經營學硏究 第24卷 3號(1995年 8月)

# 신용채권의 현재실현가치평가를 위한 마아코브체인모형*

조 성 표**

논문접수일 : 95. 2
게재확정일 : 95. 5

초 록

외상매출금평가를 위한 기존의 마아코브체인모형에서는 신용채권에서 회수되는 금액의 명목가치만을 추정하거나 단순히 현가요소만을 모형에 도입하고 있었다. 본 논문의 평가모형에서는 신용채권으로부터 회수되는 현금흐름을 각 기간별로 추정하여 신용채권의 실현금액의 현재가치를 계산하였다. 본 모형은 현금흐름의 회수시점은 추정함으로써 기업의 유동성관리에 유용하게 이용될 수 있으며, 산출된 신용채권의 현재실현가치는 신용채권의 매각가격의 결정, 할인정책의 수립, 신용카드가맹점의 차별적 관리 등에 사용될 수 있다. 이러한 신용채권의 실현금액의 현재가치는 단기채권의 평가보다는 장기채권의 평가, 그리고 장기수익의 인식 등 널리 사용될 수 있을 것이다.

* 이 논문은 1994년도 한국회계학회 추계학술발표회에서 발표된 것을 수정한 것이다. 발표시 유익한 비평을 하여 준 표영인교수께 감사드린다. 또한 제출된 논문을 심사하여 주신 익명의 두 심사위원께도 감사드린다.
** 경북대학교 경영학부

# Ⅰ. 서론

오늘날 신용거래는 제조 및 판매기업에서 매우 큰 비중을 차지하고 있다. 신용거래는 판매자 측에서 볼 때는 주요한 판매정책수단 중의 하나이며, 구매자 편에서 보면 주요한 자금원천 중의 하나라고 할 수 있다. 우리 나라 상장된 제조기업들도 매출채권의 비중이 총자산의 16.56%를 차지하고 있다.[1] 그렇기 때문에 신용정책의 설정 및 채권의 회수금액에 대한 추정은 실무에서뿐만 아니라 학계에서도 오랫동안 주목을 받아 왔다.

신용채권은 기본적으로 그로부터의 미래현금유입액의 현재가치로 평가할 수 있다. 이 신용채권의 평가과정은 다음 세 질문으로 요약할 수 있다. 1) 신용채권으로부터 얼마의 현금유입액이 있는가? 2) 그 현금유입은 언제 발생하는가? 3) 그 현금흐름의 현재가치를 계산하는 데에 있어 어떤 할인율이 사용되어야 하는가? 첫 번째 질문은 대손추정에 관한 사항이며, 두 번째 질문은 회수시점, 그리고 세 번째 질문은 자본비용의 결정에 관련된 것이다. 자본비용의 결정은 재무론에서의 핵심과제들 중의 하나로서 회계학 분야에서는 널리 논의되지 않고 있다. 이에 따라 회계학분야에서 신용채권의 가치평가에서는 앞의 두 질문이 핵심을 이루어 왔다.

대손추정에 관련된 첫 번째 질문은 이제까지 실무계 및 학계에서 신용채권의 평가에서 큰 주목을 받아 왔다. 실무계에서는 대손평가시 신용매출액비율법, 기말신용채권잔액비율법, 연령분석법 등을 적용하고 있다. 학계에서도 이와 관련된 논문들이 상당수 있는데, Cyert, Davidson 및 Thompson (1962) (이하 CDT)은 신용채권의 대손추정에 마아코브체인(Markov chain)모형을 처음 도입하였다. 마아코브체인모형은 신용채권의 회수 및 대손행태를 탁월하게 묘사하고 있기 때문에, CDT이후 신용채권의 평가에 이를 응용한 많은 연구들이 나오게 되었다. Lewellen과 Edmister (1973)은 신뢰구간 개념을 이용하여 마아코브체인의 변환확율의 한계구간을 계산하였다. Liebman (1972)은 마아코브의사결정모형을 이용하여 최적신용정책을 개발하였다. Stanford (1989)는 최적배당정책모형을 도입하여 신용채권의 평가 및 최적신용정책에 관한 수학적 모형을 개발하였다.

1) 상장회사협의회, 상장회사총람, 1994년 7월.

앞의 연구들은 첫 번째 질문인 대손추정에 관심을 집중하였으며, 두 번째 질문인 회수시점 및 이에 따른 현재가치추정에 관하여는 무관심하였다.[2] 그런데 기업의 유동성관리에서 "얼마의 금액이 궁극적으로 회수될 것인가?" 즉 명목적인 회수금액뿐만 아니라 "언제 그 금액이 회수될 것인가?"라는 회수시점이 매우 중요하다. 왜냐하면 기업실무상 유동성관리는 기업에서 자금의 유입과 유출을 관리하는 것으로서 이 때 신용채권으로부터의 현금유입시점을 예측하는 것이 필수적이다. 이와 함께 이론적으로도 신용채권의 공정가치는 그의 순실현금액의 현재가치로 평가하여야 하기 때문에 회수시점의 추정이 필요하다.

이 논문에서는 마아코브체인모형으로 신용채권의 회수시점별 회수금액을 추정하며, 이를 이용하여 신용채권의 현재실현가치를 평가하고자 한다. 이 과정에서는 Lieber와 Orgler (1975)가 제시한 신용채권관리에 관한 통합모형의 개념을 이용할 것이다.[3] 본 논문에서 개발된 신용채권의 현재실현가치 모형은 기업의 유동성관리 및 채권의 매각가격결정에 기여할 수 있을 것이다. 특히 이러한 현재실현가치모형은 단기채권보다도 장기채권 및 마아코브체인을 이용한 수익인식과정에 더욱 유용성이 높을 것이다.

## Ⅱ. 마아코브체인의 정의

CDT와 유사하게 여기서도 신용채권을 그 연령에 따라 0에서 n까지 (n+1)개로 구분한다. 따라서 i기간(개월 또는 연)이 지난 신용채권은 연령i에 분류된다. 단 마지막 단계인 연령n에는 연령이 n이상된 모든 채권들이 소속된다. 이 n+1개의 연령들은 마아코브체인에서 상태(state)를 구성한다. 여기서 연령이 i인 신용채권들의 금액의 합계가 $b_i$라고 하자. 즉,

$b_i$ = 연령 i인 신용채권들의 총액

2) 일부 논문들에서는 화폐의 시간가치를 고려하였지만 단순히 할인요소만을 모형에 도입하는 데에 그치고 있다.
3) 이 모형은 개념적으로 우수하나 기술된 함수들의 추정이 용이하지 않다는 어려움을 가지고 있다.

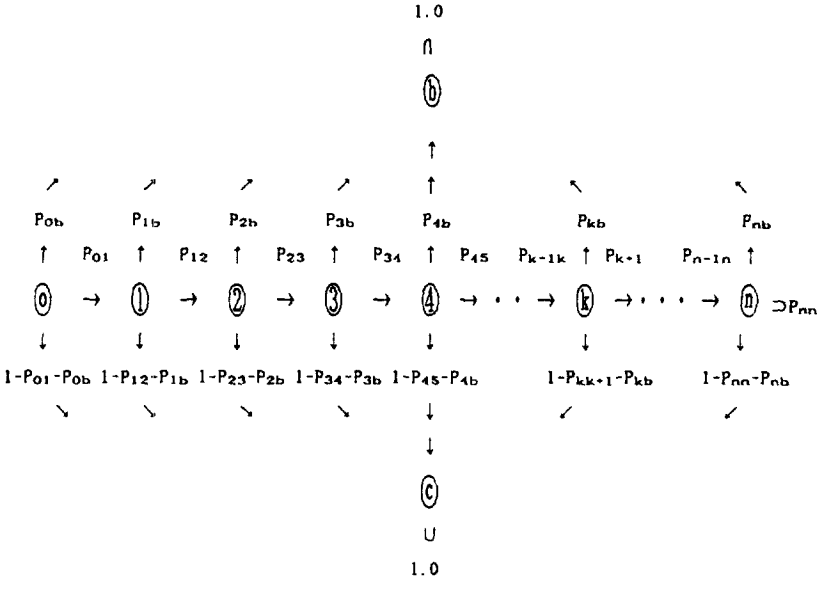
신용채권들이 한 기간이 지나면 어떻게 변화하는지 보자. 현재(t기)에서 다음 기(t+1기)가 되면 부분잔액법(partial balance method: Kuelen et. al. 1981)하에서는 연령i의 신용채권들은 다음 세 상태 중의 하나에 소속하게 된다: 미회수(즉 연령 i+1), 회수(상태 c) 또는 대손 (상태 b).

이때 $b_{ij}$를 t기에서는 상태 i에 있던 채권이 t+1기에는 j상태로 간 채권의 금액이라고 하자 (i, j = 0, 1, 2,…,n−1, n, c, b). 그러면 마아코브체인에서 t기에서는 상태 i에 있던 채권이 t+1기에는 j상태로 가는 변환확률 (transition probability) $P_{ij}$를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_{ij} = \frac{b_{ij}}{\sum_s b_{is}} \quad (i, j, s=0, 1, 2,\cdots,n-1, n, c, b)$$

여기서 변환확률은 안정적 (stationary), 즉 시간에 따라 변동하지 않는다고 가정한다. 이와 함께 일단 대손처리된 것은 이후에는 재회수되지 않는다고 가정한다. 이를 인과그림표로 표시하여 보면 다음 〈그림 1〉과 같다.

〈그림 1〉 인과그림표



신용채권의 고유한 성질로 인하여 이 변환확률 $P_{ij}$는 다음과 같은 특성을 갖는다.

상태 i에 대하여 $P_{ii+1} \geq 0.0$, 그리고 $P_{ib} \geq 0.0$, $P_{ic} \geq 0.0$이며 다른 $P_{ij} = 0.0$ (i = 0, 1, 2,…, n-1).

상태 n에 대하여 $P_{nb} \geq 0.0$, $P_{nc} \geq 0.0$, 그리고 $P_{nn} \geq 0.0$이며 다른 $P_{nj} = 0.0$.

$P_{cc} = 1.0$, $P_{bb} = 1.0$, 그리고 다른 $P_{cj} = P_{bj} = 0.0$, 즉 상태 c, b는 흡수상태 (absorbing state)이다.

변환확률의 특성에 따라,

상태 i에 대하여는 $P_{ii+1} + P_{ic} + P_{ib} = 1.0$ (i = 0, 1, 2,…, n-1), 그리고

상태 n에 대하여는 $P_{nn} + P_{nc} + P_{nb} = 1.0$.

변환행렬 (transition matrix) P는 (n+3)의 상태를 가지고 있는 정방행렬로서, 위와 같은 특성에 따라 다음과 같이 네 부분으로 구분될 수 있다.

| | c | b | 0 | 1 | 2 | 3 | …… | n−1 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| c | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | …… | 0 | 0 |
| b | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | …… | 0 | 0 |
| 0 | $1-P_{01}-P_{0b}$ | $P_{0b}$ | 0 | $P_{01}$ | 0 | 0 | …… | 0 | 0 |
| P=1 | $1-P_{12}-P_{1b}$ | $P_{1b}$ | 0 | 0 | $P_{12}$ | 0 | …… | 0 | 0 |
| 2 | $1-P_{23}-P_{2b}$ | $P_{2b}$ | 0 | 0 | 0 | $P_{23}$ | …… | 0 | 0 |
| : | : | : | : | : | : | : | | : | : |
| n−1 | $1-P_{n-1n}-P_{n-1}{}^{b}$ | $P_{n-1b}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | …… | 0 | $P_{n-1n}$ |
| n | $1-P_{nn}-P_{nb}$ | $P_{nb}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | …… | 0 | $P_{nn}$ |

앞으로 전개의 편이상 위 행렬의 각 부분행렬을 다음과 같이 구분하도록 한다.

$$P = \begin{array}{c|c} \begin{matrix} c & b \end{matrix} & \begin{matrix} 0\cdots n \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} I \\ R \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ Q \end{matrix} \end{array}$$

# Ⅲ. 신용채권의 일정 기간내 회수 및 대손기대비율의 추정

장래 특정 기간 내에 현금흐름을 예측하는 것은 기업의 유동성관리에서 필수적이다. 〈정리 1〉에서 우리는 장래 일정 기간내에 회수될 신용채권금액을 구할 수 있다.

**〈정리 1〉 일정 기간내 신용채권의 회수 및 대손기대비율**

$P^t$를 변환행렬 P의 t제곱이라 하고, $A^t$를 $P^t$의 좌하변 (n+1)*2부분행렬이라고 할 때,

$A^t = \sum_{i=1}^{t} Q^{i-1} * R$ 여기서 $Q^0 = I$

그러면 $A^t$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 장래 t기간내 회수 및 대손기대비율을 표시한다.

〈증명〉

위에서 본 바와 같이 변환행렬 P는 I, O, R, Q 네 부분으로 나누어진다. 행렬의 곱에 의하여 우리는 $P^t$를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P^t = \begin{vmatrix} & c \quad b & 0 \cdots n \\ & I & 0 \\ \sum_{i=1}^{t} Q^{i-1} * R & & Q^t \end{vmatrix}$$

$P(X_t=c/X_o=k)$와 $P(X_t=b/X_o=k)$를 각각 현재 k상태에 있다가 t기간 후에 상태 c와 상태 b에 머무를 확률이라고 하자. 마아코브체인특성(property of Markow chain: Cinlar, p.110)에 의하여,

$P(X_t=c/X_o=k)=P^t(k, j)$ 여기서 $P^t(k, j)$는 $P^t$의 (k, j)원소

이에 따라,

$P(X_t=c/X_o=k)=P^t(k, c)$ 그리고

$P(X_t=b/X_o=k)=P^t(k, b)$.

상태 c와 상태 b는 흡수상태이므로 $P(X_t=c/X_o=k)=\sum_{i=1}^{t} P(X_i=c/X_o=k)$ 그리고 $P(X_t=b/X_o=k)=\sum_{i=1}^{t} P(X_i=b/X_o=k)$. 그런데 $P(X_t=c/X_o=k)$와 $P(X_t=b/X_o=k)$는

$A^t$의 원소들이므로 이들은 각 연령별 신용채권의 장래 t기간내의 회수 및 대손기대비율을 표시한다. Q. E. D.

〈보조정리 1.1〉 신용채권의 회수 및 대손기대비율

$(I-Q)^{-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 회수 및 대손기대비율을 표시한다.

〈증명〉

$A^\infty$를 $P^\infty$ (여기서 $P^\infty = \lim_{t\to\infty} P_t$)의 좌하변 (n+1)*2부분행렬이라면,

각 연령별 신용채권의 회수 및 대손기대비율은 위 〈정리1〉에 의하여 $A^\infty$의 원소들로 표시할 수 있다. 이 때,

$$A^\infty = \sum_{i=1}^{\infty} Q^{i-1}*R = (I + Q^1 + Q^2 + Q^3 + Q^4 + Q^5 + \cdots + Q^t + \cdots)*R$$

모든 i, j에 대하여 $0.0 \le Q(i, j) \le 1.0$ 이고, 모든 i에 대하여 $0.0 \le \sum_j Q(i, j) \le 1.0$ 이기 때문에 $Q^x$는 수렴한다. 그러므로

$$A_\infty = (I-Q)^{-1}*R.$$ Q. E. D.

〈보조정리 1.1〉은 CDT의 〈정리 1〉과 동일하다. 즉 CDT 〈정리 1〉은 본 논문의 〈정리 1〉의 특수한 형태라고 할 수 있다. $A^x$의 각 원소들은 CDT의 행렬 NR과 같이 각 연령별 신용채권의 회수 및 대손기대비율을 표시한다.[4]

전통적으로 대손비율은 매출액에 대한 일정 비율, 또는 외상매출금의 잔액에 대한 일정비율로 추정하거나, 좀 더 세밀하게 외상매출금을 연령별로 구분하여 연령별 대손비율을 추정하는 방법을 사용하여 왔다. 그런데 이 연령분석법에서의 각 연령별 대손비율은 〈부록 1〉에서 볼 수 있는 바와 같이 여러 결합확률의 합으로 이루어져 있기 때문에 이를 일괄적으로 추정하는 것은 용이한 일이 아니다. 반면 마아코브체인모형에서는 각 연령별 외상매출금의 다음 단계에서 각 상태(미회수, 회수, 대손)에 도달하는 비율인 $P_{ij}$만을 추정하면 된다.

4) CDT에서 $N=(I-Q)^{-1}$로서 근본행렬 (fundamental matrix)이라고 부르고 있다.

이 두 모형의 추정방법의 차이를 요약하여 보면 첫째 예측거리(forecasting horizon)에서 차이가 있다. 즉 마아코브체인모형의 예측거리는 1기간인 반면, 연령분석법의 예측거리는 다기간이기 때문에 예측에 어려움이 발생한다. 둘째로 마아코브체인모형은 단위확률인 $P_{ij}$를 추정하는 반면, 연령분석법은 결합확률을 추정하여야 하는 어려움이 있다. 따라서 마아코브체인모형이 연령분석법에 비하여 추정이 용이한 모형임을 알 수 있다.

**〈보조정리 1.2〉 특정기의 신용채권의 회수 및 대손기대비율**

$Q^{t-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 t기의 회수 및 대손기대비율을 표시한다.

〈증명〉

t기에 비로소 회수, 대손되는 신용채권의 비율을 각각 $P(X_t=c,\ X_{t-i}\neq c,\ i=1,\ 2,\cdots,t-1\ /X_0=k)$와 $P(X_t=b,\ X_{t-i}\neq b,\ i=1,\ 2,\cdots,t-1\ /X_0=k)$로 표기할 수 있다. 상태 c와 b는 흡수상태이므로,

$P(X_t=c,\ X_{t-i}\neq c,\ i=1,\ 2,\cdots,t-1\ /X_0=k)=P^t(k,\ c)-P_{t-1}(k,\ c)$

$P(X_t=b,\ X_{t-i}\neq b,\ i=1,\ 2,\cdots,t-1\ /X_0=k)\ =\ P^t(k,\ b)-P^{t-1}(k,\ b)$

〈정리1〉에 따르면 $P^t(k,c)$와 $P^t(k,b)$는 $A^t$의 원소들이고,

$A^t=\ (\sum_{i=1}^{t} Q^{i-1},\ *R$ 이므로,

$A^t-A^{t-1}\ =\ Q^{t-1}*R$이 된다.

이에 따라 $P(X_t=c,\ X_{t-i}\neq c,\ i=1,\ 2,\cdots,t-1\ /X_0=k)$와 $P(X_t=b,\ X_{t-i}\neq b,\ i=1,\ 2,\cdots,t-1\ /X_0=k)$는 각각 $Q^{t-1}*R$의 첫 번째, 두 번째 열(각각 (열과 b열))이 된다. Q. E. D.

## Ⅳ. 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간

이상의 정리들은 신용채권의 회수가능금액의 추정에 관련된 것들이다. 즉 서론에서 본 질문 1) 신용채권으로부터 얼마의 현금유입액이 있는가?에 관한 것이다. 본 장에서는 질문 2) 그 현금유입은 언제 발생하는가? 즉 회수시점에 관하여 살펴보고자 한다. 〈보조정리 1.2〉에서 우

리는 $Q^{t-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 t기의 회수 및 대손기대비율을 표시함을 본 바 있다. 이를 이용하여 우리는 다음과 같이 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간을 구할 수 있다.

**〈정리 2〉 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간**

$[(I-Q)^{-2}*R$의 원소$]/[(I-Q)^{-1}*R$의 원소$]$들은 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간을 표시한다.

〈증명〉

신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간의 회수 또는 대손비율에 대한 가중평균치는 다음의 식에 의하여 표시할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} Q^{i-1}*R$$

이를 L이라 놓으면

$$L = (I+2*Q^1 + 3*Q^2 + 4*Q^3 + 5*Q^4 + \cdots + (k+1)*Q^k + \cdots)*R$$

L에 Q를 곱하여 L에서 차감하면,

$$L-QL = (I + Q^1 + Q^2 + Q^3 + Q^4 + \cdots + Q^k + \cdots)*R$$

괄호 안의 식은 〈보조정리 1.1〉에서 $(I-Q)^{-1}$로 수렴함을 본 바 있다. 이에 따라,

$$(I-Q)L = (I-Q)^{-1}*R$$

$$L = (I-Q)^{-2}*R$$

이 행렬의 원소들은 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간의 회수 또는 대손비율에 대한 가중평균치이므로 기대회수기간 또는 기대대손기간을 구하려면 각 연령별 신용채권의 회수 및 대손기대비율을 표시하는 $(I-Q)^{-1}*R$의 원소들로 나누어 주어야 한다. 그러므로 $[(I-Q)^{-2}*R$의 원소$]/[(I-Q)^{-1}*R$의 원소$]$들은 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간을 표시한다. Q. E. D.

# V. 신용채권의 현재실현가치 추정

신용채권은 기본적으로 그로부터 미래에 회수되는 금액의 현재가치로 평가된다. 따라서 신용채권을 평가하기 위하여는 그로부터 회수되는 금액들을 회수시점별로 추정하여 이들을 자본비용으로 할인하여야 이의 공정가치를 구할 수 있다.

위 〈정리 2〉에서 $[(I-Q)^{-2}*R$의 원소$]/[(I-Q)^{-1}*R$의 원소$]$의 첫째 열은 기대회수기간, 즉 각 연령에 속하여 있는 채권이 평균적으로 얼마의 기간이 지나서 회수될 것인가를 표시하는 것이다. 우리는 이를 이용하여 신용채권의 현재실현가치를 구할 수 있다. $[(I-Q)^{-2}*R$의 원소$]/[(I-Q)^{-1}*R$의 원소$]$의 첫째 열의 원소를 $e_k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots, n-1, n)$이고 현가계수를 a라고 하면 $[a = (1 + \text{자본비용})^{-1}]$, 현재가치는 $ae_k$를 〈보조정리 1.1〉에서 구한 $(I-Q)^{-1}*R$의 각 원소들에게 곱하면 각 연령별 회수비율의 현재가치를 구할 수 있다.

이러한 방법뿐만 아니라 〈보조정리 1.2〉를 이용하여도 회수비율의 현재가치를 구할 수 있다. 〈보조정리 1.2〉에서의 $Q^{t-1}*R$은 각 연령별 신용채권의 t기의 회수 및 대손기대비율을 표시한다. 채권의 회수가 기말에 이루어진다고 가정하면 여기에 현가계수를 곱함으로써, t기의 회수(또는 대손)되는 금액의 현재가치를 구할 수 있다. 즉 $a^t*Q^{t-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 t기의 회수 및 대손기대비율의 현재가치를 표시하는 것이다. 이를 이용하여 우리는 다음과 같은 〈정리 3〉을 만들 수 있다.

**〈정리 3〉 신용채권의 회수 및 대손기대비율의 현재가치**

$a(I-aQ)^{-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 회수 및 대손기대비율의 현재가치를 표시한다.

〈증명〉

채권의 회수가 기말이 이루어진다고 가정하면

각 연령별 신용채권의 t기의 회수 및 대손기대비율은 다음 산식에 의하여 계산할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{x} a^i * Q^{i-1} * R$$

$$= (aI + a^2*Q^1 + a^3*Q^2 + a^4*Q^3 + a^5*Q^4 + \cdots + a^{k+1}*Q^k + \cdots)*R$$

모든 i, j에 대하여 $0 \leq Q(i, j) \leq 1.0$ 이고, 모든 i에 대하여 $0.0 \leq \sum_j Q(i, j) \leq 1.0$이며 $0 \leq a \leq 1.0$이기 때문에 위 수열은 수렴한다. 그러므로 위 합계는

$a(I-aQ)^{-1}*R$. Q. E. D.

일반적으로 상환기간을 넘겨 연체된 신용채권에 관하여는 연체료 또는 이자가 부과된다. 따라서 외상매출금의 가치를 평가하는 데에 있어서는 부과되는 이자를 고려하여야 한다. 위 모형은 연체이자가 부과되는 경우에도 적용될 수 있다. 즉 a를 다음과 같이 변환하면 할인과 함께 연체이자가 함께 고려될 수 있는 것이다.[5]

a=(1+연체이자율)/(1+자본비용)

각 연령별 신용채권의 잔액들을 표시하는 행벡터를 B라고 하면

즉 $B = [b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, \cdots, b_k, \cdots, b_n]$

$B*a(I-aQ)^{-1}*R$은 신용채권의 회수 및 대손되는 금액의 현재가치를 표시한다. 이는 CDT의 BNR이 신용채권의 회수 및 대손되는 (명목)금액을 표시하는 것과 대조를 이룬다.

## VI. 회수 및 신용의사결정에의 응용

이상에서 마아코브체인 현재실현가치모형에서 회수기대비율의 현재가치를 도출하였다. 이는 현재 보유하고 있는 신용채권에서 나오는 순실현금액의 현재가치로서 신용채권의 신용 및 회수정책에 다양하게 응용될 수 있다.

첫째 신용채권의 매각시 매각가격의 결정에 사용될 수 있다. 〈정리 3〉의 $a(I-aQ)^{-1}*R$의 첫번째 행의 k번째 요소를 $v_k$라고 할 때 이 $v_k$는 연령이 k인 신용채권의 기대회수비율의 현재가치로서 이는 당 채권의 매각시 받을 수 있는 채권 1원당 최대 가격이 된다.

5) 이 때 a가 1보다 더 커질 수 있기 때문에 이 수열의 수렴여부가 불확실하여 진다. $aP_{nn} < 1.0$일 경우에는 수렴할 것이다. 그런데 실무에서는 상당기간 경과한 채권은 대손처리하기 때문에 ∞기간까지 고려하기 보다는 N기간(N>>n) 동안의 유한수열만 고려하여도 무방할 것이다. 즉 N기간 후의 $P_{Nb} = 1.0$, $P_{NN} = 0.0$이 된다.

둘째 본 결과는 매출채권에 대한 할인정책의 수립시 사용될 수 있다. 〈정리 3〉에서 본 회수기대비율의 현재가치와 채권의 액면가치인 1원의 차이가 허용가능한 할인율이 될 것이다. 즉 신용판매하지 않고 현금으로 판매하였을 때 가능한 할인율은 $r = B*a(I-aQ)^{-1}*R / \sum_i b_i$가 된다.[6]

이 할인율은 신용카드회사에서 각 가맹점의 차별적 수수료율 부과에 사용될 수 있다. 즉 각 가맹점별 채권으로부터 순실현금액의 현재가치를 계산하여 그 결과에 따라 가맹점별로 차등적인 수수료율을 부과할 수 있다. 그 수수료율은 최소한 위 할인율 r이상이 될 것이다.

## Ⅶ. 요약 및 결론

본 논문에서는 마아코브체인을 이용하여 신용채권의 현재실현가치를 평가하는 모형을 개발하였다. CDT 등 기존의 마아코브체인모형에서는 신용채권에서 회수되는 금액의 명목가치만을 추정하였거나 단순히 현가요소만을 모형에 도입하고 있는 데에 반해, 본 모형은 신용채권으로부터 회수되는 현금흐름을 각 기간별로 추정하여 이의 현재가치를 계산하였다는 데에 특징이 있다.

본 모형에서 추정된 신용채권의 현재실현가치는 신용채권의 매각가격의 결정, 할인정책의 수립, 신용카드가맹점의 차별적 관리 등에 직접 사용될 수 있다. 이와 함께 현재실현가치평가과정에서 이루어진 현금흐름의 회수시점의 추정은 특정 기간 내에 회수되는 채권의 금액에 대한 추정을 가능케 함으로써 기업의 유동성관리에 유용하게 사용될 수 있다.

이러한 신용채권의 실현금액의 현재가치는 단기채권보다는 장기채권의 경우에 더욱 유용하게 사용될 수 있다. 마아코브체인모형은 신용채권뿐만 아니라 포도주, 삼림, 건설 등 숙성산업(aging industry)이나 (Shank 1971), 인력자원계획(manpower planning)에 적용될 수 있는데 (Blankely 1970), 이 경우 본 현재순실현가치모형이 적용될 수 있을 것이다. 그뿐만 아니

6) 일반적으로 회수율은 할인율의 함수이다 (Lieber and Orlger, 1975). 그러므로 마아코브체인의 변환확률이 이 할인율에 따라 달라 질 수 있다. 그렇기 때문에 매출채권으로 부터 수익(순실현가치 등)을 극대화하는 할인율을 결정하기 위하여는 민감도분석등을 통하여 이 둘 사이의 상호작용을 고려하여야 할 것이다 (Stanford, 1989).

라 마아코브인은 시간적 흐름을 반영한 확률과정을 묘사하는 매우 일반적인 모형으로서 다른 문제에도 널리 응용될 수 있을 것이다.

본 모형에서는 마아코브체인의 변환확률이 안정적이라고 가정한 바 있다. 그런데 실제적으로는 경제 상황, 채무자의 유동성 상태, 할인율등 채권자의 신용정책 등에 따라 변환확률이 변동될 수 있다. 따라서 향후 연구에서는 비안정적인 상태에서의 변환확률을 추정하는 모형을 개발할 필요가 있을 것이다.

## Ⅷ. 참고문헌


1. Anderson T. W. and L. A. Goodman (1957), "Statistical Inference about Markov Chain," *Annals of Mathematical Statistics,* pp. 89-110.
2. Barkman, A. I. (1981), "Testing the Markov Chain Approach on Accounts Receivable," *Management Accounting,* pp. 48-50.
3. Beckman, T. N. and R. M. Bartels (1955), *Credit and Collections in the Theory and Practice,* Mcgraw-Hill Book Co. Inc.
4. Benishay, H. (1966), "A Stochastic Model of Credit Sales Debt," *Journal of the American Statistical Association,* pp. 1010-1027.
5. Billingsley, P. (1961), "Statistical Method in Markov Chains," *Annals of Mathematics,* pp. 12-40.
6. Blakely, III, R. T. (1970), "Markov Models and Manpower Planning," *Industrial Management Review,* pp. 39-46
7. Cinlar, E. (1975), *Introduction to Stochastic Process,* Prentice Hall Inc.
8. Corcoran, A. W. (1978), "The Use of Exponentially-Smoothed Transition Matrices to Improve Forcasting of Cash Flows from Accounts Receivable," *Management Science,* pp. 732-739.

9. Cyert, R. M., H. J. Davidson and G. L. Thompson (1962), "Estimation of the Allowance for Doubtful Accounts by Markov Chains," *Management Science,* pp. 287-303.
10. Gee, Kenneth P. (1986), *Advanced Management Accounting Problems,* Macmillan.
11. Greer, C. C. (1967), "The Optimal Credit Acceptance Policy," *Journal of Finalcial and Quantitative Analysis,* pp. 399-415.
12. Isaacson, D. L. and R. W. Madsen (1976), *Markov Chains, Theory and Applications,* John Wiley & Sons.
13. Kuelen, J. A. M. van, J. Sprouk and A. W. Corcoran (1981), "On the Cyert-Davidson-Thompson Doubtful Accounts Model," *Management Science,* pp. 108-112.
14. Lewellen, W. G. and R. O. Edmister (1973), "A General Model for Accounts Receivable Analysis and Control," *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* pp. 195-206.
15. Lieber, Z. and Yair E. Orgler (1975), "An Integrated Model for Accounts Receivable Management," *Management Science,* pp. 129-219.
16. Liebman, L. H. (1972), "A Markov Decision Model for Selecting Optimal Credit Control Policies," *Management Science,* pp. 519-525.
17. Shank, J. K. (1971), "Income Determination under Uncertainty: an Appliancation of Markov Chain," *The Accounting Review,* pp. 57-74.
18. Stanford, R. E. (1989), "Optimizing Profits from a System of Accounts Receivable," *Management Science,* pp. 1227-1235.

## 〈부록 1〉 연령분석법과 마아코브체인모형의 비교 :

연령분석법에서 연령 0의 외상매출금의 대손비율을 $C_0$라고 놓고, 이를 마아코브체인의 변환확률로 표시하여 보면,

$$C_0=(1-P_{01}-P_{0b})+P_{01}(1-P_{12}-P_{1b})+P_{01}P_{12}(1-P_{23}-P_{2b})+P_{01}P_{12}P_{23}(1-P_{34}-P_{3b})+$$
$$\cdots+P_{01}P_{12}\cdots P_{k-1k}(1-P_{kk+1}-P_{kb})+\cdots+P_{01}P_{12}\cdots P_{n-2n-1}-1(1-P_{n-1n}-P_{n-1b})$$
$$+P_{01}P_{12}\cdots P_{n}-1_{n}(1-P_{nn}-P_{nb})$$
$$=\sum_{j=0}^{n-1}\prod_{k=0}^{j}P_{k-1k}(1-P_{jj+1}-P_{jb})+\prod_{k=0}^{n-1}P_{kk-1}(1-PP_{nn}-P_{nb})\sum_{i=0}^{x}P_{nn'}$$

여기서 $P_{-1.0}=1.0$

이를 보면 $C_0$는 여러 변환확률들의 결합확률의 합으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 또한 마아코브체인모형에서는 각 연령별로 $P_{ij}$만을 추정하면 되기 때문에 예측거리 (forecasting horizon)가 1기간인 반면, $C_0$는 여러 기간의 확률들로 구성되어 있어 예측거리가 다기간임을 알 수 있다.

## 〈부록 2〉 설명을 위한 예제

다음 표는 한경(주)의 외상매출금의 연령별 잔액 및 한 기간 후의 상태를 나타내고 있다.

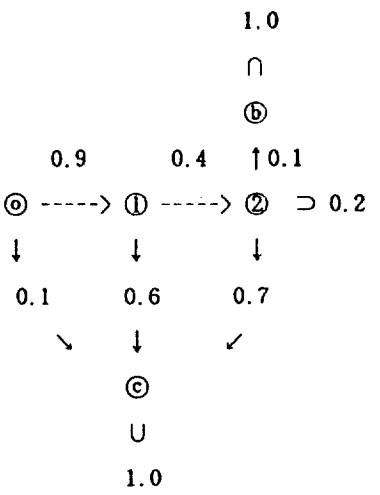
| 연 령 | 잔 액 | 회 수 | 미 회 수 | 대 손 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | ₩200 | ₩ 20 | ₩180 | ₩ 0 |
| 1 | 250 | 150 | 100 | 0 |
| 2 | 100 | 70 | 20 | 10 |
| 합 계 | ₩550 | ₩240 | ₩300 | ₩ 10 |

이를 토대로 변환확률 (transition probability), $P_{ij}$를 추정하여 보면,

| 연 령 | 회수 | 미회수 | 대손 |
|---|---|---|---|
| 0 | $P_{0c}=0.1$ | $P_{01}=0.9$ | $P_{0b}=0.0$ |
| 1 | $P_{1c}=0.6$ | $P_{12}=0.4$ | $P_{1b}=0.0$ |
| 2 | $P_{2c}=0.7$ | $P_{22}=0.2$ | $P_{2b}=0.1$ |

(변환행렬은 본 예와 같이 1기간의 자료를 토대로 추정하기보다는 여러 기간의 자료를 이용하여 추정하여야 할 것이다.)

이를 인과그림표로 나타내어 보면 다음과 같다.



변환행렬 P를 구하여 보면,

| P = | | c | b | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | c | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | b | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0.1 | 0 | 0 | 0.9 | 0 |
| | 1 | 0.6 | 0 | 0 | 0 | 0.4 |
| | 2 | 0.7 | 0.1 | 0 | 0 | 0.2 |

이를 특성에 따라 나누면 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$P = \begin{vmatrix} I & O \\ R & Q \end{vmatrix}$$

〈정리 1〉에 따라 일정기간내 회수 및 대손기대비율은 $A^t = \sum_{i=1}^{t} Q^{i-1} * R$로 표시할 수 있다.

이에 따라

1기에 회수 및 대손되는 비율은 R =

| | c | b |
|---|---|---|
| | 0.1 | 0 |
| | 0.6 | 0 |
| | 0.7 | 0.1 |

2기에 회수 및 대손 비율은 QR =

| | c | b |
|---|---|---|
| | 0.54 | 0 |
| | 0.28 | 0.04 |
| | 0.14 | 0.02 |

3기에 회수 및 대손비율은 $Q^2R$ =

| | c | b |
|---|---|---|
| | 0.252 | 0.036 |
| | 0.056 | 0.008 |
| | 0.028 | 0.004 |

로 각각 표시할 수 있다. 또한 지금부터 3기간동안 회수 및 대손되는 비율은 위 세 행렬의 합 $(R+QR+Q^2R)$으로 표시된다.

$$R+QR+Q^2R = \begin{array}{c} \quad c \quad b \\ \left|\begin{array}{cc} 0.892 & 0.036 \\ 0.936 & 0.048 \\ 0.868 & 0.124 \end{array}\right| \end{array}$$

이를 보면, 연령 0인 채권은 장차 3기간내에 89.2%가 회수되고 3.6%가 대손되며 나머지 2%는 미회수된 채 남아있게 된다. 또한 연령 1인 채권과 2인 채권은 각각 93.6%와 86.8%가 회수될 것이다. 이와 같은 일정한 기간내 회수되는 금액의 추정은 기업의 단기 유동성관리에 유용하게 이용될 수 있다.

〈보조정리 1.1〉에서 $(I-Q)^{-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 궁극적인 회수 및 대손기대비율을 표시한다. 이를 예제에 적용하여 보면,

$$[I-Q]^{-1}R = \begin{array}{c} \quad c \quad b \\ \left|\begin{array}{cc} 0.955 & 0.045 \\ 0.950 & 0.050 \\ 0.875 & 0.125 \end{array}\right| \end{array}$$

즉 연령 0인 채권은 궁극적으로 95.5%가 회수되고 나머지 4.5%가 대손되며, 연령 1인 채권과 2인 채권은 각각 궁극적으로 95.0%, 87.5%가 회수되고 나머지는 대손에 이르게 될 것으로 추정할 수 있다.

〈보조정리 1.2〉에서 $Q^{-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 t기의 회수 및 대손기대비율을 표시한다. 예를 들어 제1기의 각 연령별 채권의 회수 및 대손비율은 R로 표시된다.

$$R = \begin{array}{c} \quad c \quad b \\ \left|\begin{array}{cc} 0.1 & 0 \\ 0.6 & 0 \\ 0.7 & 0.1 \end{array}\right| \end{array}$$

또한 제2기 및 제3기의 회수 및 대손 비율은 각각 QR, $Q^2R$로 각각 표시할 수 있다

$$QR = \begin{array}{c|cc|} & c & b \\ & 0.54 & 0 \\ & 0.28 & 0.04 \\ & 0.14 & 0.02 \end{array} \qquad Q^2R = \begin{array}{c|cc|} & c & b \\ & 0.252 & 0.036 \\ & 0.056 & 0.008 \\ & 0.028 & 0.004 \end{array}$$

〈정리 2〉는 채권의 기대회수기간 및 기대대손기간을 표시한다. 즉 ($[I-Q]^{-2}R$의 원소 / $[I-Q]^{-1}R$의 원소)들은 신용채권의 기대회수기간 또는 기대대손기간을 표시한다.

이를 예제에 적용하여 보면,

$$[I-Q]^{-2}R\text{원소}/[I-Q]^{-1}R\text{원소} = \begin{array}{c|cc|} & c & b \\ & 2.31 & 3.25 \\ & 1.46 & 2.25 \\ & 1.25 & 1.25 \end{array}$$

이를 보면 연령 0인 채권이 회수되기까지는 평균 2.31기간이 소요되며, 대손이 발생하는 데에는 평균 3.25기간이 소요됨을 알 수 있다. 연령 1 또는 2인 채권의 기대회수기간은 각각 1.46, 1.25기이며, 기대대손기간은 각각 2.25, 1.25기임을 알 수 있다.

〈정리 3〉에서 본 논문의 목적인 회수 및 대손기대비율의 현재가치를 구할 수 있다. 이에 의하면, $a(I-aQ)^{-1}*R$의 원소들은 각 연령별 신용채권의 회수 및 대손기대비율의 현재가치를 표시한다.

예제에서 자본비용요소 a = 0.9이라고 가정하면, 회수 및 대손기대비율의 현재가치는 $0.9[I-0.9Q]^{-1}R$이다. 이를 계산하여 보면,

$$0.9[I-0.9Q]^{-1}R = \begin{array}{c|cc|} & c & b \\ & 0.7514 & 0.0320 \\ & 0.8166 & 0.0395 \\ & 0.7683 & 0.1098 \end{array}$$

이는 연령 0인 채권 100원의 현재실현가치는 75원, 연령 1인 채권 100원의 현재실현가치는 82원, 연령 2인 채권 100원의 현재실현가치는 77원이 됨을 나타낸다.

이러한 결과를 본 예제의 자료를 이용하여, 〈정리 1.1〉에서의 CDT모형과 비교하여 보면 다음과 같다.

사례에서 각 연령별 외상매출금 잔액은,

B = [₩200, ₩250, ₩100]

이를 CDT모형(정리1.1)에 따라 회수금액을 구하여 보면 ₩516.0이 나온다. 한편 본 논문의 현재실현가치 모형에 따라 채권의 현재실현가치를 계산하여 보면 ₩431.26임을 알 수 있다. 이러한 결과는 자본비용이 기간당 약 11%일 때 CDT모형의 채권평가액이 20%정도 과대평가됨을 알 수 있다. 즉 CDT모형은 회수 및 대손되는 (명목)금액을 추정한 반면, 본 모형은 회수 및 대손되는 채권금액의 현재가치를 표시하며, 이 금액은 채권의 진정한 평가액, 즉 채권을 현재 매각할 경우 받을 수 있는 매각가격이 된다.

# Markov Chain Model for Evaluating Present Realizable Value of Credit Accounts

Seong-Pyo Cho*

## ABSTRACT

This study develops a Markov chain model evaluating present realizable value of credit accounts, while traditional models have focused only on the total amount to be collected from the credit accounts. The model estimates the timing of payments and calculates the present realizable value of credit account, an estimate of the price of the credit account. The model is very useful in managing working capital and establishing credit and collection policy of the firm. The model can be also applied in manpower planning and revenue recognition in long-term aging industry.

* School of Business Administration, Kyungpook National University