음과 같다.

첫째, 특성지수 추정시 fractile을 성삼경, 안진철(1979)의 경우는 .950을, 김대훈, 이상빈(1989)의 경우는 Fama, Roll(1971)이 사용한 것과 동일한 .970을 사용하여 검정했는데 비하여 본 연구는 특성지수의 추정시 정확도를 높이고자 .9995, .9990, .9900, .970을 사용하였고, 가산적 안정성의 검정시는 .970을 사용하여 표포 제시하였다. 둘째, 안정 파레토 분포의 검정이라는 논의점은 동일하나 안정 파레토 분포의 특성중의 하나인 무한분산의 특성에 관하여 본 논문의 후반부에서 다루었다. 셋째 설명상 안정 파레토 분포의 모수 추정의 설명을 지금까지의 연구를 정리하여 되도록이면 쉽게 그 과정을 설명하려고 했으며, 무한 분산 가설 추정시는 새로운 방법으로 시도하였다

본 연구의 또 다른 연구 동기는 수익률분포가 안정 파레토분포족을 따른다고 할 경우 이 분포의 특성상 분산의 비존재 또는 무한 분산의 가능성이 제기되는데 본 연구는 이 문제를 부각시켜 그 타당성을 통계적인 모형을 유도하여 검증하고자 하였다. 표준편차를 이용한 단순한 형식의 계차방정식을 통하여 이론적인 증가율과 이 수치의 통계적인 유의성을 검정하였다.

이 두 논의점을 50개 상장기업의 주별 수익률에 관하여 검증하였다. 먼저 가산적 안정성 검정의 기본논리를 밝히고 상세히 설명하였다. 이를 개별주식 수익률에 대하여 누적확률밀도함수를 통한 fractile을 .9995, .9990, .9900, .970로 달리해가면서 검정하였다. 검증 결과 개별 종목에 따라서 정규분포, 코쉬분포, 또한 전형적인 안정적 파레토분포를

보이는 경우가 존재함을 증거로 보였고, 동시에 주식 수익률의 무한분산의 가능성이 있음을 제기하였다.

이어서 무한분산의 가능성에 관하여 무한분산의 통계적 의미를 정의하고 실제로 주식 수익률이 무한분산이라면 기업재무론에 어떠한 영향이 있을 것인가를 탐색하였다. 만일 무한분산의 실증적인 증거가 확인되면 지난 수십년간의 기업재무론에서 당연시하며 주장해왔던 많은 이론들이 잘못된 결론을 도출하고 있으며 결과적으로 쓸모없는 논쟁거리가 될 것이라는 위협성을 지적하고 결론에 신중을 기하여야 함을 지적했다.

이 무한 분산의 실증분석은 단순한 계차 방정식을 이용하여 발산, 수렴 여부를 표본으로 선정된 주식들에 관하여 검증하는 식으로 논의하였다. 시계열적인 상관관계가 검정통계량에 대한 영향을 제거하기 위하여 표본을 원래 순서, 역순, 임의순의 세가지 방식으로 분산의 평균 증가율과 통계적 유의성을 검정하였다. 이 검정시 개별주식과 자본금 규모를 기준으로하여 두가지 방식으로 실시하였으나 규모효과는 뚜렷하게 나타나지 않았다. 여기서 가장 경제적인 의미가 있는 경우는 수익률을 임의순으로 배열한 경우인데 검증 결과 무한분산의 가능성을 보이는 주식이 거의 존재하지 않음을 증거로 제시하였다.

참 고 문 헌

김대훈, 이상빈 (1989), "한국 주식 수익률의 분포에 관한 실증적 연구," 재무연구, 57-81.
 방승욱, 조용대 (1995), "주가 수익률 행태의 구조 변화에 관한 연구," 경영연구, 29, 1,

5-42.
 방승욱 (1994), *주가수익률 행태의 구조변화에 관한 연구*, 서울대학교 대학원.
 성삼경, 안진철 (1986) "한국 주식가격변동의 안정 파레티안 분포가설의 검증," 경영학 연구, 15, 57-80.
 성삼경, 조용대 (1993), "한국 증권 일별 수익률 분포모형의 연구," 경영연구, 27, 2, 40-55.
 이 필상, 안동현 (1991), "우리나라 증권시장에서의 이산적 혼합정규분포 모형의 검증," 경영논총, 35, 61-80.
 조담 (1979), "우리나라 증권시장 주가변동에 관한 연구 -평균, 분산 기준의 재검토를 위하여," 흥대논총, 11.
 Barnea, A, and D. H. Downes (1973), "A Reexamination of the Empirical Distribution of Stock Price Changes," *Journal of the American Statistical Association*, 68, 348-350.
 Blattberg, Robert and Nicholas Gonedes (1974), "A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices," *Journal of Business*, 47, April, 244-280.
 Boness, A. J., A. Chen, and S. Jatusipitak (1974), "Investigation of Nonstationarity in Prices," *Journal of Business*, 47, October, 518-537.
 Brown, Durbin, Evans (1975), "Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time," *Journal of the*

- Royal Statistical Association, Series B*, 37, 149-163.
- Cootner, P. (Ed.) (1964). *The Random Character of Stock Market Prices*, Cambridge, MA, M.I.T. Press.
- Cornew, R. W., D. E. Town and L. D. Crowson (1984), "Stable Distributions, Futures Prices, and the Measure of Trading Performance," *The Journal of Futures Markets*, 4, 4, 531-557.
- DuMouchel, W. H. (1973), "Stable Distributions in Statistical Inference 1: Symmetric Stable Distributions Compared to Other Symmetric Long-Tailed Distributions," *Journal of the American Statistical Association*, 68, 469-477.
- (1983), "Estimating the Stable Index in order to Measure Tail Thickness: A Critique," *The Annals of Statistics*, 11, 4, 1019-1031.
- Fama, E. F. and Roll (1968), "Some Properties of Symmetric Stable Distributions," *Journal of the American Statistical Association*, 78, 28-36.
- (1971), "Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions," *Journal of the American Statistical Association*, 66, 331-338.
- Feller, W.(1966), *Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Vol. 2, New York, Wiley.
- Fielitz, B. D. and J. P. Rozelle (1983), "Stable Distributions and the Mixture of Distributions Hypotheses of Common Stock Returns," *Journal of the American Statistical Association*, 78, 28-36.
- Hagerman, Robert (1978), "More Evidence on the Distribution of Security Returns," *Journal of Finance*, 33, September, 1213-1220.
- Hsu Der-Ann, R. B. Miller, and D. W. Wichern(1974), "On the Stable Paretian Behavior of Stock Market Prices," *Journal of the American Statistical Association*, 69, 108-113.
- Hsu Der-Ann (1984), "The Behavior of Stock Returns: Is It Stationary or Evolutionary?," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19, 11-28.
- Kon, Stanley J. (1984), "Models of Stock Returns - A Comparison," *Journal of Finance*, 39, 1.
- Leitch, R. A. and A. S. Paulson (1975), "Estimation of Stable Law Parameters: Stock Price Behavior Application," *Journal of the American Statistical Association*, 70, 690-697.
- Miller(1990), *Theory of Finance*.
- Officer, Robert R. (1973), "The Variability of the Market Factor of New York Stock Exchange," *Journal of Business*, 46, 434-453.
- (1972), "The Distribution of Stock Returns," *Journal of the American Statistical Association*,

67, December, 807-812.

Perry (1983), "More Evidence on the Nature of the Distribution of Security Returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 18, June, 211-222.

Peters (1966), *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility*, 2nd. Ed., John Wiley & Sons Inc.

Praetz, Peter (1972), "The Distribution of Share Price Changes," *Journal of Business*, 45, January, 49-55.

Press, S. James (1967), "A Compound Events Model of Security Prices," *Journal of Business*, 40, July, 317-355.

An Application of Stable Paretian Distribution and an Investigation into Infinite Variance

Seung-wook Bahng*

Abstract

This paper focuses on an application of stable Paretian distribution to Korea's stock returns. One motive for this paper is that previous research on the stable Paretian distributions is seldom found in the financial literature of Korea. This paper also investigates the possibility of infinite variance of stock returns. Weekly returns of fifty randomly selected stocks are used as a data base, and the stability under addition test and a new technique for infinite variance are conducted. Statistical investigation into the hypothesis of infinite variance rejected the hypothesis of the infinite variance.

* Post-doctoral Researcher, Faculty of Economics & Politics, University of Cambridge