

## 記述的 意思決定理論의 說明力 分析에 관한 研究

姜 聲 安\*

논문접수일 : 92. 12

게재확정일 : 94. 12

### 초 록

본 연구는 規範的 意思決定理論의 說明力 分析기법을 가지고 記述的 意思決定理論의 說明力 分析을 시도한 것이다. 不確實性下의 意思決定理論이 實用性을 갖기 위하여는 單純性과 함께 높은 說明性이 요구된다는 점에서 說明力 分析은 매우 중요한 의미를 갖는 것이다.

분석기법으로서 Chew와 MacCrimmon이 개발한 HILO 構造를 사용하였다. Chew와 MacCrimmon은 이 HILO 構造를 사용하여 그들의 加重線形模型이 16개의 選擇樣態중 6개의 選擇樣態를 說明할 수 있음을 분석하였다.

한편 Becker는 HILO 구조를 사용하여 規範的 不確實性下 意思決定理論의 說明性을 높이기 위하여 제시된 프로스펙트이론(prospect theory)의 說明性을 분석하였다. 프로스펙트理論은 記述的 理論으로서 規範的 理論들이 갖고 있는 수학적 모형을 갖고 있지 않기 때문에 제시된 가중 함수의 성질을 이용하여 이 이론이 16개의 選擇樣態중에서 6개의 選擇樣態를 說明할 수 있음을 검증하였다.

여기서는 최근에 넓은 범위의 不確實性 狀況下에서의 선택행동을 說明할 수 있는 模型으로 제시된 벤처이론(venture theory)의 說明性을 분석하였다. 벤처이론에서는 프로스펙트理論의 價値函數(value function)가 그대로 사용되었으며 意思決定加重係數에 영향을 주는 변수들이 프로스펙트이론과 다르게 제시되었다. 이 이론은 사람들이 意思決定加重係數를 賦課하는 認知的 및 動機的 過程을 정착(anchoring)과 모의(simulation)로 說明한 것이다. 그리고 이 意思決定加重係數를 확률의 함수로 표현된 벤처함수(venture function)의 圖形들로 표현하였다.

분석방법으로서 HILO 構造를 사용키로 하였으나 벤처이론이 意思決定加重係數(decision weight)를 몇 개의 벤처곡선으로 나타내고 있을 뿐이어서 현재로서는 이들 곡선을 근거로 분석할 수 밖에 없으므로 본연구에서는 圖形을 이용한 방법을 새로 개발하여 사용하였다.

분석결과 이들 벤처곡선이 HILO 구조의 16개 選擇樣態중 12개를 說明할 수 있음이 검증되었다. 한편 77명으로 구성된 조사집단을 대상으로 설문조사한 결과 이 들 중 93%에 해당하는 被調査人(subjects)이 벤처곡선이 說明할 수 있는 12개의 選擇樣態를 선택하였다. 이는 벤처이론의 說明性을 뒷받침하는 것이다.

\*(주) 한국포리올

## I. 序 言

신제품의 개발, 미래시장에 대비한 시설투자, 입찰에의 응찰, 미래의 인적자원을 위한 신입 사원의 채용등 불확실성을 동반하는 중요한 의사결정에 기존의 의사결정이론들이 별로 활용되지 못하고 있는데, 이는 規範的(normative) 理論은 說明性이 부족하고 記述的(descriptive) 理論은 處方性和 實用性이 부족하기 때문이라 생각된다. 실용적인 不確實性下 意思決定 理論은 우선 충분한 說明性을 갖추어야 하며 동시에 模型化(일정한 개인별 상황별 意思決定 模型)를 통하여 單純性을 확보하도록 하여야 할 것이다. 충분한 說明性은 應用力을 제공하여 줄 것이며 이는 單純性和 함께 實用性의 기본요건이 된다. 이와 같이 實用性을 갖는 不確實性下 意思決定 理論을 개발하기 위해서는 무엇보다도 얼마나 說明力을 갖는가를 검증하는 것이 필요하게 된다. 그리고 적절한 검증방법을 통하여 說明性이 높은 模型을 발견하고 이 모형이 개인에 따라 또는 상황에 따라 어떻게 변하는가를 실증적으로 검증할 필요가 있다. 이에 본 연구에서는 최근에 발표된 不確實性下 意思決定 理論의 하나인 벤처(venture)이론의 說明性을 분석 검증하고자 한다.

## II. 理論的 背景

不確實性下 意思決定 理論은 D. Bernoulli의 限界效用遞減原則과 期待主觀價値(expected subjective value)라는 概念을 거쳐(Bernoulli, 1938 : Sommer, 1954) J. von Neuman과 O. Morgenstern에 이르러 數學的 品位를 갖추게 되었다(von Neuman and Morgentern, 1957). 그들은 移行性, 代替性 및 繼續性의 公理體系를 이용하여 期待效用函數에 관한 定理을 만듦으로써 인간의 합리적 선택을 잘 설명하여 주는 규범적 모형(期待效用理論)을 완성하였다.

그러나 이 規範的 理論은 모든 가능한 상황에서 인간의 選好樣態를 일관성 있게 설명할 수

있는 일반적 모형으로서는 불충분하다는 지적과 함께 意思決定理論의 說明性 문제가 대두되었다. 특히 M. Allais가 이른바 Allais 矛盾(paradox)을 實例와 함께 발표한 이후(Allais and Hagen, 1979), Ellsberg 矛盾(Ellsberg, 1961), 選好倒置(preference reversal)(Grether와 Plott, 1979), 不變性(invariance)의 위반(framing effect)(Tversky와 Kahneman, 1986) 등 여러가지 期待效用理論의 違反 例들이 제시되었다.

이에 따라 von Neuman과 Morgenstern의 期待效用理論은 모든 경우의 선택상황을 설명할 수 있는 일반적 모형으로서는 설명성에 한계가 있음이 인정되었다. 이에 기대효용 이론의 수학적 정리를 크게 벗어나지 않으면서 이 이론의 違反 例들에 대처할 수 있는 새로운 이론들이 꾸준히 개발되어 왔다(Savage 1954 : Karmarkar 1978 : Kahneman과 Tversky 1979 : Chew와 MacCrimmon 1979a : Machina 1982 : Quiggin 1982 : Bell 1982 : Loomes와 Sugden 1982 : Luce와 Narens 1985 : Einhorn과 Hogarth 1985 : Yaari 1987 : Goldstein과 Einhorn 1987).

### Ⅲ. 벤처이론(venture theory)

期待效用理論으로는 설명할 수 없는 選擇狀況을 설명할 수 있는 이론으로서 발표된 여러 이론들 중에서 Kahneman과 Tversky의 프로스펙트이론(prospect theory)은 效用函數 대신에 價値函數를, 확률 대신에 意思決定加重係數를 사용함으로써 說明力을 높인 이론으로서 주목을 받아왔다(Kahneman과 Tversky, 1979). 그러나 후술되는 HILO 구조를 이용한 說明性 분석에서 보는 바와 같이 期待效用理論 보다는 說明力이 크지만 아직도 그 說明性에 한계가 있다.

한편 Hogarth 와 Einhorn은 프로스펙트이론의 說明力을 높이기 위한 새로운 이론으로써 벤처이론(venture theory)을 제시하였는데, 이 이론은 인간이 어떻게 意思決定加重係數를 賦課하는가에 관한 이론이다. 그들은 사람들이 결과(outcome)를 프로스펙트이론의 價値函數에 의하여 평가한다고 보았다(Hogarth와 Einhorn, 1988, 1990).

벤처이론에서 Hogarth와 Einhorn은 사람들이 처음에는 공포된 確率에 定着(anchor)하고 그 다음에 이를 模擬함으로써 다른 값으로 調節한다고 가정하였다. 이 정신적 模擬를 통한 調節量은 개인적인 그리고 狀況的인 變數, 특히 의사결정에 따르는 결과금액의 부호 및 크기의 함수라고 그들은 보았다. 또한 認知的, 動機的 요소들이 意思決定加重係數(이하 決定係數라 칭함)를 결정하는데 중요한 역할을 한다고 보았다. 이와 같은 정착 및 모의의 과정은 代數的

$$z(p_A) = p_A + k$$

으로 표시될 수있으며 여기서  $p_A$ 는 정착점이고  $k$ 는 模擬量이다. 이 이론에서  $k = k_g + k_s$ 는 정착점의 위 아래로 작용하는 模擬의 正味效果(net effect) 다시 말해 純調節이다. 즉  $k_g$ 는 정착점 위로 작용하는 모의량이고  $k_s$ 는 아래로 작용하는 모의량이다. Hogarth와 Einhorn은 이들을 아래와 같은 함수식으로 요약하였다.

$$k_g = f[\sigma, \theta, p_A, v(x)]$$

$$k_s = f[\sigma, \theta, p_A, v(x)]$$

여기서  $\sigma$ 는 결과불확실성(outcome uncertainty),  $\theta$ 는 知覺된 모호성(ambiguity), 그리고  $v(x)$ 는 配分利益(payoff)의 價値이다. 이는 사람들이 먼저 配分利益에 대한 價値를 賦課하고 다음에 決定係數를 부과한다는 것을 의미한다.

벤처이론은 근본적으로 프로스펙트이론과 같은 이론으로써 프로스펙트이론의 價値函數를 그대로 사용하고 다만 決定係數函數曲線의 형태만을 다르게 한 이론이라고 할 수 있으므로 벤처의 성질도 프로스펙트이론에서의 프로스펙트와 같다. 프로스펙트(벤처)를 로터리(lottery)로 표현할 수 있으므로  $V(x,p;y,q)$ 를 하나의 로터리의 價値라고 정의한다면 이에 상응하는 프로스펙트(벤처)의 價値도  $V(x,p;y,q)$ 이다.

따라서  $V(x,p) = v(x) z(p)$ 이며 또한  $(x,p;y,q)$ 가 엄격하게 陽이거나 엄격하게 陰이 아니라면 (not strictly positive or strictly negative) (즉 만일  $p + q < 1$  or  $x \geq 0 \geq y$  혹은  $x \leq 0 \leq y$ ) 벤처(프로스펙트)의 가치는 다음과 같다.

$$V(x,p;y,q) = z(p) \cdot v(x) + z(q) \cdot v(y)$$

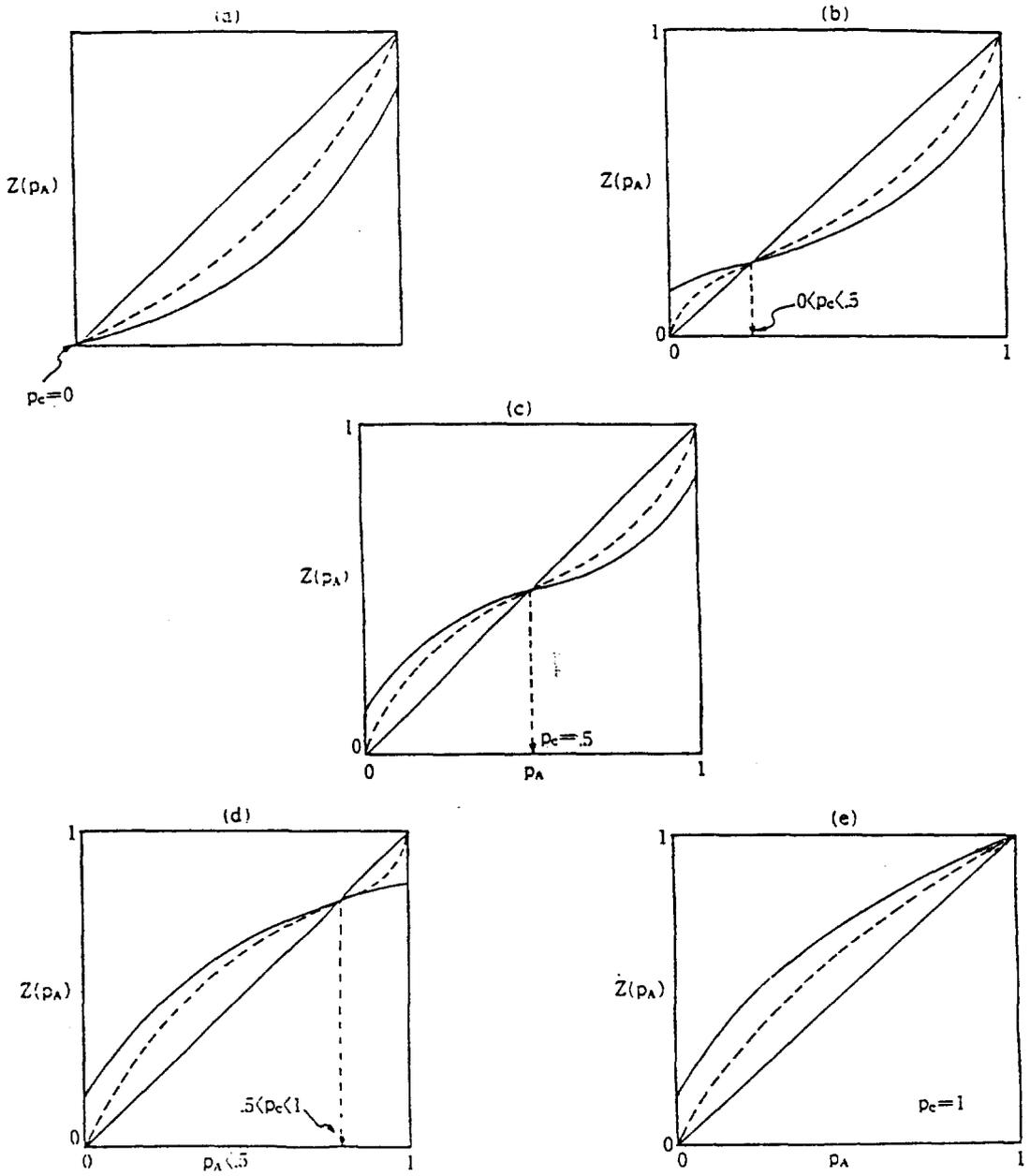


그림 3-1. 벤처곡선

반면에 엄격하게 陽이거나 엄격하게 陰인 벤처(프로스펙트)는 다른 규칙을 따른다. 특히  $p + q = 1$ 이고  $x > y > 0$  혹은  $x < y < 0$ 이면

$$V(x,p;y,q) = v(y) + z(p)[v(x) - v(y)]$$

이다. (Becker : 1986, p21)

벤처이론의 핵심이라 할 수 있는 決定係數 모형은 벤처곡선으로 표현되는데 그 구체적 형태는 그림 3-1의 5개의 곡선과 같다. 그림에서  $z(p_A)$ 가 決定係數이다. 이 벤처곡선의 특징을 두 가지로 요약하면 다음과 같다.

첫째, 유일한 交叉點(cross-over point)  $p_c$ 가 있다.

둘째,  $0 < p_c < 0.5$  와  $0.5 < p_c < 1$ 에서  $z(p_A) + z(1 - p_A) \neq 1$ 이다.

$0 < p_c < 0.5$ 에서  $z(p_A) + z(1 - p_A) < 1$ , 즉 副附加的(subadditive)이고

$0.5 < p_c < 1$ 에서  $z(p_A) + z(1 - p_A) > 1$ , 즉 超附加的(superadditive)이다.

이들 決定係數의 非附加性이 표준선택이론의 많은 예외를 설명하는데 사용될 수 있다는 점에서  $p_c$ 의 위치는 매우 중요한 의미를 갖는다.

요컨대 이 이론은 意思決定理論의 規範的 目的을 위하여 決定係數函數의 개념을 사용하였으며 說明力을 제고하기 위하여 벤처곡선을 제시하였다. 그러나 이 벤처이론에 대하여 그 說明力이 어느 정도인지 분석 검증되지 않았으며 그 規範性을 기초로하는 예측 및 처방능력을 갖기 위한 함수의 도출도 이루어지지 않았다. 그러므로 이 벤처이론이 설득력과 함께 실용성을 갖기 위해서는 설명력의 분석 검증과 함께 決定係數函數의 도출이 필수불가결한 것이다.

우선 본 논문에서는 5개의 벤처곡선의 說明力을 분석하여 이 5개의 벤처곡선만을 가지고 다른 모형들보다 더 많은 선택양태를 설명할 수 있음을 분석하고, 나아가 실험을 통하여 이를 검증하여 보고자 한다.

### IV. HILO 構造와 說明力 分析

S. H. Chew와 K. R. MacCrimmon은 그들의 加重線型模型(weighted liner model)이 說明力이 크다는 것을 검증하기 위하여 HILO 構造를 이용한 특수한 방법을 제시하였다. (Chew와 MacCrimmon, 1979<sup>b</sup>)

HILO 構造는 가장 작은 結果  $x_L$ , 중간 크기의 結果  $x_I$ , 가장 큰 結果  $x_H$ 의 세 結果들을 체계적으로 결합함으로써 만들어지며, 그 결과 모두 4개의 選擇狀況(그림 4-1의 H, I, L, O)들이 구성된다.

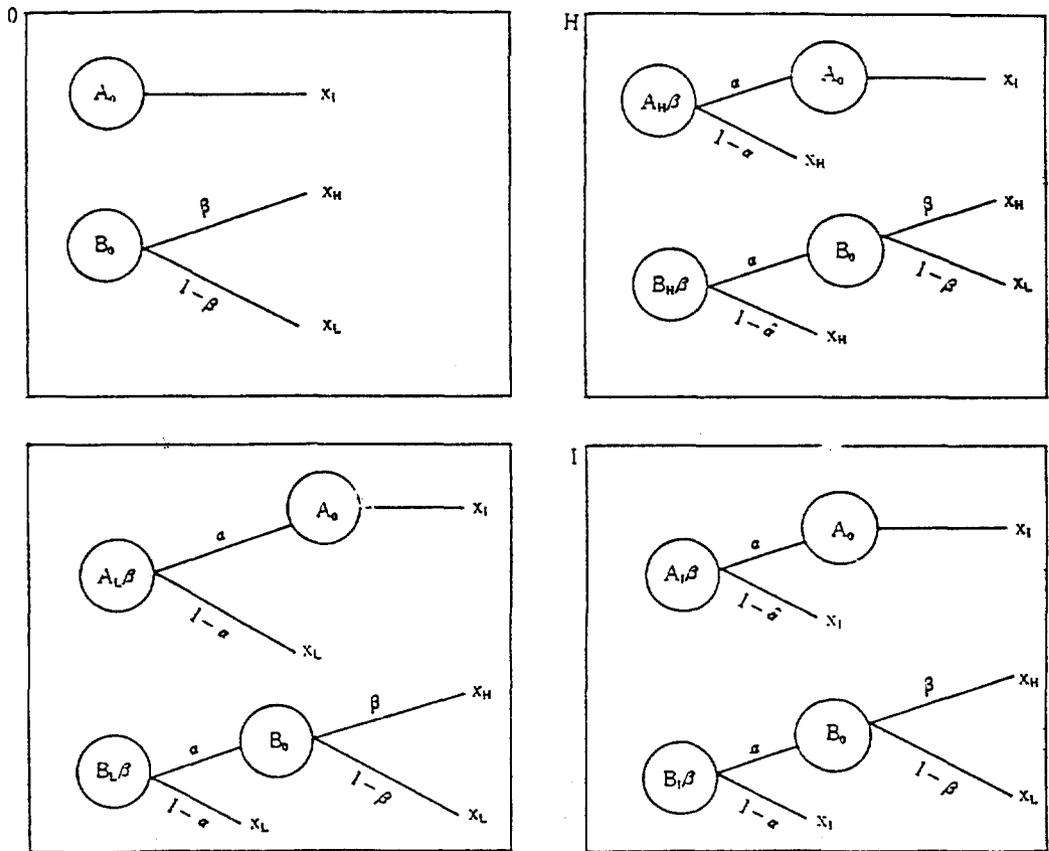


그림 4-1. HILO 구조의 구성방법

기본선택상황 [O]는 의사결정자가 로터리(lottery)  $A_0 = x_L$ 와  $B_0 = \beta x_H + (1 - \beta) x_L$  둘 중에서 하나를 선택하는 意思決定狀況이다. 선택상황 [H]는  $x_H$ 와  $A_0$  그리고  $x_H$ 와  $B_0$ 로 이루어진, 선택상황 [I]는  $x_L$ 와  $A_0$  그리고  $x_L$ 와  $B_0$ 로 이루어진, 그리고 선택상황 [L]은  $x_L$ 과  $A_0$  그리고  $x_L$ 과  $B_0$ 로 이루어진, 두 개의 제비뽑기 중에서 하나를 선택하는 意思決定狀況이다. 다시 말하면 二枝選擇의 한쪽 가지를  $A_0$  또는  $B_0$ 로 代替한 것이다. (그림 4-1)

J. L. Becker는 프로스펙트이론 및 加重線型모형의 설명력을 분석함에 있어 그림 4-1을 그림 4-2로 재구성 하였으며(Becker 1986), HILO 구조는 이들 선택상황 [H], [I], [L] 그리고 기본선택상황 [O]의 네 문자에서 명명된 것이다(그림 4-2). 본 논문에서는 그림 4-2에 의거하여 분석하기로 한다.

期待效用理論에서는 代替性 公理가 성립되므로 이처럼 한 가지가  $A_0$  또는  $B_0$ 로 대체되더라도 선택행동이 바뀌지 않아야 한다. 따라서 기대효용이론은  $A_0, A_L, A_I, A_H$  또는  $B_0, B_L, B_I, B_H$ 만을 허용한다. 따라서  $A_0$ 를 선택하는 사람이  $B_L$ 이나  $B_I$  또는  $B_H$ 를 선택하는 것은 기대효용이론을 위반하는 것이다.

HILO 구조하에서의 選擇樣態(choice pattern)의 조합은 모두  $2^4 = 16$ 개이다. 이들은  $A_0A_LA_IA_H, A_0A_LA_IB_H, A_0A_LB_IA_H, A_0B_LA_IA_H, A_0A_LB_IB_H, A_0B_LA_IB_H, A_0B_LB_IA_H, A_0B_LB_IB_H, B_0B_LB_IB_H, B_0B_LB_IA_H, B_0B_LA_IB_H, B_0A_LB_IB_H, B_0A_LB_IA_H, B_0A_LA_IB_H, B_0A_LA_IA_H$ 이며 이 중에서  $A_0A_LA_IA_H$ 와  $B_0B_LB_IB_H$ 만이 期待效用理論에 따르는 것이다. 따라서 期待效用理論을 위반하는 선택양태(16개중  $A_0A_LA_IA_H$ 와  $B_0B_LB_IB_H$ 를 제외한 14개)를 많이 설명할 수 있는 이론은 설명력이 큰 불확실성하 의사결정이론이라 할 수 있다.

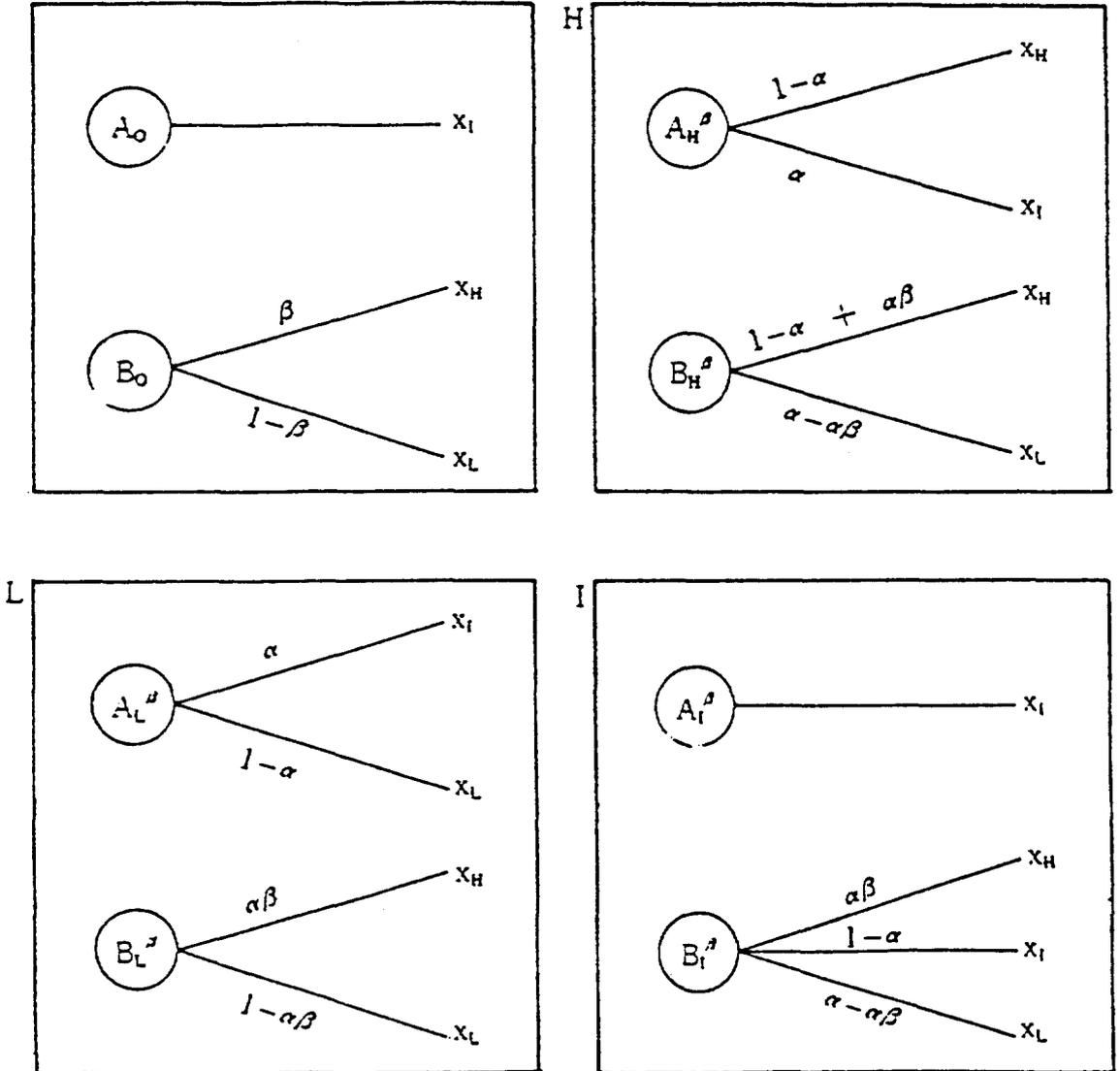


그림 4-2. HILO 구조(Becker 1986 p.53)

표 4-1(Chew와 MacCrimmon, 1979<sup>b</sup>)에서 여러 주요 실험연구에서 각 선택상황에서의 HILO 구조의 매개변수( $\alpha$ ,  $\beta$ )와 각 실험결과에서의 기대효용이론의 위반율을 볼 수 있다.

사례위반양태	실험 연구	HILO구조의 매개변수					위 반 율
		$X_L$	$X_I$	$X_M$	$\alpha$	$\beta$	
A <sub>I</sub> 와 B <sub>I</sub> 의 선 택 Allais 모순	Allais '79	OFr	100mill Fr	200mill Fr	11/100	10/11	46%(n=101)
	Moskowitz '74	F학점	b <sup>+</sup> 학점	A학점	11/100	10/11	32%(n=134)
	Slovic /	0%	\$1×10 <sup>4</sup>	\$5×10 <sup>4</sup>	11/100	10/11	44%(n=7H)
	Tversky '75						
	Kahneman /	\$0	\$2400	\$2500	34/100	33/34	65%(n=72)
	Tversky '79						
	Ashton '79	1% : 파산	9%	45% : 450%	11/100	10/11	14%(n=83)
		1%	8% : 18% : 28%	115% : 180%	11/100	10/11	20%(n=49)
A <sub>O</sub> 와 B <sub>O</sub> 의 선 택	Hage '73	0	1000 Norw. Kr.	2000 Norw. Kr.	.02	.50	34%(n=52)
	MacCrimmon /	0\$	\$1×10 <sup>4</sup>	\$5×10 <sup>3</sup>	.75 : .50	.80	32% : 21%(n=19)
	Larsson '75	\$0	\$1×10 <sup>4</sup>	\$5×10 <sup>4</sup>	.75 : .50 : .25	.80	32% : 41% : 58%
					.10 : .05		58% : 63%(n=19)
	Kahneman /	\$0	\$3000	\$4000	.25	.80	45%(n=95)
	Tversky '79	No tour	1 week tour	3 week tour	.10	.50	45%(n=72)
A <sub>I</sub> 와 B <sub>I</sub> 의 선 택	Hagen '79	0	Smill Norw. Kr.	12mill Norw. Kr.	.99 : .11	10/11	42%(n=53)
	MacCrimmon /	\$0	\$1×10 <sup>3</sup>	\$5×10 <sup>3</sup>	.75 : vs.50	.80	21%(n=19)
	Larsson '75	\$0	\$5×10 <sup>4</sup>	\$5×10 <sup>4</sup>	.75 : vs.50 : .25	.80	37% : 26% : 26%
					.10 : .05		26% : 32%(n=19)
	Kahneman /	\$0	\$3000	\$6000	.90 : .002	.50	59%(n=66)
B <sub>H</sub> 와 A <sub>H</sub> 의 선 택	Kahneman /						62%(n=66)
	Tversky '79	-\$6000	-\$3000	\$0	.90 : .002	.50	11% 21%(n=19)
	MacCrimmon /				.80vs.20 .04		21%(n=19)
	Larsson '75	-\$5000	-\$1000	\$0	.20vs.04	.80	

표 4-1. HILO 구조와 실험결과의 연관

Chew와 MacCrimmon은 公理的 接近法을 이용하여 자신들이 제시한 加重線形模型이 HILO 구조의 16개 선택양태중에서 6개( $A_0A_LA_H$ ,  $A_0B_LA_H$ ,  $A_0A_LA_B$ ,  $B_0A_LB_H$ ,  $B_0B_LB_H$ ,  $B_0B_LB_H$ )를 설명할 수 있음을 검증하였다(Chew와 MacCrimmon, 1979<sup>b</sup>). 한편 J. L. Becker는 그의 박사학위논문(Becker, 1986)에서 프로스펙트이론이 HILO 구조의 6개 선택양태를 설명할 수 있음을 분석 검증하였다.

## V. HILO 構造와 圖形分析方法을 이용한 벤처曲線의 說明力 分析

벤처이론에서는 加重線形理論에서와 같이 公理들 또는 프로스펙트이론에서와 같이 決定係數의 성질들이 제시되지 않고 다만 벤처곡선만이 제시되었으므로 圖形을 이용한 분석방법을 개발하여 사용키로하였다. 이 圖形分析方法은 HILO 구조를 사용한다는 점에서는 앞에서 소개된 Chew와 MacCrimmon 및 Becker의 분석방법과 유사하지만 설명가능한 選擇樣態를 구하는 방법이 圖形을 사용한다는 점에서 다르다(姜, 1991).

후술되는 실험조사에서는  $x_L = 0$  와  $x_I = 0$ 의 두경우를 실험하였으나 여기서는 HILO 구조의  $x_H > x_I > x_L = 0$ 인 경우만을 설명하기로 한다.

이경우  $v(x_L) = v(0) = 0$ 이므로 HILO 구조에 의한 각 제비뽑기의 價値를 계산하면 다음과 같다 (그림 4-2참조)(Becker ; 1986, p60)

$$V(A_0) = v(x_I)$$

$$V(B_0) = z(\beta) \cdot v(x_H)$$

$$V(A_L) = z(\alpha) \cdot v(x_I)$$

$$V(B_L) = z(\alpha \cdot \beta) \cdot v(x_H)$$

$$V(A_I) = v(x_I)$$

$$V(B_I) = z(\alpha \cdot \beta) \cdot v(x_H) + z(1 - \alpha) \cdot v(x_I)$$

$$V(A_H) = v(x_I) + z(1 - \alpha)[v(x_H) - v(x_I)]$$

$$V(B_H) = z(1 - \alpha + \alpha \cdot \beta) \cdot v(x_H)$$

여기서  $z(\ )$ 는 벤처이론에서의 決定係數이며  $v(\ )$ 는 각 제비뽑기의 價値이며  $v(\ )$ 는 각 제비뽑기의 配分利益의 價値이다. 이들을 이용하여 選好方程式을 유도하면 다음과 같다.

$$A_0 > B_0 \Leftrightarrow \frac{v(x_l)}{v(x_h)} > z(\beta) \quad (5-a)$$

$$A_L > B_L \Leftrightarrow \frac{v(x_l)}{v(x_h)} > \frac{z(\alpha \cdot \beta)}{z(\alpha)} \quad (5-b)$$

$$A_I > B_I \Leftrightarrow \frac{v(x_l)}{v(x_h)} > \frac{z(\alpha \cdot \beta)}{1-z(1-\alpha)} \quad (5-c)$$

$$A_H > B_H \Leftrightarrow \frac{v(x_l)}{v(x_h)} > \frac{z(1-\alpha+\alpha \cdot \beta)-z(1-\alpha)}{1-z(1-\alpha)} \quad (5-d)$$

위의 식에서  $v(x_l)/v(x_h)$ 를 Y축,  $z(\ )$ 의 변수중 하나를 X축으로 하는 그래프를 그리면 선호곡선을 얻을 수 있다. 여기서는  $z(\ )$ 의 변수가 두 개( $\alpha$ 와  $\beta$ )가 있으므로 이중 하나인  $\beta$ 를 일정한 값으로 하고  $\alpha$ 를 변수로 하는 선호곡선을 사용하기로 한다.

$z(\ )$ 값은 決定加重係數이므로 벤처곡선에서 구할 수 있다. 예를 들어  $v(x_l)/v(x_h)$ 를  $y$ ,  $\alpha$ 를  $x$ 로 하면 식 5-b를 등식으로 변환한 식은

$$y = z(\beta \cdot x) / z(x)$$

가 된다. 만일  $\beta$ 를 0.2로 가정하면

$$y = z(0.2x) / z(x)$$

가 되는데  $z(x)$ 는 벤처곡선에서 구할 수 있으므로 선호곡선을 그릴 수 있다. 여기서는  $\beta$ 값을 0.2와 0.8로 가정하고 그림 3-1의 C모양의 벤처곡선에서  $z(\ )$ 값을 구한 선호곡선의 예만을 들어보면 그림 5-1의 a, b와 같다.

그림 5-1의 (a)의 곡선 b는 식 5-b의 선호곡선으로 식 5-b의 우변의  $\beta$ 를 0.2로 가정하고  $z(\alpha)$ 와  $z(0.2\alpha)$ 를 그림 2-1의 C 곡선에서 눈금을 읽어 구한 것이다. 따라서 곡선b의 위는 選好式  $A_L > B_L$ 에서  $A_L$ 을 選好하는 區域이며 아래는  $B_L$ 을 選好하는 區域이다. 한편 직선 a는 식 5-a로부터, 곡선 c는 식 5-c로부터, 곡선 d는 식 5-d로부터 같은 방법으로 구한 選好曲線이

다. 따라서 그림 5-1의 선 a, b, c, d는 不等式 5-a, -b, -c, -d를 等式으로 한 그래프이며 이들 선의 위와 아래에서  $A_0, A_L, A_i, A_H$  및  $B_0, B_L, B_i, B_H$ 의 選好區域을 알 수 있으며 그림 5-1의 (a)와 (b)의 區域 I, II, III등이 式 5-a, b, c, d의 좌변의 선호를 나타내는 選好區域으로서 각 區域의 選好樣態는 표 5-1과 같다.

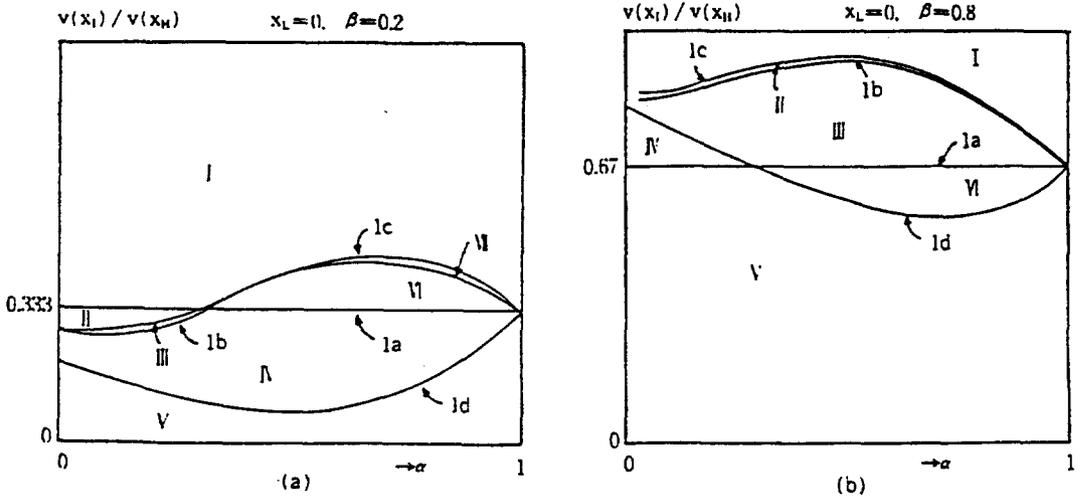


그림 5-1. 式 5-a,b,c,d 各 式의 選好區域圖

그림 5-1의 (a)와 (b)를 비교하여 보면 다음의 몇가지 특징을 발견하게 된다. 즉 첫째로  $A_0$ 와  $B_0$ 의 選好境界線은 수평의 직선이며 모든 選好曲線은 이 직선의 終點(그림 5-1의 (a)에서는  $[1, 0.333]$ , (b)에서는  $[1, 0.67]$ )에 수렴한다. 둘째로는  $\beta$ 값이 커짐에 따라 선호곡선이 전반적으로 위쪽으로 이동한다. 셋째로는  $\beta$ 값이 커짐에 따라  $A_0$ 와  $B_0$ 의 選好境界線인 수평선 이외의 세 곡선이 終點을 중심으로 시계방향으로 회전하며 반대로 값이 작아지면 시계방향의 반대로 회전한다는 것이다. 한편 式 5들의 選擇樣態는 모든  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 충족시켜야 하므로  $\beta$ 값이 변하더라도 변함없이 일관되게 나타나는 選擇樣態이어야 하는데 위의 세 특징을 이용하면  $\beta$ 값이 변하더라도 일관되

區 域	$\beta = 0.2$	$\beta = 0.8$
I	$A_0A_1A_LA_H$	$A_0A_1A_LA_H$
II	$B_0A_1A_LA_H$	$A_0B_1A_LA_H$
III	$B_0B_1A_LA_H$	$A_0B_1B_LA_H$
IV	$B_0B_1B_LA_H$	$A_0B_1B_LB_H$
V	$B_0B_1B_LB_H$	$B_0B_1B_LB_H$
VI	$A_0B_1B_LA_H$	$B_0B_1B_LA_H$
VII	$A_0B_1A_LA_H$	

표 5-1. 그림 5-1의 各 區域의 選擇樣態

게 나타나는 選擇樣態는  $x_L = 0$ 인 경우, 그림 5-1의 (a)와 (b)에서 공통되게 나타나는 選擇樣態라는 것을 알 수 있다. 이들이 그림 3-1의 벤처곡선 c가  $x_L = 0$ 인 HILO 구조에 의한 제비뽑기에서 설명가능한 選擇樣態이며 다음과 같다.

可能性 있는 選擇樣態	冒險曲線이 說明할 수 있는 選擇		기존이론이 설명가능한 선택	
$A_0A_1A_LA_H$ $A_0A_1A_LB_H$ $A_0A_1B_LA_H$ $A_0A_1B_LB_H$	YES-L YES-L YES-L YES-L	YES-I YES-I YES-I	a, b, c, d, e a, b, c, d, e a	EU, P, CM CM P, CM
$A_0B_1A_LA_H$ $A_0B_1A_LB_H$ $A_0B_1B_LA_H$ $A_0B_1B_LB_H$	YES-L No YES-L No	YES-I	c, d, e b, c, d	
$B_0A_1A_LA_H$ $B_0A_1A_LB_H$ $B_0A_1B_LA_H$ $B_0A_1B_LB_H$	No No YES-L	YES-I	c a	
$B_0B_1A_LA_H$ $B_0B_1A_LB_H$ $B_0B_1B_LA_H$ $B_0B_1B_LB_H$	YES-L YES-L YES-L	YES-I YES-I YES-I	e a b, c, d, e a, b, c, d, e	CM P, CM EU, P, CM

註 : YES-L은  $x_L=0$ 인 경우, YES-I는  $x_L>0$ 인 경우에 說明力이 있다는 의미임.

註 : a, c, d, e는 그림 3-2의 벤처곡선 a, b, c, d, e중에서 설명할 수 있는 벤처곡선을 말함.

註 : 기존이론의 설명가능한 선택란의 EU는 기대효용이론, P는 프로스펙트이론, CM은 가중선형모형을 말하며 P는 Becker[1986]. CM은 Chew와 MacCrimmon[1979]에 설명되어 있음.

1) 加重型線模型의 경우는 73.6%, 프로스펙트이론의 경우는 67.55%임.

표 5-2. 벤처이론이 설명할 수 있는 選擇樣態

같은 방법으로 다른 벤처곡선(그림 3-1의 a, b, d, e)에 대하여 각각 설명할 수 있는 選擇樣態를 찾아낼 수 있다. 또한  $x_L = 0$ 와  $x_H = 0$ 인 경우의 각 벤처곡선이 설명할 수 있는 選擇樣態도 구할 수 있다.  $x_L = 0$ 와  $x_H = 0$  두 경우의 벤처곡선이 설명할 수 있는 選擇樣態를 정리하면 표 5-2와 같다.

표 5-2를 보면 가능성 있는 選擇樣態 16개 중에서 12개를 설명할 수 있다는 것을 의미하며 본 논문이 의도하고 있는, 벤처이론이 5개의 벤처곡선을 사용함으로써 높은 설명능력을 갖는다는 가설을 검증하여 주는 것이다. von Neumann과 Morgenstern의 期待效用理論이 모두 두 개의 選擇樣態( $A_0A_LA_H$ 와  $B_0B_LB_H$ )만을 설명할 수 있으며 Chew와 MacCrimmon의 加重線形效用模型이 6개, 프로스펙트이론이 4개의 選擇樣態만을 설명할 수 있는 것과 비교하면 그 說明力이 얼마나 큰가를 알 수 있다.

## VI. 實驗調查를 통한 벤처曲線의 說明性 檢證

前節에서 벤처이론이 HILO 구조로 이루어진 선택의 대부분(16개 중 12개)을 설명할 수 있음을 알아냈다. 본절에서는 벤처이론이 설명할 수 있는 선택과 피조사인의 실제선택을 상호 비교하여 벤처이론의 說明性을 검증코자 한다. Chew와 Waller(1986)는 두 번의 실험을 통하여 加重線形效用理論이 실제선택의 62% 및 71%를 설명할 수 있음을 검증하였다. 여기서도 그들과 동일한 방법을 사용하여 벤처이론이 설명할 수 있는 선택이 실제선택 중에서 차지하는 비율이 높으면 설명성이 높고 그 비율이 낮으면 설명성이 낮다고 보았다.

이를 위하여는 실제로 사람들이 HILO 구조에 의한 선택문제에서 어떤 선택을 하는가를 조사하여야 한다. 따라서 본 조사에서는 실제 조사집단의 구성, HILO 구조에 의한 선택문제의 구성, 구성된 선택문제에 의한 실제 질문지의 작성, 피조사인에 의한 실제조사 및 그 결과분석의 순서로 진행하였다.

## 1. 조사집단의 구성

조사집단의 구성은 조사목적에의 適合性和 조사에의 協助性을 고려하여야 한다. 본 연구에서는 경영일선에서 실제로 직간접적으로 의사결정에 관계하고 있는 과장대리급 이상의 간부사원으로 구성하였다. 동시에 협조성을 확보하기 위하여 접근이 용이한 3개 회사를 선정하였다. 이들 회사중 2개사는 화학제품 원료를 생산하는 회사이고 1개사는 플라스틱 가공제품을 생산하는 회사이다. 조사의 一般性을 위하여 각사의 대리급 이상 간부사원을 모두 포함하도록 노력하였다. 그 결과 모두 77명의 被調査人을 확보하였다.

## 2. HILO 구조를 이용한 설문지의 작성

조사에 사용된 HILO 구조는 제비뽑기의 結果值  $x_H$ ,  $x_I$ ,  $x_L$ 중 하나를 0으로 하고  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 값을 줌으로써 구성한다. 여기서는 前節에서 분석된 그리고 벤처곡선이 설명가능한 로터리의 선택을 피조사인이 얼마나 많이 선택하는가를 알아보는 조사임으로 전절에서와 같이  $x_H = 0$ 인 것은 제외하였다.

文脈 구성은 現實性을 고려하여 입찰과 주식투자로 하였다. 結果值  $x_I$ ,  $x_L$ 의 값은 百萬元 ~ 4千萬元으로 그리고  $\alpha$ 는 0.2, 0.8, 0.1, 0.5 그리고  $\beta$ 는 0.8, 0.2, 0.5, 0.1로 하였으며 이를 요약하면 표 6-1과 같다.

이렇게 만들어진 질문지를 前述된 被調査人에게 배부하고 각 제비뽑기형 선택중에서 하나씩을 선택케 하여 회수하였는데 회수율은 100%였다. 질문지별로 정리한 결과는 표 6-2와 같다.

표 6-1에서 보는 바와 같이 문맥 I 과 II는  $x_L = 0$ 인 경우이고, III 과 IV는  $x_I = 0$ 인 경우이다. 벤처이론이 설명할 수 있는 選擇樣態를 요약한 표 5-1과, 조사결과를 요약한 표 6-2의 선택결과를 백분율로 정리한 것을 결합하면 표 6-3과 같이 된다.

표 6-3을 보면 벤처이론이 설명가능한 선택을 총 응답자중 93.21%<sup>1)</sup>가 선택하였음을 알 수

1) 加重型線模型의 경우 73.6%, 프로스펙트이론의 경우 67.55%

질문지번호	Context	$x_H$	$x_I$	$x_L$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha\beta$	$1-\alpha$	$\alpha-\alpha\beta$
M	I	400	200	0	0.8	0.2	0.16	0.2	0.64
	II	400	200	0	0.2	0.8	0.16	0.8	0.04
	III	300	0	-100	0.8	0.2	0.16	0.2	0.64
	IV	300	0	-100	0.2	0.8	0.16	0.8	0.04
N	I	1,000	400	0	0.1	0.5	0.05	0.9	0.05
	II	1,000	400	0	0.5	0.1	0.05	0.5	0.45
	III	600	0	-400	0.1	0.5	0.05	0.9	0.05
	IV	600	0	-400	0.5	0.1	0.05	0.5	0.45
O	I	1,000	400	0	0.8	0.2	0.16	0.2	0.64
	II	1,000	400	0	0.2	0.8	0.16	0.8	0.04
	III	600	0	-400	0.8	0.2	0.16	0.2	0.64
	IV	600	0	-400	0.2	0.8	0.16	0.8	0.04
P	I	4,000	2,000	0	0.1	0.5	0.05	0.9	0.05
	II	4,000	2,000	0	0.5	0.1	0.05	0.5	0.45
	III	3,000	0	-1,000	0.1	0.5	0.05	0.9	0.05
	IV	3,000	0	-1,000	0.5	0.1	0.05	0.5	0.45

표 6-1. 調査에서 사용된 HILO 構造

질문지	M				N				O				P			
	I	II	III	IV												
$A_0A_1A_LA_H$	46	1	22	1		44	16	39	43	16	28	13	12	44	11	38
$A_0A_1A_LA_H$	8	3	13			12	1	5	6	2	3	1	7	10	2	2
$A_0A_1A_LA_H$	5	1	10	2	13	2	1	8	2	2	12	2	8	1	3	15
$A_0A_1A_LA_H$	2	2	5	4	11	2			3	2	5	1	6		2	
$A_0A_1A_LA_H$	4		1			5	4	4	4	1	4	1	4	6	6	5
$A_0A_1A_LA_H$	2	1	1			1	1	2	1			1	4	3	1	1
$A_0A_1A_LA_H$		1	2		5		6	1	1	1		1	7	4	1	3
$A_0A_1A_LA_H$			4	2	3		1		2	3		3	5		3	2
$B_0B_1B_LB_H$				1	1		5	1	1		1	2	1		5	3
$B_0B_1B_LB_H$		2	1				2	1		1	2		1		3	1
$B_0B_1B_LB_H$		1			1	1	3		2	2	2	3	2		6	
$B_0B_1B_LB_H$	2	12		1	8				2	9		2	2		2	1
$B_0B_1B_LB_H$	1		1			2	8	1	1	1	7	2	7		11	3
$B_0B_1B_LB_H$		4	1	2		1	9		1		4	9	2	3	6	
$B_0B_1B_LB_H$	1	9	2	9	8		7	4	1	5	1	4	1	2	5	2
$B_0B_1B_LB_H$	6	40	14	55	21	1	7	5	7	32	8	32	8	4	10	1
합 계	77	77	77	77	71	71	71	71	77	77	77	77	77	77	77	77

표 6-2. 실험에 의한 선택결과

있다. 이를  $x_L = 0$  그리고  $x_I = 0$ 인 경우를 나누어 보면  $x_L = 0$ 인 경우는 85.79%,  $x_I = 0$ 인 경우는 78.14%가 벤처이론이 설명가능한 選擇樣態를 선택하였는데 이를 von-Neuman과 Morgenstern의 期待效用理論이 설명할 수 있는 選擇樣態( $A_0A_1A_LA_H$ 와  $B_0B_1B_LB_H$ )를 선택한  $x_L = 0$ 인 경우의 53.81%,  $x_I = 0$ 인 경우의 49.50%와 비교하여 볼 때 벤처이론이 얼마나 설명능력이 큰가를 알 수 있다.

그러나 본 실험은 각 개인의 벤처曲線上的의 한 점을 응답케 하여 이 점이 선호곡선의 위에 또는 아래에 위치하는가를 조사한 것으로 각 개인의 벤처곡선을 구하는 실험이 뒤따라야 할 것이다.

이상에서 Hogarth와 Einhorn이 제시한 5개의 벤처곡선으로 우리의 意思決定行動을 유효하게 설명할 수 있음을 분석 검증하였다. 즉 벤처이론이 높은 說明力이 있음이 입증되었다.

選擇樣態	說 明 性	$X_L = 0$	$X_I = 0$	TOTAL
$A_0A_1A_LA_H$	YES-L YES-I	34.11%	27.81%	20.96%
$A_0A_1A_LA_H$	YES-L YES-I	7.95%	4.47%	6.21%
$A_0A_1A_LA_H$	YES-I	5.63%	8.77%	7.2 %
$A_0A_1A_LA_H$	YES-L	4.64%	2.81%	3.73%
$A_0A_1A_LA_H$	YES-L	3.97%	4.14%	4.06%
$A_0A_1A_LA_H$	NO	1.99%	1.16%	1.57%
$A_0A_1A_LA_H$	YES-L YES-I	3.15%	2.32%	2.73%
$A_0A_1A_LA_H$	NO	2.15%	2.48%	2.32%
$B_0B_1B_LB_H$	NO	0.5 %	2.98%	1.74%
$B_0B_1B_LB_H$	NO	0.66%	1.66%	1.16%
$B_0B_1B_LB_H$	YES-I	1.5 %	2.32%	1.9 %
$B_0B_1B_LB_H$	YES-L	5.8 %	1.16%	3.48%
$B_0B_1B_LB_H$	YES-L	2 %	5.46%	3.73%
$B_0B_1B_LB_H$	YES-I	1.82%	5.13%	3.48%
$B_0B_1B_LB_H$	YES-L YES-I	4.47%	5.63%	5.05%
$B_0B_1B_LB_H$	YES-L YES-I	19.7 %	21.69%	20.7 %
TOTAL		100%	100%	100%

註 1. YES-L은  $x_L = 0$ 인 경우이고 YES-I는  $x_L = 0$ 인 경우이다.  
 註 2.  $x_L = 0$ 列의 각 행의 백분율 수치는 表 6-2-2 질문지 M, N, O, P의 I, II에서 구한 값이다.  
 $x_L$ 의 경우는 IV, V에서 구한 값이다.

표 6-3. 벤처곡선의 說明性和 실험결과의 비교

그러나 벤처이론은 곡선의 모양만이 제시된 상태로서 그 실용성을 위해서는 기대효용이론을 위반하는 선택이 定着과 模擬라는 과정을 통해 이루어 진다는 설명에서 나아가 벤처곡선의 모형화를 통하여 체계화되어야 할 것으로 생각된다.

## Ⅷ. 결 론

### 1. 연구의 결과

본 연구에서는 인간의 선택행동을 다양하게 묘사하여 주는 벤처이론의 설명성을 분석하였으며 그 분석방법으로는 Chew와 MacCrimmon이 그들의 加重線型模型의 說明力을 분석할 때 사용한 HILO 구조를 사용하였다. 이와 함께 경영현장에 근무하는 사람들을 被實驗人으로 하는 실증분석을 가지고 HILO를 이용한 說明性 분석을 뒷받침하였다. 이상의 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본연구를 위하여 개발된 도형분석방법을 HILO구조에 적용하여, 벤처이론이 HILO구조의 16개 選擇樣態중에서 12개를 설명할 수 있음을 입증함으로써, 벤처이론이 높은 說明力을 가지고 있음이 분석되었다.

2. 화학제품 제조회사에 근무하는 77명으로 구성된 조사집단을 대상으로 하고, 입찰과 주식 투자를 문맥으로 하는 HILO 구조의 구성방법에 의한 로터리型の 선택문제를 質問書自己記入法으로 조사하여 분석함으로써 대부분의 사람(93%)이 벤처이론이 설명할 수 있는 12개의 選擇樣態를 선택함이 실증되었다.

### 2. 연구의 유용성과 한계

본 연구를 통하여 不確實性下 意思決定理論의 설명력을 검증하는 방법이 추가로 개발됨으로써 記述的 意思決定理論의 說明性을 분석하는 도구가 증가되었으며 벤처이론의 높은 설명

력이 검증되었다.

설명력 검증에 사용된 HILO 구조는 추상적으로 선택상황을 구성한 것으로서 기대효용이론을 위반하는 여러가지 선택상황을 표현할 수 있으나 選好反轉이나 不變性的 違反(framing effect)을 표현할 수는 없다. 그럼에도 불구하고 HILO 구조는 기대효용이론을 위반하는 우리들의 선택행동을 분석하는 도구로 사용될 수 있으며 이를 도구로 설명력이 검증된 벤처이론은 記述的 意思決定理論으로서 실제상황에 활용할 수 있는 여지가 많다 하겠다. 즉 상황적응성이 있으므로 모형화를 통한 단순성을 확보할 수만 있다면 매우 유용한 의사결정모형으로 발전할 수 있을 것이다.

각자가 동일한 상황에서 고유한 벤처곡선을 가지고 의사결정을 하며 이 곡선이 상황에 따라서도 변한다고 볼 때 개인별 벤처곡선을 구하고 나아가 동일한 상황에서 일관성이 있는가에 관한 연구가 뒤따라야 할 것이다. 이와 함께 앞으로 인공지능의 발달과 연관시켜 개인의 意思決定을 대행하여 주는 computer system의 개발등에 유의하면서 이에 대한 연구를 계속하고자 한다.

본 연구는 문헌연구와 도형분석 그리고 실증분석을 연구의 도구로 사용하였으나 被實驗人이 경영현장에 있는 사람들로서 확률 및 意思決定理論에 관한 지식이 부족하였으며 실험조사에 시간적 制約을 피할 수 없었다. 이와 같은 制約이 실험결과에도 나타나 예컨데 몇개의 特異資料(전반적 경향에서 特異하게 벗어난 자료)로 인하여 분석결과에 나쁜 영향을 주었다.

不確實性下 意思決定理論의 實用性의 기본요건으로 응용력을 제공하여 주는 설명성과 함께 제시된 단순성을 확보하기 위하여는 개인별 및 상황별 의사결정모형의 數學的 媒介變數를 찾기 위한 시스템의 개발이 필수적이며 意思決定支援(decision support)시스템 및 專門家(expert)시스템과 聯關 앞으로의 연구과제라 생각된다.

## 참 고 문 헌

1. 강 성안, '벤처理論의 說明力 分析에 관한 研究' : 박사학위논문, 숭실대학교, 11, 1991.
2. Allais, M. & Hagen, O. 'Expected utility hypothesis and the Allais paradox', : D. Reidel Publish. Co., Dordrecht, Holland, 1979.
3. Becker, J. L. 'A new model of decisions under risk using the concept of lottery dependent utility function' : Dissertation, Univ. of Calif., L. A., 1986.
4. Bell, D. E. 'Regret in decision making under uncertainty' : Op. Res., Vol. 30, No. 5, 961-981, Sept. -Oct., 1982.
5. Bernoulli, D. 'Specimen theoriae novae de mensura sortis', Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae 5, 175-192, 1738. Translated by L. Sommer, *Econometrica* 22, 23-36, 1954.
6. Chew, S. H. & MacCrimmon, K. R. 'Alpha-nu choice theory : A generalization of expected utility theory' : Working paper No. 669, Faculty of Commerce and Business Administration, The Univ. of Columbia, Vancouver, B. C., Canada, Sept., 1979.
7. Chew, S. H. & MacCrimmon, K. R. 'Alpha utility theory, lottery composition and the allais paradox' : Working Paper No. 686, Faculty of Commerce and Business Administration, The Univ. of Columbia Vancouver, B. C., Canada, Sept., 1979.
8. Chew, H. S. & Waller, W. S. 'Empirical tests of weighted utility theory' : Journal of Mathematical Psychology, Vol. 30, 55-72, 1986.
9. Einhorn, H. J. & Hogarth, R. M. 'Ambiguity and uncertainty in probabilistic inference' : Psychological Review, Vol. 92, No. 4, 433-461, Oct, 1985.
10. Ellsberg, D. 'Risk, ambiguity, and the Savage axioms' : Quarterly Journal of Economics, 75, 643-669, 1961.
11. Goldstein, W. M. & Einhorn, H. J. 'Expression theory and the preference reversal phenomena' : Psychological Review, Vol. 94, No. 2, 236-254, 1987.

12. Grether, D. M., & Plott, C. R. 'Economic theory of choice and the preference reversal phenomenon' : The American Economic Review, Sept, Vol. 69, No. 4, 623-638, 1979.
13. Hogarth, R. M. & Einhorn, H. J. 'Venture theory : A model of decision weights' : Work. Pap., 164, Univ. of Chicago, Graduate School of Business, Center for Decision Research, Jan., 1988.
14. Hogarth, R. M. & Einhorn, H. J. 'Venture theory : A model of decision weights' : Management Science, Vol. 36, No. 7, July, 1990.
15. Kahneman, D. & Tversky, A. 'Prospect theory : An analysis of decision under risk' : Econometrica, Vol. 47, No. 2, 263-291, March, 1979.
16. Karmarkar, U. S. 'Subjectively weighted utility : A descriptive extension of the expected utility model' : Organizational Behavior and Performance, 21, 61-72, 1978.
17. Loomes, G. & Sugden, R. 'Regret theory : An alternative theory of rational choice under uncertainty' : The Economic Journal, 92, 805-824, Dec, 1982.
18. Luce, O. R. & Narens, L. 'Classification of concatenation measurement structures according to scale type' : Journal of Mathematical Psychology, 29, 1-72, 1985.
19. Machina, M. J. 'Expected utility : analysis without the independence axiom' : Econometrica, Vol. 50, No. 2, 277-323, March, 1982.
20. Quiggin, J. 'Theory of anticipated utility' : Journal of Economic Behavior and Organization, 3, 223-343, 1982.
21. Savage, L. J. 'The foundations of statistics' : Dover Publications Inc., New York, 1954.
22. Tversky, A. & Kahneman, D. 'Rational choice and the framing of decisions.' : The J. of Business, 59, 251-278, 1986.
23. von Neumann, J. & Morgenstern, O. 'Theory of games and economic behavior' : Princeton Univ. Press, Princeton, 1957.
24. Yaari, M. E. 'The dual theory of choice under risk' : Econometrica, Vol. 55, No. 1, 95-115, Jan., 1987.

## Descriptivity Analysis of the Descriptive Decision Theory

Sung An Kang\*

### ABSTRACT

The recently published venture theory(Hogarth and Einhorn ; 1990), compared to the prospect theory published before, describes human choice behavior more variously. The key point of this venture theory is that the decision weights presented by the prospect theory are represented by several venture curves. In this study the descriptivity of this venture theory is analyzed. As the analysis method, the HILO structures, which Chew and MacCrimmon(1979) used when they analyzed the descriptivity of their weighted linear model and Becker(1986) used for analyzing the descriptivity of the prospect theory, are used.

The venture theory doesn't give any properties of the decision weights as in the prospect theory or any axioms and theorems as in the weighted linear model but the shape of the venture curves. Accordingly in this study a new analysis method using graphs is developed.

The analysis result shows that the venture theory can explain 12 choice patterns among 16 choice patterns of the HILO structures. From this result the venture theory's ability to explain human behaviors is verified.

On the other hand, the descriptivity of the venture theory is backed up by the survey result showing that 93% of 77 subjcts choose the 12 choice patters which the venture curves can explain.

---

\* Korea Polyol Co., Ltd.

