經營學硏究 第22卷 第 2 號(1993年 6月)

한국증권시장의 비선형성 검증*

Nonlinear Dynamics & Korean Stock Returns

最初 論文 接受日 : 91. 10.
修 正 本　接受日 : 92.　1.
論文 揭載 確定日 : 92.　9.

차　근　호**

초 록

본 연구는 랜덤워크 가설에 근거하여 도출되는 자본시장 약효율성을 비선형성 검증방식으로 재검토하려는 국제흐름에 맞추어, 우리나라 증권시장의 약효율성을 재평가하였다. 특히, 비선형성 검증방식 중 기초가 되는 Taylor의 비선형 분산변동모형을 이용하였다. 연구결과 우리나라 주식시장의 일별주가 수익률은 장기적으로는 확률 트랜스적 변동을 하는 것으로, 즉 이윤추구의 가능성이 있는 시장으로 판명되었다. 본 연구 결과는 선형확률동학 메카니즘에 근거하여 발전되어온 자본시장 시스템이론을 비선형 확률모형 또는 선형 결정모형으로 대체하는데 유익할 것이다.

I. 서　　론

현대 자본주의 경제체제하에서 자본시장의 역할은 매우 중시된다. 따라서, 자본시장이 이러한 막중한 책무를 다하기 위해서 기업과 관련된 모든 경제적 정보가 올바르고 신속하게 자

* 이 논문은 1990년도 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며, 토의와 지적을 해준 Stockholm School of Economics의 Prof. Jennergren및 익명의 financial economists에게 감사한다.

** 한국항공대학 항공경영학과 부교수

본시장에 반영되어 정당한 자본가격을 형성하도록 유도하고, 또한 자본이 사회에 가장 크게 공헌 할 수 있는 부분에 효과적으로 배분되도록 조정하여야 한다. 이를 위해 요구되는 것이 「자본시장의 효율성」이다.

자본시장의 효율성 특히 증권시장의 효율성 검증은 Bachelier(1990)의 연구를 시작으로 하여, Working(1934), Cowles & Jones(1937), Osborne(1959), Fama(1965), Granger & Morgenstern(1970), Hagerman & Richmond(1973), LeRpy(1989), Cochrance(1991) 등 지속적으로 이루어져오고 있다. 이들 연구의 결과는 대체적으로 약 효율성 가설의 만족이었고, 대부분 랜덤워크(Random Walk)이론을 적용하고 있다. 우리나라 증권시장의 효율성 검증도 곽병관(1978), 윤계섭(1980), 국찬표(1987), 이수철(1989), 박재석(1989) 등의 연구가 있다. 이들 연구 공히 우리나라의 증권시장도 약 효율성을 갖는다고 주장하고 있다. 그러나 김규영 및 이상빈(1989)연구에서는 랜덤워크 가설의 기각되는 경우도 있음을 지적하고 있다. 이러한 약 효율성 가설에서는 과거의 경향으로부터, 미래의 변동을 예측 할 수 없다.

그런데, 최근에 외국의 많은 실증연구에서, 주식시장을 포함한 자본시장은 과거의 수치에 의존하면서 변하는 비선형 모형을 갖는다는 사실이 발견되고 있다. 이제 경제시스템에서, 선형확률동학 대신에 대체안으로써 비선형 동학메카니즘(비선형 확률모델과 비선형 결정(chaotic)모형)이 활발히 검토되고 있으며, 이를 통하여 자본시장의 효율성을 재평가하는 연구가 시도되고 있다(Scheinkman & LeBaron(1989), Hsieh(1989), Peters(1989), Prescott & Stengos(1991), Weignard(1991), Li(1991)).

본 연구는 우리나라 증권시장의 효율성에 대한 기존 약 효율성 가설을 기본가설로 하고, 비선형 모형을 대립가설로 하여 우리나라 증권시장의 효율성을 재검토 하고자 한다.

랜덤워크 가설에 의해 검증된 약 효율성 가설을 그대로 수용 할 것인지, 아니면 비선형을 가지고 있으면서, 과거의 수치에 의존하면서 변하고 있는 지를 검증하는 방법론은 다양한데, 본 연구는, 이들 방법론 중 S.J.Taylor의 방법론만을 택하기로 한다.[1] 이 방법론은, 비선형

1) 비선형성 검증과 관련되어 사용되고 있는 방법론은 다음과 같다.
① S.J.Taylor의 비선형 분산변동 모델을 이용한 방법론(S.J.Taylor:1982, 1986)
② Bispectrum 방법론(Subba Rao & Gabr(1980), Hinich(1982), Patterson(1983))
③ Threshold AR 방법론(Tong & Lim(1980):Tong(1990))
④ B-D-S(Brock-Dechart-Scheinkman) 이용 방법론 (Brock(1988))
⑤ R/S(Rescaled Range)분석방법론 (Peters(1989))
⑥ ARCH 모형 방법론 (Engle(1982))
⑦ 1/f spectra 방법론(Li(1991))
⑧ connectionist Architectures 방법론(Weigened(1991))

종속검증 가능성을 검증하는 가장 기초적인 방법론이 되기 때문이다.

Ⅱ. 랜덤워크 가설의 기본내용 변화와 수익률 특성

2.1 랜덤워크 가설의 기본내용 변화

자본시장의 효율성에 관한 약 효율성에 대한 검증은 주가가 과거와 독립적으로 움직이는가(random walk)를 살펴보는데 집중되어 왔다.

$\{Z_t\}$를 주가지수 시계열 과정이라 할때, 그 수익률은

$$X_t = \log Z_t - \log Z_{t-1} \qquad \cdots\cdots (1)$$

로 정의되어 사용된다. 수익률의 과정 $\{X_t\}$가 White Noise를 따를때, 과정 $\{\log Z_t\}$ (또는 약해서 $\{Z_t\}$)는 랜덤워크에 따른다고 한다. 그러나 중요한 점은 $\{X_t\}$가 다음의 어떤 의미에서 White Noise를 따르냐 하는 것이다.

(i) $\{X_t\}$는 iid Gauss(Bachelier(1900))

(ii) $\{X_t\}$는 iid(Fama(1965))

(iii) $\{X_t\}$는 독립 과정(즉 임의의 $X_{t1}, X_{t2}, \cdots, X_{tn}$은 독립이다)

(iv) $\{X_t\}$는 무상관 과정(즉 $t \neq s$일때 X_{t}와 X_{s}는 무상관 이다)

(단, iid는 independently and indentically distributed의 약어이다.)

특히 (iii)과 (iv)는 공히 Dranger & Morgenstern(1970)의 White Noise 정의를 사용하고 있다. 이들 (i)~(iv)사이의 포함관계는 (i) → (ii) → (iii) → (iv)이다. 여기에서 유의해야 할 점은 (i)과 (ii)에서는 분산은 일정하다고 가정하는 반면에 (iii)과 (iv)에서는 분산과 변화하는 것으로 가정한다는 사실이다.

본 연구에서 채택하고자 하는 랜덤워크 가설은 다음의 정의를 기준으로 한다.

정의

(1)식의 수익률 $\{X_t\}$가 무상관 과정 일 때 $\{Z_t\}$는 랜덤워크를 따른다.

실제 미국, 일본의 주가 수익률 시계열 $\{X_t\}$은

(i) 독립계열이 아니다.

(ii) 비선형구조를 갖는다.

(iii) 조건부 분산의 변화를 한다.

라는 특징이 최근에 발견되고 있다. (Hsieh(1989):Takagi(1988))이런 특징에서 X_t 또는 log Z_t에 관한 기존 선형모델과 iid오차항을 전제로 하였던 많은 랜덤워크 가설검증방식은 유효하지 않게 된다. 본 연구는 위의 (i), (ii), (iii)특징이 한국증권시장에도 유효 할 것으로 인정하고, Taylor의 비선형(조건부) 분산변동 모델

$$X_t - \mu = U_t V_t \quad (\text{단, } V_t > 0) \quad \cdots\cdots (2)$$

을 채택하여, 상기의 정의의미에서 랜덤워크 가설

$$H_0 : \mathrm{Corr.}(X_t, X_s) = 0 \ (t \neq s) \quad \cdots\cdots (3)$$

을 검증한다. 여기에서 $\{U_t\}$와 $\{V_t\}$는 서로 독립인 확률과정이고, $\{U_t\}$는 평균 0인 정규분포에 따른다. V_t는 조건부 표준편차를 표시하는데, 이는 시간에 따라서 확률적으로 변화한다.

Engle(1982)이 제창한 ARCH(p)모델,

$$V_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (X_{t-i} - \overline{X})^2 \quad (\alpha_i > 0) \quad \cdots\cdots (4)$$

꼴로써, 식(2)와는 형식적으로는 같지만, 조건부 표준편차 V_t는 과거의 수익률 $X_{t-i}(i>0)$의 결정론적 함수가 되고 있다.

식(2)에서 X_t의 평균 $E(X_t)$는 일정한 μ를 갖는다고 가정한다.

Taylor접근방식 특징의 하나는 가설(3)의 대립가설로써

$$H_1 : \rho_z = D\Psi^z(\Psi>0,\ D>0) \quad\cdots\cdots(5)$$

을 채택하고 있다는 사실이다. 여기에서 ρ_z는 $\{U_t\}$의 자기상관계수이다. 많은 랜덤워크 검증에서는 선형적인 모델에서 오차항으로 iid를 가정하는 것에만 유의하지, 대립가설을 주의깊게 탐색하고, 특정화 하지 않는다. 따라서, 검증력이 일반적으로 매우 낮다고 생각되어 진다. Hakkio(1986)는 몬데칼로 방법에 기초하여 이점을 지적하고 있다.

2.2 랜덤워크의 의미

랜덤워크 가설의 중요성 및 의미에 관해서 논의해 보기로 한다. 먼저, 랜덤워크는 시장의 효율성을 의미한다는 점이다. 우리는「과거의 주가수익계열 Z_{t-j} (j>0)에서 미래의 주가변동을 예측 할 수 없을때」시장은 정보 효율적이라고 한다. 이러한 정의를 따르는 의미에서의 랜덤워크는 계열$\{X_t\}$의 무상관성이 요구되는데, 비선형분산 변동모델(2)의 체제하에서도 무상관성이 성립되고, 조건부 분산의 변동패턴의 예측가능성이 확보되어, 그 정보를 이용한 예측이 가능하게 된다. 따라서 $\{X_t\}$가 무상관이라하여,주가지수$\{Z_t\}$의 예측이 불가능한 것만은 아니다.

시장의 정보 비효율성은 통상 거래에 관계되는 제도적 요인, 정보공개, 정보입수 비용 등 시장에 어떠한 불완전성이 존재하느냐에 달려있다. 우리는 랜덤워크 가설이 성립되지 않는 경우 반드시 이는 직접 시장의 비효율성으로 직결되는 것은 아니고, 이에는, 예컨데, 결정계수 등으로 측정된 예측가능성의 크기, 거래비용 등이 적절히 고려되어 평가되어져야 한다.

어찌하였던, 랜덤워크 가설이 채택되었다고 하여 무조건 시장정보가 효율적이고 단정 할 수 없으며, 또한 기각되었다고 하여, 무조건, 예측가능한 정보의 비효율성이라고 단정해서는 안되는 것이다. 두번째로는, 랜덤워크 가설과, 주가의 결정이론을 대응하여 살펴보는 것이다. 위험회피(Risk Aversion)효용함수를 전제로 한 주체적 균형개념과의 적합성문제, 재정이론(APT)적 발상에 기초한 위험 프레미엄(Risk premium) 이론과의 적합성문제, 미시적 이론모델과의 적합성문제 등에 관해서 랜덤워크 가설이 충분히 논의 · 검토되고 있지 않는 것이

현실이다. 이들 문제들의 논의는 해석적 기초가 되는 경제학의 선형성의 설정구조 크기에 의존하기 때문에 일반적으로 전개하기는 어렵다. 당연한 것이겠지만, 투자자가 기본체계(fundamentals)의 변화의 정보를 가격에 반영하는 속도(speed)와의 관계에서 시간의 개념이 중요하게 된다. 본 연구에서는 통계적 선형성만을 고려하는 입장에서, 이 문제는 다루지 않지만, 랜덤워크의 함축적 의미를 위해서 반드시 고려되어야 할 것으로 판단된다. 세번째로는 랜덤워크 가설이 갖는 정책적 함축이다. 정책적 의미에서, 랜덤워크 가설이 갖는 의미는 매우 복잡하고 또한 충분히 연구되어 오고 있지 않다. 말하자면, 랜덤워크 모형이 기각된다고 하는 경우, 이는 정책적 개입의 영향이 있는 결과라고 해석될 수도 있다는 것이다. 역으로 랜덤워크 가설이 성립되어도, 이는 정책적 개입의 영향 때문 일 수도 있다. 따라서, 랜덤워크 가설이 곧 시장의 효율성과 관련되는 것은 아니다. 이러한 주제에 관하여, Corrado & Taylor (1986)는 외환률을 대상으로 하여, 개입이 없는 경우의 외환률이 랜덤워크 가설을 채택한다고 하고, 개입이 있는 경우에, 그 변화가 어떻게 이루어 지는가를 살펴보고 있다.

2.3 수익률 $\{X_t\}$의 특성분석

주가수익률 과정 $\{X_t\}$의 랜덤워크 검증에 앞서서, 이의 기본 특성을 살펴 볼 필요성이 있다. 그러면, 어떠한 기본 특성 파악이 요구되는 것일까? 대체적으로, 계열 $\{X_t\}$의 정규성 여부, 독립성 여부 및 비선형성 진단이 부각된다. 정규성 여부는 통상 첨도 및 왜도를 이용하여 파악하므로 이하에서는 독립성 및 비선형성에 국한하여 살펴보기로 한다.

과정 $\{X_t\}$의 독립성 여부조사는 $\{X_t\}$가 무상관 과정이라도, 독립과정이 아닌 경우를 검토하려는데 그 목적이 있다. 통상, 표본자기상관계수의 점근분포를 이용한다. 지금 n개의 시계열 데이타 $\{X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n\}$에 기초한 표본자기상관계수는

$$\gamma_z(X) = \frac{\sum_{t=1}^{n-z}(X_t-\bar{X})(X_{t+z}-\bar{X})}{\sum_{t=1}^{n}(X_t-\bar{X})^2} \quad \cdots\cdots (6)$$

로 정의된다. 이때 $\{X_t\}$가 비독립성임을 주장하기 위해서는 다음의 사실에 주목할 필요가 있

다. 즉, 어떤 확률과정 $\{P_t\}$가 Strong White Noise(iid)[2] 일때 $\{P_t\}$에 기초한 표본 자기상관계수 $\gamma_z(P)$의 분포는 n이 클때 점근적으로 정규분포 N(0, 1/n)에 근사하며, $\gamma_z(P)$와 $\gamma_s(P)$(단, $z \neq s$)는 근사적으로 독립이다(Anderson & Walker 1964).

이 결과를 이용하면, 만약 주식수익률의 계열 $\{X_t\}$가 White Noise 이라면, 절대수익률의 계열 $\{|X_t|\}$ 및 자승수익률의 계열$\{X_t^2\}$도 Strong White Noise로 되기 때문에, n이 클때,

$$\gamma_z(x) - N(0,\ 1/n) \quad \cdots\cdots (7)$$

$$\gamma_z(|x|) - N(0,\ 1/n) \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\gamma_z(x^2) - N(0,\ 1/n) \quad \cdots\cdots (9)$$

이 성립되게 된다.

다음으로 비선형에 관하여 살펴보고자 한다.

확률과정 $\{X_t\}$가 iid이면서, 2차모멘트를 갖는 확률변수계열 $\{\varepsilon_t\}$의 가중합으로

$$X_t - \mu = \sum_{j=0}^{\infty} b_j\, \varepsilon_{t-j} \quad \cdots\cdots (10)$$

(단, $\{b_j,\ j \geq 0\}$는 파라메터 계열이며, $\sum_{j=0} b_j^2 < \infty$)

표현될 때, $\{X_t\}$는 선형과정이라고 정의된다. White Noise와 Strong White Noise의 구별, 정상선형과정과 정상비선형과정의 구별은 주가수익률의 연구상 매우 중요하다. 그러나 지금까지 이들의 구별은 종종 무시되어 왔다. 지금 ε_t는 4차 모멘트를 갖는다고 가정하고, $\{X_t\}$의 첨도를 k라 하고, $S_t = (X_t - \mu)^2$으로 두자. 만약 $\{X_t\}$가 선형이라면, S_t의 z차 자기상관계수 $\rho_{z,s}$는

$$\rho_{z,s} = \frac{2}{k-1}\rho^2_{z,x} + \frac{k-3}{k-1}\alpha_z \quad \cdots\cdots (11)$$

---

2) White Noise란 무상관인 정상과정을 의미하는데, 반드시 독립인 것은 아니다. 따라서 White Noise중 분산을 갖는 iid과정 일때 이를 Strong White Noise라 부른다. $\{X_t$가 Strong White Noise이라면, 이는 White Noise가 되지만, 그러나 역은 반드시 성립하는 것만은 아니다.

이다.

단, $\rho_{z,x}$ 는 $\{X_t\}$의 자기상관계수이고, α_z는

$$\alpha_z = \sum_{i=0}^{\infty} b_i^2 b_{i+z}^2 / \sum_{i=0}^{\infty} b_i^4 \ (Z \geq 0) \quad \cdots\cdots (12)$$

이다. (Taylor 1986)

여기에서,

$$\theta = [\mathrm{Var}(X_t) - \mathrm{var}(\varepsilon_t)] / \mathrm{Var}(X_t) \quad \cdots\cdots (13)$$

라 두면, $k \geq 3$에 대해서

$$0 \leq \sum_{z=1}^{k} \rho_{z,s} \leq \max[\sum_{z=1}^{k} \rho^2_{z,x}, \ \theta / (1-\theta)^2] \quad \cdots\cdots (14)$$

가 만족된다. θ의 크기를 고려하기 위해서 예측의 평균자승오차를

$$\mathrm{MES}(\widetilde{X}_t) = E(X_t - \widetilde{X}_t)^2 \quad \cdots\cdots (15)$$

로 정의한다면,

$$\mathrm{Var}(X_t) = \mathrm{MSE}(\mu) \text{ 및 } \mathrm{Var}(\varepsilon_t) = \mathrm{MSE}(X_t^*)$$

가 성립된다. 단, X_t^*는 최적예측치로써 $X_t^* = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} b_j \varepsilon_{t-j}$ 가 되고, θ는 최적예측치 X_t^*에 대한 단순예측치 μ의 상대효율을 평가하는 것으로 해석된다. 물론 $0 \leq \theta \leq 1$이다. 주식자체는 자산선택의 대상이 되지만, 정보효율적인 변동을 한다. 따라서, 최적예측치와 단순예측치 사이의 평균자승오차는 그다지 크게 다르지 않고, 예를들면 최고 20%이내라고 추론하면 될 것이다. 즉 상대효율 θ는

$$0 \leq \theta \leq 0.2 \quad \cdots\cdots (16)$$

라고 가정된다. 이러한 가정에 의거하면, $\theta / (1-\theta)^2 \fallingdotseq 0.4$가 된다.

Ⅲ. 비선형 분산변동모델과 기준화 수익률

3.1 Taylor 모형

앞에서 주가수익률 변동의 특징(비독립성, 비선형성 및 조건부 분산변동성)을 설명하는 모델로써

$$X_t - \mu = U_t V_t \cdots\cdots (17)$$

을 택하였다. 여기서에 U_t와 V_t는 다음을 가정하고 있다. 즉,

① 확률과정 $\{U_t\}$와 $\{V_t\}$는 독립이다.
② $\{U_t\}$는 평균 0, 분산 1의 정규정상과정을 따른다.
③ V_t는 $\{X_{t-j}: j>0\}$에서 독립인 과정이다.

이러한 가정을 만족하는 경우, V_t 조건하의 $X_t-\mu$조건부 분포는

$$X_t - \mu | V_t \quad N(0, V_t^2) \cdots\cdots (18)$$

로 되고, V_t^2은 X_t의 조건부분산이 된다. 물론 V_t의 변동에 따라서, X_t의 조건부분산은 변동을 한다. 식(17)에서 X_t의 평균치 $E(X_t) = \mu$는 일정하다고 가정하고 있다. 이 모델하에서는 X_t와 X_s의 공분산 $Cov(X_t, X_s) = E(U_t, U_s)\ E(V_t, V_s)$이기 때문에 $\{X_t\}$의 무상관성은 곧 $\{U_t\}$의 무상관성과 동일하다. 식(17)의 모델의 하나로써, Taylor(1986)는 wit를 t일 1일간에서 생기는 제 i수익률 변동요인으로 두면서, 제 t일의 수익률은 이들 요인들의 1차식

$$X_t - \mu = \sum_{i=1}^{\bar{W}t} Wit \cdots\cdots (19)$$

로 표시하고 있다. 여기에서 $\{\bar{w}_t\}$는 양의 정수치를 갖는 독립인 확률변수계열이고, $\bar{w}_t$가 도입될 때, $W_{it}(i=1,2,\cdots,\bar{w}_t)$는 상호독립인 같은 정규분포 $N(0, \sigma_w^2)$을 따른다. 또한 $\{w_{it}:i=1,2,\cdots,\bar{w}_t\}$ $(t=1,2,\cdots)$도 상호독립적이다. 이 결과, 수익률 변동요인의 갯수 $\bar{w}_t$가 주어지면, 식(19)의 X_t의 조건부 분산은

$$V_t^2 = \sigma_w^2\bar{w}_t \quad\cdots\cdots(20)$$

가 된다. Tauchen and Pitts(1983)는 $\bar{w}_t$는 독립인 관계되는 정보의 갯수 및 거래량을 포함하는 식(19)의 모델을 전개하고 있다. 여기에서, V_t에는 새로운 정보량, 이의 중요성, 거래량, 시장거래자 수, 타 시장과의 관련성 등 많은 요인이 반영되며, 이러한 V_t는 제 t의 마지막 X_t와 동시적으로 실현된다. 따라서 제 t−1 일의 최종단계에서는 V_t의 수치를 관측 할 수 없다.

식(20)의 V_t를 사용해서,

$$U_t = (X_t-\mu)/V_t = \sum_{i=1}^{\bar{w}_t} w_{it}/\sigma_w\sqrt{\bar{w}_t}$$

을 정의한다. 이때, V_t가 주어지면,

$\bar{w}_t = V_t^2/\sigma_w^2$가 결정되고, $U_t|V_t \sim N(0, 1)$이 성립된다.

앞의 가정에서 U_t의 첨도는 $k=3$이므로,

$$\delta = E[|u|] = \sqrt{2/\pi} = 0.798$$

이 되고, 또한 식(17)에서 X_t의 첨도는

$$k_x = k_u\,E(V_t^4)/[E(V_t^2)] > k_u = 3$$

로 된다.

$\{V_t\}$의 과정을 정식화 하기위해 지금 $\{U_t\}$는 정상과정이고, $\rho_{z,u}$을 이의 자기상관 계수로 하자. 그러면,

$$\rho_{z,x} = \rho_{z,u}\,E(V_t\,V_{t+z})\,/E(V_t^2)$$
$$= \rho_{z,u}\,\{1+\rho_{z,v}[Var(V_t)\,/E(V_t^2)]\} \quad \cdots\cdots (21)$$
$$\rho_{z,v} \le \rho_{z,x}\,/\,\rho_{z,u} \le 1 \quad \cdots\cdots (22)$$

이 성립된다. 식(21)은 $\rho_{z,u}$가 작은 것과 $\rho_{z,x}$가 작은 것은 동일함을 표시하고 있다. 그리고 식(22)는 $\rho_{z,v}$가 크다면, $\rho_{z,x}$와 $\rho_{z,u}$는 유사하다는 것을 표시하고 있다. 더구나 $S_t = (X_t-\mu)^2$라 두면,

$$\rho_{z,s} = \rho_{z,v}^2[Var(V_t^2)\,/Var(S_t)]+C_z\,\rho_{z,u}^2 \quad \cdots\cdots (23)$$
$$C_z = (k_{u-1})\;[E(V_t^2,\;V_{t+z}^2)\,/Var(S_t)] \quad (0 \le C_z \le 1)$$

을 구할 수 있다. U_t는 정규분포이고, $\rho_{z,u}^2 = \rho^2_{z,u}$ 이다(Granger and Newbold 1976). 따라서, 식(23)의 우변 제 2항은 제 1항에 비교해서 작다. $\rho_{z,u} = 0$ $(z>0)$이 된다면, 그항은 0이 된다. 마찬가지로 $M_t = |X_t-\mu|$에 대해서

$$\rho_{z,M} = \delta^2\,\rho_{z,v}\,[Var(V_t\,/Var(M_t)]+d_z\,\rho_{z,|u|} \quad \cdots\cdots (24)$$

$0 \le d_z = (1-\delta^2)[E(V_t\,V_{t+z})\,/Var(M_t)] \le 1$을 얻는다. U_t의 상관이 작을때 식(24)의 우변 제 2항은 작다. 특히 $\rho_{z,u} = 0$ $(z>0)$이라면, U_t는 상호독립이 되기 때문에 $\rho_{z,|u|} = 0$이 된다.

만약 $\gamma_{z,x} \equiv \gamma_z(X)$의 값이 작다면, 이것은 식(21)보다 $\rho_{z,u}$가 작은 것을 의미한다. 따라서 식(23) 및 식(24)의 우변 제 2항은 근사적으로 무시 할 수 있다. 그 결과 근사적으로

$$\rho_{z,s} \approx \rho_{z,v}^2[Var(V_t^2)\,/Var(S_t)]$$
$$0 \le \rho_{z,s}\,/\,\rho_{z,v}^2 \le 1\,/k_u \quad \cdots\cdots (25)$$

$$\rho_{z,M} \approx \delta^2 \rho_{z,v} [Var(V_t) / Var(M_t)]$$
$$0 \le \rho_{z,M} / \rho_{z,v} \le \delta^2$$

이 성립한다. 식(25)에서 관측치 $S_t = (X_t - X)^2$와 $M_t = |X_t - \bar{X}|$가 양의 상관이 되기 위해서는 $\rho_{z,s} > \rho_{z,M} > 0$ 조건이 요구되며, 따라서, $\rho_{z,v}^2 > 0$, $\rho_{z,v} > 0$ 조건이 필요하다.

3.2 과정$\{V_t\}$의 정식화

식(25)의 조건을 만족하는 과정$\{V_t\}$의 하나로써 로그AR(1)모델을 생각해 볼 수 있다. 즉,

$$\log(V_t) - \alpha = \phi [\log(V_{t-1}) - \alpha] + \eta_t,\ \phi > 0 \quad \cdots\cdots (26)$$
$$\{\eta_t\} \sim \text{iid } N(0, \beta^2(1 - \phi^2)).$$

이 모델은

$\log(V_t) \sim N(\alpha, \beta^2)$, $\beta > 0$ 이므로,
$k_x = 3\,Exp[4\beta^2] > 3$ 이다.

또한 $\rho_{z,s} = \rho_{z,v} A(\beta)$, $0 \le A(\beta) \le 1/3$ ……(27)
$\rho_{z,M} = \rho_{z,v} B(\beta)$, $0 \le B(\beta) \le \delta^2 = 2/\pi$

이 되고, 식(25)와도 일치된다. 여기에서

$$A(\beta) = [Exp(4\beta^2) - 1] / [3Exp(4\beta^2) - 1] \quad \cdots\cdots (28)$$
$$B(\beta) = 2[Exp(\beta^2) - 1] / [\pi Exp(\beta^2) - 2]$$

이고, 이들은 β의 단조 증가함수이다.

식(26)으로부터, $\rho_{z,v}$, $\rho_{z,v}$을 계산하여, 식(27)에 대입하면

$$\rho_{z,s} = A(\beta)\ [\mathrm{Exp}(4\beta^2\phi^{z})-1]/[\mathrm{Exp}(4\beta)^2-1]$$
$$\rho_{z,M} = B(\beta)\ [\mathrm{Exp}(\beta^2\phi^{z})-1]/[\mathrm{Exp}(\beta^2)-1]$$
$$\equiv C(\beta)\ [\mathrm{Exp}(\beta^2\phi^{z})-1] \quad \cdots\cdots (29)$$

이 된다. 더구나 $\rho_{z,M}$은

$$\rho_{z,M} = C(\beta)\ [\beta^2\phi^{z}+1/2\beta^4\phi^{2z}+\cdots]$$

가 되고, $D(\beta) = C(\beta)\beta^2$ 이라 두면, β가 작을때 $\rho_{z,M}$은 $D(\beta)\phi^{z}$에 근사하게 되고, 이 $D(\beta)\phi^{z}$는 ARMA(1,1)의 자기상관계수와 동일형을 하고 있다. 곧 $\{V_t$의 과정으로써 근사적인 것으로 자기상관 $\rho_{z,M} = D(\beta)\phi^{z}$, $z>0$을 갖는 과정으로 정식화하는 것도 가능하다. 우리는 $\{V_t\}$의 과정 또는 logAR(1,1)의 과정의 또하나의 근사치로써 ARMA(1,1)과정

$$V_t-\mu_v-\phi\ (V_{t-1}-\mu_v) = \varepsilon_t-\theta\varepsilon_{t-1} \quad (1>\theta>0) \quad \cdots\cdots (30)$$

을 선택할 수 있다. 이때, V_t의 자기상관계수는

$$\rho_{z,v} = D\phi^{z}$$
$$D = (1-\phi\ \theta)(\phi-\theta)/\{\phi\ (1-2\theta\phi+\theta^2)\} \quad \cdots\cdots (31)$$

이 된다. 단, θ는 식(25)를 만족해야만 한다.

식(26) 및 식(30)의 모델에서는 $\{V_t\}$가 정상적이다. $\{V_t\}$의 간단한 비정상모델로써 식(30)에서 형식적으로 $\phi=1$로 두고, V_t에 대해서 해를 구하는 지수평활모델(Exponential Smoothing Model)

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta)\ \theta^i\ V_{t-1-i} + \varepsilon_t \cdots\cdots (32)$$

$$= (1-\theta)\ V_{t-1} + \theta\ \hat{V}_{t-1} + \varepsilon_t$$

단, $\hat{V}_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta)\ \theta^i\ V_{t-2-i}$

을 고려해 보는 것도 가능하다. 위 식은 형식적인 표현이고, 실제로는 t는 어떤 과거의 일정 시점 t−L로부터 출발파고 있다. ($V_{t-i} = 0(i>L)$)

앞에서 지적한 바와 같이, $\{V_t\}$에 대해서 모델의 선택은 어렵다. Taylor(1986)에 많은 금융 시계열 실정연구 결과를 이용하여 본 장에서 기술하는 기준화 수익률을 얻기 위해서, 모델로써, 비정상모델 식(32)를 권고하고 있다. 본 연구에서도 그의 제안을 따르기로 한다.

3.3 파라메터의 추정

로그 AR(1)모형 식(26)을 택하는 경우의 추정법으로써, $\rho_{z,m}$의 표현 식(29)에서 최소자승법 개념을 이용하여

$$F_1 = n \sum_{z=1}^{k} \{\gamma'_{z,m} - (C\phi\ )\ \mathrm{Exp}[\beta^2\phi^{\ z}) - 1]\}^2 \cdots\cdots (33)$$

을 최소로 하는 ϕ ,β를 추정한다. 여기에서 $\gamma'_{z,m}$은 자유도를 조정한 표본자기상관계수 $\gamma'_{z,m} = n\gamma'_{z,m}/(n-z)$, $M_t = |X_t - \overline{X}|$이다.

한편, 식(30)의 ARMA(1,1)모델에 대해서는

$$F_2 = n \sum_{z=1}^{k} \{\gamma'_{z,m} - D\phi^{\ z}]^2 \cdots\cdots (34)$$

을 최소로 하는 D와 ϕ 를 추정한다. 더구나, 비정상모델에서는 $V_t^* = M_t/\delta$로써, 예측시점에서

$$F_3 = n \sum_{t=1}^{n} [V_t^* - \hat{V}_t^*]^2 \quad \cdots\cdots (35)$$

단, $\hat{V}_t^* = (1-\theta)V^*_{t-1} + \theta\hat{V}^*_{t-1}$

을 최소로 하는 θ를 추정 한다.

3.4 기준화 수익률 y_t 및 과정{V_t}의 선택

식(17)의 비선형 분산변동 모델 $X_t = \mu = U_tV_t$에 있어서 조건부 표준편차 V_t는 과거의 수익률 $X_{t-j}(j>0)$와 직접적인 관계는 없고, 제 t일에 있어서, 시장의 활동수준에 관계했던 많은 요인을 표시하고, 또한 제 t일의 마지막에 X_t와 동시적으로 실현된다고 간주한다. 이러한 관점에서, X_t의 부호를 포함하는 방향을 표시하는 U_t = (X_{t-1}을 동시적으로 실현하는 제 t−1일의 마지막에서의 $\hat{V}_t$ 예측치 V_t를 이용하는 것이 적당 할 것이다. 따라서, 기준화 수익률 y_t는

$$y_t = (X_t - X)/\hat{V}_t \quad \cdots\cdots (36)$$

을 택하는 것이 적절하다. 조건부 표준편차의 과정{V_t의 선택기준은 위에서 설명한 바와 같이 예측의 관점에서 선택기준을 정하는 것이 적절하다. 이하에서는 1기 앞선 예측의 표본평균자승오차

$$mse(V_t) = \sum_{t=n1}^{n} (V_t - \hat{V}_t)^2/(n-n_1) \quad \cdots\cdots (37)$$

을 선택 기준으로 택한다. 단 $\hat{V}_t$는 t−1시점에서의 V_t의 예측치이고, n_1은 예측의 초기치를 위해 이용되는 데이타의 수를 나타낸다.

식(37)은 물론, 모집단 예측 평균자승오차

$$MSE(\hat{V}_t) = E(V_t - \hat{V}_t)^2 \quad \cdots\cdots (38)$$

의 추정치 이다. $\{V_t\}$를 직접 관찰 할 수 없기 때문에

$$|X_t - \mu| = |U_t| V_t,$$

$$U_t \sim N(0,1)$$

$$\delta = E[\,|U_t|\,] = 0.798 \text{에서,}$$

$$V_t^* = M_t / \delta, \text{ 단 } M_t = |X_t - \overline{X}| \quad \cdots\cdots (39)$$

을 V_t의 추정치로 간주하게 된다. 따라서, V_2의 예측치 $\hat{V}_t$도 M_t의 예측치 $\hat{M}_t$를 사용하고,

$$\hat{V}_t = \hat{M}_t / \delta \quad \cdots\cdots (40)$$

라 정의한다. 곧 V_t의 예측문제는 M_t의 예측문제와 동등하게 된다. 이하, $M_t = \delta V_t$로 간주한다.

앞에서 $\{V_t\}$가 log AR(1)이면, $M_t = |X_t - \mu|$의 자기상관계수는 β가 작을때, $\rho_{z,M} = D(\beta)\phi^2$에 근사하게 되고, 그것은 ARMA(1,1)과정의 자기상관계수와 동일하다고 지적하였다. 일반적으로 선형모델에의 선형불편추정량

$$\mu_M + \sum_{i=0}^{\infty} a_i (M_{t-i} - \mu_M)$$

중에서, 예측량의 최적성은 자기상관계수 $\rho_{z,M}$에 따라서 결정되어진다는 사실에 $\{V_t\}$가 log AR(1)의 경우, M_t의 최적예측량은 ARMA(1,1) 모델의 최적예측량

$$\hat{M}_t(1) = (\hat{\phi} - \hat{\theta}) M_{t-1} + \hat{\theta}\hat{M}_{t-1} + (1 - \hat{\theta})\hat{\mu}_{M,t} \quad \cdots\cdots (41)$$

에 근사하게 된다. 다만, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$ 는 식(30)의 ARMA(1,1)에서의 ϕ, θ 추정치이다.

그리고, $\hat{\mu}_{M,t}$는 $t-1>1$에서의 μ_M의 추정치

$$\hat{\mu}_{M\,t} = \sum_{s=1}^{t-1} M_s / (t-1) \quad \cdots\cdots (42)$$

이다. 물론 식(42) 자체도 하나의 M_t 예측량이다.

한편 비정상 지수평활모델(32)의 경우 식(41)에서 $\phi_1=1$에 대해서, 예측량은

$$\hat{M}_t(2) = (1-\hat{\theta})M_{t-1}+\hat{\theta}\hat{M}_{t-1} \quad \cdots\cdots (43)$$

이 된다. Taylor는 이들 예측량을 많이 재무시계열에 대해서 비교하고, 결과적으로, 식(41)과 식(43)의 예측량을 선택하고 있다. 더구나, $\hat{M}_t^{(1)}$과 $\hat{M}_t^{(2)}$을 비교하고, $\hat{M}_t^{(1)}$는 $\hat{M}_t^{(2)}$에 대해서 상대적으로 우위가 아니라고 결론짓고, 계산이 간단한 $\hat{M}_t^{(2)}$을 제안하고 있다.

본 연구에서도, M_t으이 예측방법으로써, $\hat{M}_t^{(2)}$을 따른다. 그리고 식(40)보다 V_t의 예측방식으로써 $\gamma = 1-\theta$라고 기술하면서

$$\hat{V}_t = (1-\gamma)\hat{V}_{t-1}+\gamma|X_{t-1}-\bar{X}|\delta(t\geq 21)$$
$$\hat{V}_{20} = \sum_{t=1}^{20}|X_t-\bar{X}|\,/20\delta$$

을 택한다. 여기에서 γ은 브라운(Brown)지수평활(Brown's Exponetial Smoothing)방법에서 평균자승오차(MSE)를 최소로 하여 측정한다. $\gamma=1-\theta$는 평활파라메터라 불리며, 이는 $t-1$기의 편차에 관한 정보 $|X_{t-1}-\bar{X}|$을 채택하는 부분을 표시한다.

3.5 기준화 과정$\{y_t\}$의 타당성

Taylor 모델에서, 기준화 수익률 U_t는 정상 가우스 과정이다. 따라서, 이는 선형꼴이다. 즉

$$U_t = \sum_{j=0}^{\infty} b_j\, \varepsilon_{t-j} \quad (b_0=1)$$

로 표현된다. 따라서 만약 U_t가 직접 관찰 가능하면, $\{U_t\}$에 기초한 표본자기상관계수 $R_{\tau,u}$을 구하여, 다음의 정리를 이용해 여러가지 검증 방식을 이용 할 수 있다.

정리

$$B_t = \sum_{j=0}^{\infty} b_j \, \varepsilon_{t-j} \quad (b_0=1)$$ 는 선형과정이며,

b_j는 $\sum_{j=0}^{\infty} |b_j| < 0, \ \sum_{j=0}^{\infty} j \, b_j^2 < \infty$

을 만족 한다고 가정하면, 이때 B_t의 자기상관계수 ρ_z, 또는 표본자기상관계수 $R_{z,B}$에 관해서, 점근적 정규성

$$\sqrt{n} \, (R_{1,B} - \rho_1, \cdots, R_{k,B} - \rho_k) \rightarrow N(0, \Omega_k)$$

이 만족된다.

여기에서 $N(0, \Omega_k)$는 평균 0, 분산행렬 $\Omega_k = (B_{ab})$의 k차원 정규분포를 나타낸다.

또한

$$B_{ab} = \lambda_{a-b} + \lambda_{a+b} + 2(\lambda_0 \rho_a \rho_b - \lambda_a \rho_b - \lambda_b \rho_a)$$

$$\lambda_a = \sum_{j=0}^{\infty} \rho_j \rho_{a+j}$$ 이다(Anderson 1971).

이 정리의 중요한 점은, $\{B_t\}$는 선형과정인 점이다. 따라서, 비선형인 수익률 과정에서는 이 정리는 유효하지 못하다.

문제는, 기준화수익률의 계열 $\{y_t\}$에서 도출된 표본자기상관계수 $R_{z,y}$에 대해, 적어도 근사적으로, 위의 정리를 적용 할 수 있는가 하는 점이다. 이를 위해서는 $R_{z,x}$와 $R_{z,y}$의 분산추정치를 이용하여 실증적으로 검토하게 된다.

Taylor(1986)는 랜덤워크 가설 「$\{X_t\}$가 무상관 과정에 따른다」에 입각한 자기상관계수 $\gamma_z(X)$의 분산

$a_z = Var(\gamma_z(X))$의 불편추정치를,

$$a_{z,x} = \sum_{t=1}^{n-z} (X_t - \bar{X})^2 \, (X_{t+z} - \bar{X})^2 / [\sum_{t=1}^{n} (X_t - \bar{X})^2]^2$$

로써 도출하였다. 이는, $\{X_t\}$가 정상이고 4차 모멘트를 취할때,

$$b_z(X) = na_z(x) \rightarrow \beta_{z,x} = 1+(k_x-1)\rho_{z,s(x)}$$

로 변화된다(Taylor 1986). 여기에서 k_x는 X의 첨도, $\rho_{z,s(x)}$는 $S_t(X) = (X_t-\mu)^2$의 자기상관계수이다. 따라서 $\{X_t\}$가 iid White Noise 이라면 $\rho_{z,s(x)} = 0$

즉 $\beta_{z,x} = 1$을 구하게 된다. $\{X_t\}$가 실제로 iid White Noise 이라면, $\beta_{z,x}$의 추정치 $b_z(X)$는 1의 근처에서 변동할 것으로 기대 되어진다.

Ⅳ. 실증분석

4.1 분석자료 및 처리방법

우리나라 증권시장의 비선형성 검증을 위한 본 연구는, 비선형성의 특성상 장·단기 분석이 동시에 요구되기 때문에, 증권거래소에서 발표하는 일별 KCSPI(Korea Composite Stock Price Index)계열 전체(1980년 1월 4일 부터 본 연구의 시작인 1991년 7월 16일 까지)를 분석자료로 하였다.

그리고, 분석기간 구별은 현재를 중심으로 하여 다음과 같이 최근 1년간, 2년간,……등으로 구분하였다.

구 분	기 간	비 고
기 간 Ⅰ	1990. 7. 18 ~ 1991. 7. 16.	최근 1년간
기 간 Ⅱ	1989. 7. 18 ~ 1991. 7. 16.	최근 2년간
기 간 Ⅲ	1988. 7. 18 ~ 1991. 7. 16.	최근 3년간
기 간 Ⅳ	1987. 7. 18 ~ 1991. 7. 16.	최근 4년간
기 간 Ⅴ	1986. 7. 18 ~ 1991. 7. 16.	최근 5년간
기 간 Ⅵ	1980. 7. 19 ~1991. 7. 16.	최근 9년간
기 간 Ⅶ	1980. 1. 4 ~ 1991. 7. 16.	전 기 간

자료처리방법으로는 주가지수를 수익로 변환하는 과정에서는 Lotus를 이용하였으며, 기본통계량 및 자기상관계수 등 통계특성치는 Statgraphics 통계패키지를 이용 하였다.

4.2 일별 주가수익률의 특성

4.2.1 비정규성 검토

우리나라 주가수익률 과정 $\{X_t\}$의 특징을 파악하기 위해서 샘플수, 평균 분산, 표준편차, 비대칭도(skewness), 첨도(kurtosis) 등 기본 통계량을 분석대상 표본기간별로 구하였다. (표-1 참조) 이 표로 부터 직접적으로 관찰되는 내용은 다음과 같다.

〈표-1〉 일별 수익률(X_t)의 기본 통계량

	Period Ⅰ	Period Ⅱ	Period Ⅲ	Period Ⅳ	Period Ⅴ	Period Ⅵ	Period Ⅶ
Sample size	289	579	871	1160	1454	2630	3374
Average	-1.30089E-4	-2.64497E-4	-2.35229E-5	1.17722E-4	2.75011E-4	-2.7328E-4	2.3816E-4
Median	-6.83923E-4	-1.01409E-3	-6.368E-4	-2.98329E-4	0	-4.51396E-5	0
Mode	-6.83923E-4	-1.01409E-3	-6.368E-4	0	0	0	0
Geometric mean	-32768	-32768	-32768	-32768	-32768	-32768	-32768
Variance	6.23277E-5	3.60455E-5	3.13805E-5	3.20852E-5	3.1648E-5	2.279E-5	2.33932E-5
Standard deviation	6.50597E-3	6.00739E-3	5.60183E-3	5.66438E-3	5.62565E-3	4.77388E-3	4.83665E-3
Standard error	3.82704E-4	2.49509E-4	1.89811E-4	1.66312E-4	1.47534E-4	9.30881E-5	8.32668E-5
Minimum	-0.0187982	-0.0195508	-0.0195508	-0.0195508	-0.0195508	-0.0311896	-0.0378514
Maximum	0.0194543	0.0194543	0.0194543	0.0194543	0.0194543	0.0269135	0.0311896
Range	0.0382525	0.0390051	0.0390051	0.0390051	0.0390051	0.0581031	0.0690409
Lower quartile	-3.58002E-3	-3.58002E-3	-3.26351E-3	-3.23645E-3	-3.18317E-3	-2.53465E-3	-2.17907E-3
Upper quartile	2.446E-3	2.10178E-3	2.59478E-3	2.94776E-3	3.29837E-3	2.14607E-3	2.53465E-3
Interquartile range	6.02603E-3	5.6818E-3	5.85829E-3	6.1842E-3	6.48154E-3	4.68072E-3	4.71372E-3
Skewness	0.593121	0.739699	0.609986	0.426334	0.295276	-0.262744	0.0793134
Standardized skewness	4.11639	7.26639	7.34942	5.92794	4.59657	-5.50093	1.8808
Kurtosis	1.94333	2.49562	2.25009	1.66344	1.41336	3.43387	4.25474
Standarddized kurtosis	6.74357	12.2578	13.5551	11.5646	11.001	35.9465	50.4476
Coeff. of variation	-5001.18	-2269.89	-23814.3	4811.65	2045.61	-1746.88	2030.84

(1) 평균치(average)는 표준 편차와 비교해 볼때 극히 작다. 따라서 상대적으로 무시 될 수 있는 크기 이다. 그러나, 이러한 사실이 $\{X_t\}$가 iid이다 라는 명제와는 관계가 없다. 표준편차는 각기간 공히 대체적으로 안정적이다.

(2) $\{X_t\}$가 iid라 가정하는 경우, $\mu=0$의 검증을 위한 임계치 값은 기간 Ⅴ, Ⅵ, 그리고 Ⅶ에 대해서 $\alpha=0.1$에서 유의 하다. 이들 기간에서는 과정의 평균이 0이 아닐 수도 있다. 반면에 기간 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ 및 Ⅳ에서는 t값이 유의 하지 않다. 따라서, 수익률 $\{X_t\}$는 장기간에 걸쳐서 변하고 있다고 추측될 수 있다.

(3) 왜도는 기간 Ⅵ을 제외하고, 나머지 구간들에 대해서 양의 값을 가지며, 또한 그 크기에 절대치도 점차 감소하고 있다. 만약 $\{X_t\}$가 iid에 있다고 가정해 볼때, 모집단 비대칭도가 $N(0,\sigma/n)$인 경우로 가설하면 모두 기각되므로, 모집단의 비대칭도는 완전 정규꼴이라고 말하기 곤란하다.

(4) $\{X_t\}$가 iid에 있다고 가정해 볼때, 첨도는 모든 기간에 걸쳐서, 정규분포의 첨도 3보다 유의하게 달라진다. 특히, 기간 Ⅶ에서의 첨도는 다른 기간의 첨도보다 크다. 첨도는 안정하다고 볼 수 없다.[3)]

직접적으로 발견된 사실(3)과 (4)로 부터, 우리나라의 주가수익률 $\{X_t\}$는 비정규성을 가진 가능성이 있다고 추측되며, 사실(4)는 조건부 분산변동(Conditional Volatilities)의 변화로 써 설명 될 수 있을 것이다. 특히 사실(1)에 의해서, 우리나라의 경우 효율적 가설시장에서의 위험프레미엄의 변동은 오차항(error term)의 변동보다 작은 것을 알 수 있다.

4.2.2 비독립성 검토

우리나라 주가수익률의 비독립성 여부를 알아보기 위해서 수익률 $\{X_t\}$, 절대수익률 $\{|X_t|\}$ 및 자승수익률 $\{X_t^2\}$을 시차 $Z=1,2,\cdots,30$에 대해서 자기상관계수를 구하였다.

(표-2), (표-3), (표-4)는 각기 $\gamma_z(x)$, $\gamma_z(|x|)$, $\gamma_z(x^2)$을 $z=1,2,\cdots,30$에 대해서 계산한 결과를 요약한 표이다.

3) 표-1에 나타난 첨도 값은 이미 3이 차감되어 있는 수치임에 유의해야 할 것이다.

〈표-2〉 일별 수익율(X_t)의 자기상관계수

Period Ⅰ				Period Ⅱ				Period Ⅲ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.12580	2	-.12524	1	.15119	2	-.10897	1	.13466	2	-.06790
3	-.10002	4	.13611	3	-.08805	4	.03452	3	-.06739	4	.03908
5	.09332	6	-.02693	5	.03421	6	-.05714	5	.03314	6	-.04407
7	-.04255	8	-.01267	7	-.06110	8	-.03200	7	-.03939	8	-.04332
9	-.00589	10	-.03807	9	.01913	10	-.00234	9	.00695	10	.00389
11	.01206	12	-.04324	11	.05058	12	.01807	11	.04748	12	.02433
13	.12940	14	.03390	13	.05905	14	.04932	13	.04861	14	.04280
15	.01734	16	-.05592	15	.01477	16	-.06099	15	.04176	16	-.03111
17	-.04672	18	.02276	17	-.04855	18	.01862	17	-.00035	18	.01790
19	-.03199	20	.03510	19	-.02717	20	-.01066	19	-.00064	20	-.00455
21	-.05833	22	.02346	21	-.05311	22	-.00429	21	-.03481	22	-.01687
23	-.01245	24	-.04441	23	.01702	24	-.01837	23	-.00437	24	-.01597
25	-.08330	26	-.11790	25	-.06992	26	-.05788	25	-.07793	26	-.04386
27	-.05005	28	.01492	27	.01696	28	.05360	27	.01717	28	.04996
29	.06718	30	-.09483	29	.04361	30	-.06357	29	.04461	30	-.05001

Period Ⅵ				Period Ⅴ				Period Ⅵ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.12161	2	-.04702	1	.12305	2	-.04039	1	.10468	2	-.03685
3	-.03689	4	.02847	3	-.02276	4	.02961	3	-.00766	4	.03478
5	.01600	6	-.03765	5	.03822	6	.00234	5	.03934	6	-.00628
7	-.02701	8	-.03640	7	-.01731	8	-.03459	7	-.02623	8	-.02035
9	.02449	10	.00349	9	.03363	10	-.00979	9	.03322	10	.00607
11	.03206	12	.01836	11	.02359	12	.03477	11	.02215	12	.02494
13	.04140	14	.06196	13	.03311	14	.03224	13	.03166	14	.03466
15	.02927	16	-.04232	15	.04578	16	-.02822	15	.04045	16	-.01990
17	.02620	18	.01952	17	.01616	18	.02963	17	.01442	18	.03055
19	.02143	20	.00543	19	.02270	20	.01325	19	.01272	20	.01335
21	-.02288	22	-.00896	21	-.01713	22	-.01032	21	-.01024	22	-.00653
23	.00187	24	-.02069	23	-.01194	24	-.00120	23	-.02232	24	-.00508
25	-.07238	26	-.04530	25	-.05561	26	-.05606	25	-.05380	26	-.04660
27	-.00073	28	.04940	27	-.01225	28	.02730	27	-.01839	28	.02034
29	.01975	30	-.04911	29	.00529	30	-.03384	29	.00395	30	-.03239

Period Ⅶ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.13473	2	-.04048
3	-.02027	4	.03061
5	.01870	6	-.02134
7	-.02468	8	-.03855
9	.01527	10	.00201
11	.02101	12	.02290
13	.03824	14	.03946
15	.03230	16	-.02101
17	.00568	18	.02787
19	.00956	20	.01187
21	-.00191	22	.00690
23	-.00075	24	-.00065
25	-.04057	26	-.03123
27	-.01433	28	.01357
29	.00612	30	-.02656

〈표-3〉 일별 수익율(|X_t|)의 자기상관계수

Period Ⅰ				Period Ⅱ				Period Ⅲ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.31342	2	.39008	1	.36440	2	.39357	1	.31452	2	.34118
3	.28690	4	.16109	3	.28387	4	.19359	3	.24904	4	.18307
5	.28774	6	.20483	5	.22658	6	.17056	5	.18431	6	.14488
7	.12695	8	.06176	7	.11418	8	.06870	7	.10142	8	.06124
9	.07244	10	.06081	9	.11181	10	.12894	9	.09241	10	.12447
11	.07939	12	.08736	11	.13662	12	.13048	11	.13326	12	.12168
13	.00401	14	-.00158	13	.09092	14	.04677	13	.07990	14	.03154
15	.00579	16	.02655	15	.05531	16	.03506	15	.05258	16	.03342
17	.02707	18	.00707	17	.00172	18	-.00563	17	.01026	18	.00040
19	.03117	20	-.12359	19	.01763	20	-.09588	19	.02818	20	-.06750
21	.03559	22	-.01156	21	.03326	22	.00017	21	.03416	22	.00451
23	.00148	24	.06322	23	.00013	24	.05152	23	.02714	24	.05188
25	-.06063	26	.06697	25	-.02883	26	.05339	25	-.01886	26	.05565
27	-.00769	28	.07757	27	.02036	28	.09730	27	.03605	28	.08753
29	.00543	30	.04446	29	.02055	30	.00240	29	.00716	30	.01642

Period Ⅵ				Period Ⅴ				Period Ⅵ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.24984	2	.30012	1	.22440	2	.25068	1	.29116	2	.28397
3	.20583	4	.16577	3	.18191	4	.15434	3	.25567	4	.22171
5	.16514	6	.13636	5	.15190	6	.11843	5	.20948	6	.18286
7	.09195	8	.04852	7	.07578	8	.05818	7	.15150	8	.14024
9	.07465	10	.09080	9	.05804	10	.07251	9	.12694	10	.14349
11	.11904	12	.08776	11	.10280	12	.06352	11	.15906	12	.13851
13	.07956	14	.02809	13	.05846	14	.02158	13	.12778	14	.09341
15	.03442	16	.05189	15	.01921	16	.04084	15	.10962	16	.12032
17	.02910	18	.01472	17	.01830	18	-.00353	17	.10119	18	.08922
19	.03797	20	-.03731	19	.03454	20	-.03739	19	.10973	20	.07581
21	.00894	22	.05997	21	-.00975	22	.05293	21	.08891	22	.12511
23	.04162	24	.04637	23	.04229	24	.04132	23	.02749	24	.12446
25	-.00794	26	.03619	25	-.01002	26	.03443	25	.09070	26	.12139
27	.03819	28	.08558	27	.02935	28	.07296	27	.11533	28	.14241
29	.03395	30	.01345	29	.01251	30	-.00811	29	.10581	30	.08648

Period Ⅶ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.28611	2	.26485
3	.24918	4	.19110
5	.19060	6	.17415
7	.14634	8	.13658
9	.10738	10	.11819
11	.12754	12	.10386
13	.10102	14	.05923
15	.07822	16	.09501
17	.07713	18	.08047
19	.10146	20	.05794
21	.07486	22	.09954
23	.08376	24	.09244
25	.06919	26	.07619
27	.09079	28	.10486
29	.07381	30	.06797

〈표-4〉 일별 수익율(X_t^2)의 자기상관계수

Period I				Period II				Period III			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.31759	2	.38209	1	.39596	2	.39323	1	.37953	2	.37375
3	.29498	4	.16771	3	.29566	4	.18466	3	.28386	4	.18627
5	.26093	6	.22070	5	.22075	6	.16942	5	.21197	6	.16954
7	.12716	8	.04027	7	.09691	8	.04280	7	.10006	8	.04869
9	.05131	10	.02913	9	.08943	10	.10042	9	.09317	10	.10909
11	.07671	12	.07637	11	.11900	12	.12033	11	.12769	12	.12123
13	-.00797	14	-.00932	13	.06487	14	.02764	13	.06957	14	.03064
15	-.00073	16	-.00184	15	.03256	16	.00082	15	.04237	16	.01603
17	.02332	18	.02516	17	-.00347	18	-.00305	17	.01500	18	.00844
19	-.00313	20	-.11294	19	-.01233	20	-.09039	19	.00541	20	-.06645
21	.00207	22	-.00977	21	-.00745	22	-.01051	21	.00546	22	.00273
23	.01256	24	.06812	23	-.00069	24	.04303	23	.02025	24	.05491
25	-.04923	26	.08220	25	-.03244	26	.04724	25	-.01790	26	.05912
27	-.00228	28	.07582	27	.01610	28	.08422	27	.03133	28	.08965
29	.00885	30	.02751	29	.01665	30	-.00412	29	.02383	30	.01173

Period VI				Period V				Period VI			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.32107	2	.33482	1	.28747	2	.29463	1	.33767	2	.24814
3	.23828	4	.16540	3	.21105	4	.16075	3	.19772	4	.15927
5	.18171	6	.14691	5	.16225	6	.12993	5	.15064	6	.12857
7	.08746	8	.04038	7	.07909	8	.04912	7	.09135	8	.07472
9	.07549	10	.08178	9	.06122	10	.07420	9	.07313	10	.08470
11	.11602	12	.09130	11	.10971	12	.06887	11	.10676	12	.08503
13	.06725	14	.02601	13	.05357	14	.02187	13	.07008	14	.04410
15	.03702	16	.02500	15	.02453	16	.01478	15	.05279	16	.04515
17	.03336	18	.00839	17	.02237	18	-.00262	17	.04662	18	.03423
19	.01232	20	-.05039	19	.01190	20	-.05014	19	.04054	20	.00626
21	-.00768	22	.02993	21	-.01963	22	.02769	21	.02156	22	.05244
23	.02668	24	.05262	23	.02932	24	.04608	23	.05825	24	.07291
25	-.01234	26	.03928	25	-.01443	26	.04107	25	.02731	26	.06740
27	.02429	28	.08734	27	.01489	28	.07340	27	.04793	28	.08724
29	.03917	30	.00413	29	.02179	30	-.00666	29	.05273	30	.03154

Period VII			
Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.30139	2	.18989
3	.16511	4	.10995
5	.11524	6	.10615
7	.09707	8	.10006
9	.04558	10	.05214
11	.06911	12	.04641
13	.04306	14	.01560
15	.02624	16	.02501
17	.02435	18	.01992
19	.02920	20	-.00686
21	.00938	22	.02557
23	.02447	24	.03993
25	.01433	26	.03115
27	.02585	28	.05331
29	.02366	30	.02178

주요 특징을 살펴보면 다음과 같다.

(1) 수익률 $\{X_t\}$의 자기상관계수는 일반적으로 작고, $\{X_t\}$가 iid라고 가정하는 경우의 95% 신뢰구간$(-1.96\sqrt{n}, 1.96\sqrt{n})$내에 대부분 속해 있다.
(2) 각 기간 공히 시차 1에서 자기상관계수는 비교적 높다. 즉 어제의 수익률과 금일의 수익률과의 상관은 높다고 말할 수 있다.
(3) 모든 기간에 걸쳐서, 절대수익률$\{|X_t|\}$의 자기상관계수 $\gamma_z(|X|)$의 최초 얼마간의 시차에서의 값은, 만약 $\{X_t\}$가 iid에 있다고 가정해 볼때, 유의하게 크고, $\{X_t\}$가 iid가 아닌 것을 나타내고 있다.
(4) 모든 기간에 걸쳐서, 자승수익률$\{X_t^2\}$의 자기상관계수 $\gamma_z(x^2)$도 절대수익률의 경우와 같이 최초의 얼마간의 시차에서의 값은, 만약 $\{X_t\}$가 iid에 있다고 가정해 볼때, 유의하게 크고, $\{X_t\}$가 iid가 아닌 것을 나타내고 있다.
(5) 모든 기간에 걸쳐서, $\{X_t^2\}$과 $\{|X_t|\}$의 자기상관계수는 초기에는 큰 값을 가지나 점차 매우 작아진다.

특징 (3)및 (4)으로부터 $\{X_t\}$는 iid가 아닌 것이 인정된다. 따라서, $\{X_t\}$는 같은 분포에 따르지 않고, 또한 독립이 아닐 수도 있다.

4.2.3 비선형성 검토

앞의 (표－2)에 의하면, 우리나라의 주가수익률 $\{X_t\}$, $\rho_{z,x}$의 추정치 $\gamma_z(X)$는 어느기간 어느 시차에 대해서도 절대치가 0.16보다는 작다(최대치 0.15119). 따라서 $|\rho_{z,x}|<0.16$이라고 가정한다면, 결국 식(13)에 근거하여, $\rho_{z,s}$에 대한 상한치

$$\sum_{z=1}^{30} \rho_{z,s} < 0.4$$

을 구하게 된다. 이러한 상한치는 모델의 선형성, θ에 대한 가정 즉 식(16), $|\rho_{z,s}| < 0.16$이라는 가정하에서 도출된 것이지만, 후자 두개의 가정을 수용한다면, $\rho_{z,s}$의 추정치 $\gamma_z(X^2)$의 값에

서 도델의 선형성은 부정이 된다. 실제로, 표의 $\sum_{z=1}^{30} \gamma_z(X^2)$의 값을 살펴보면 기간Ⅰ은 2.173, 기간Ⅱ는 2.397, 기간Ⅲ은 2.607, 기간Ⅳ는 2.323, 기간Ⅴ는 2.338, 기간Ⅵ은 2.598, 기간Ⅶ는 1.842로써, 공히 상한치 보다 크다. 따라서, 선형성은 관측치와 적합되지 않는 것으로 판단된다.

4.3 기준화수익률 도출과 검증통계량

4.3.1 기준화수익률 타당성 검토

이미 앞에서 랜덤워크 가설검증을 위한 표본자기상관계수는 수익률$\{X_t\}$ 자체에 의한 것보다도, 기준화수익률 $\{y_t\}$에 기초한 것이 타당하다고 설명하였다. 그리고, 이러한 타당성은 $R_{z,x}$와 $R_{z,y}$의 분산추정치를 이용하여 확인 할 수 있음을 밝혔다. 우리나라의 경우, (표－1)에서 알 수 있듯이, 일반적으로 k_x의 표본추정치는 모든기간에 관해서 3보다 상당히 크다. 또한, $\rho_{z,s(x)}$의 표본추정치 $\gamma_{z,s(x)}$는 (표－7)에 의하면 $\rho_{z,x}$에 비하여 상대적으로 크기 때문에, 3.5절에서 정의된 $b_z(X)$는 1보다 클것이 예상된다. 따라서, $\{X_t\}$를 기초한 검증방식이 유효하지 않음을 표시하고 있다. 이에 비하여 $b_z(Y)$를 계산하면 $b_x(X)$보다는 낮게 1주위에서 변동하고 있어서, 랜덤워크가설 H_0에 기초한 $\{y_t\}$의 변동은 통상의 점근이론과 모순되지 않음을 의미하고 있다.(그림－1참조)

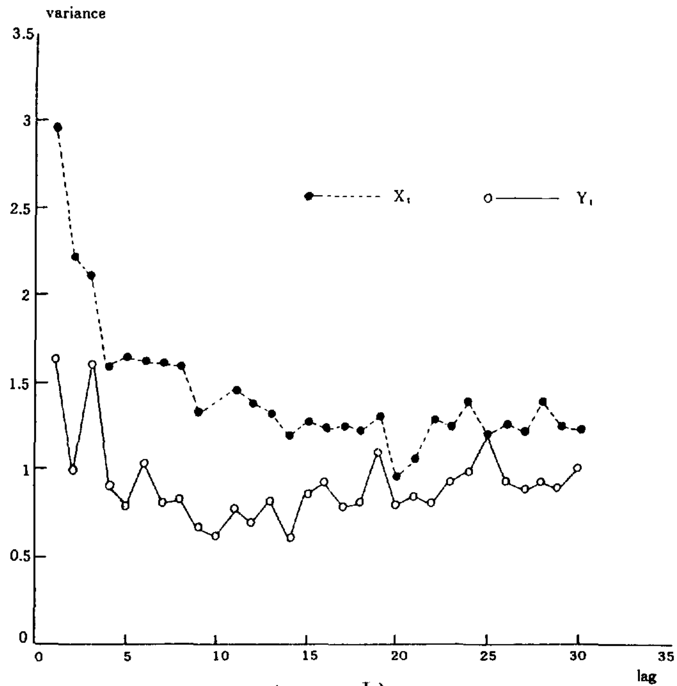
〈표-7〉 $S_t(X)=(X_t-\mu)^2$의 자기상관계수

Period Ⅰ				Period Ⅱ				Period Ⅲ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.31928	2	.38425	1	.39240	2	.38493	1	.37921	2	.37304
3	.29922	4	.16942	3	.28363	4	.17965	3	.28295	4	.18587
5	.26153	6	.22232	5	.21853	6	.16398	5	.21174	6	.16909
7	.12798	8	.04095	7	.09135	8	.03898	7	.09960	8	.04826
9	.05474	10	.03013	9	.08301	10	.09595	9	.09265	10	.10871
11	.07622	12	.07838	11	.11752	12	.11641	11	.12755	12	.12089
13	-.00907	14	-.00800	13	.06457	14	.02737	13	.06939	14	.03050
15	.00089	16	-.00245	15	.03041	16	.00175	15	.04218	16	.01607
17	.02366	18	.02288	17	-.00459	18	-.00076	17	.01489	18	.00850
19	-.00334	20	-.11261	19	-.01375	20	-.09162	19	.00524	20	-.06663
21	.00282	22	-.01297	21	-.01046	22	-.00816	21	.00517	22	.00281
23	.01195	24	.06499	23	.00245	24	.04671	23	.02043	24	.05515
25	-.05050	26	.08187	25	-.03037	26	.04808	25	-.01785	26	.05909
27	-.00244	28	.07696	27	.01838	28	.08555	27	.03139	28	.08971
29	.00990	30	.02772	29	.01669	30	-.00503	29	.02375	30	.01162

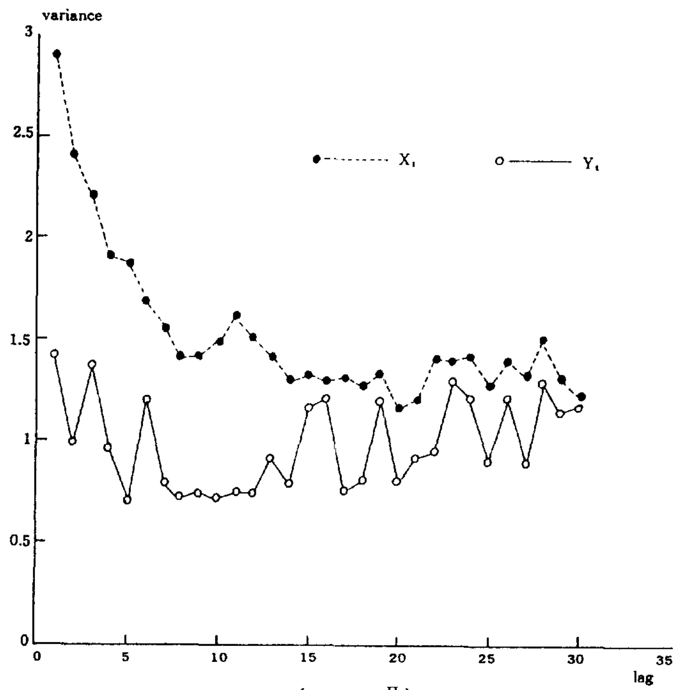
Period Ⅵ				Period Ⅴ				Period Ⅵ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.32157	2	.33840	1	.28702	2	.30171	1	.33835	2	.25186
3	.24245	4	.16701	3	.21945	4	.16388	3	.20292	4	.16117
5	.18309	6	.14907	5	.16494	6	.13400	5	.15191	6	.13073
7	.08985	8	.04178	7	.08376	8	.05131	7	.09425	8	.07594
9	.07729	10	.08285	9	.06405	10	.07593	9	.07526	10	.08536
11	.11628	12	.09264	11	.10944	12	.07147	11	.10607	12	.08698
13	.06824	14	.02593	13	.05583	14	.02251	13	.07137	14	.04432
15	.03702	16	.02505	15	.02437	16	.01464	15	.05262	16	.04497
17	.03419	18	.00816	17	.02385	18	-.00264	17	.04730	18	.03363
19	.01284	20	-.04902	19	.01316	20	-.04789	19	.04074	20	.00789
21	-.00662	22	.02971	21	-.01789	22	.02792	21	.02240	22	.05184
23	.02538	24	.05104	23	.02657	24	.04155	23	.05615	24	.06947
25	-.01321	26	.03917	25	-.01726	26	.03983	25	.02504	26	.06635
27	.02370	28	.08608	27	.01389	28	.07058	27	.04720	28	.08538
29	.03958	30	.00454	29	.02158	30	-.00685	29	.05267	30	.03132

Period Ⅷ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.30096	2	.18998
3	.16662	4	.10939
5	.11450	6	.10648
7	.09860	8	.10004
9	.04624	10	.05268
11	.06867	12	.04762
13	.04402	14	.01525
15	.02567	16	.02442
17	.02445	18	.01978
19	.02956	20	-.00598
21	.00995	22	.02482
23	.02273	24	.03750
25	.01284	26	.03029
27	.02558	28	.05165
29	.02370	30	.02164

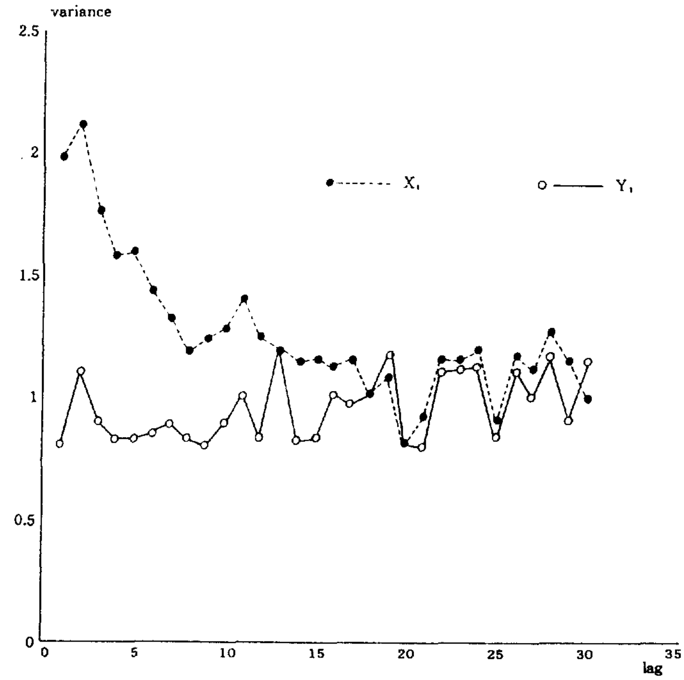
〈그림 1〉 $\{X_t\}$ 및 $\{Y_t\}$의 자기상관계수 분산의 추정치



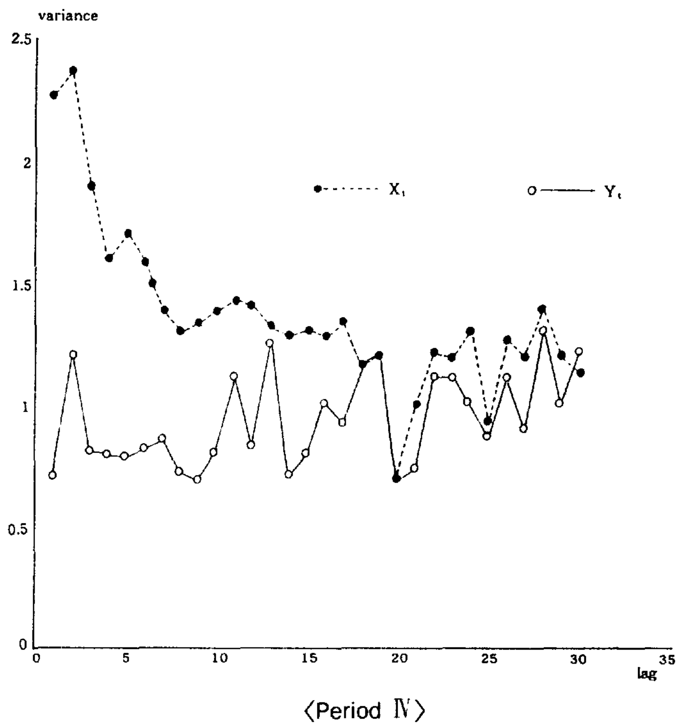
〈Period Ⅰ〉



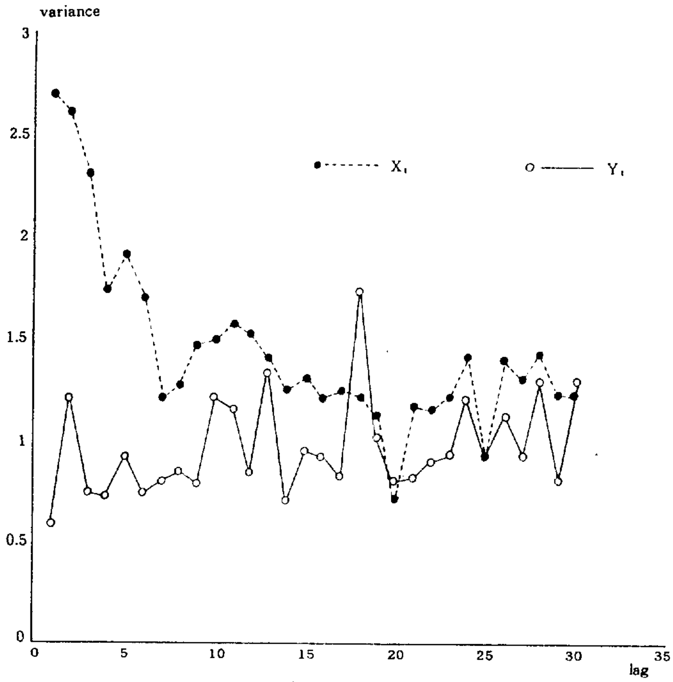
〈Period Ⅱ〉



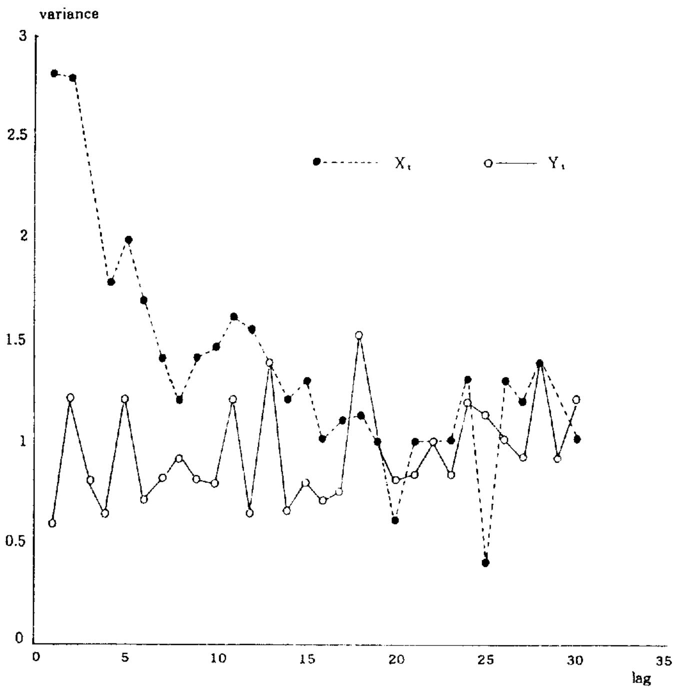
〈Period Ⅲ〉



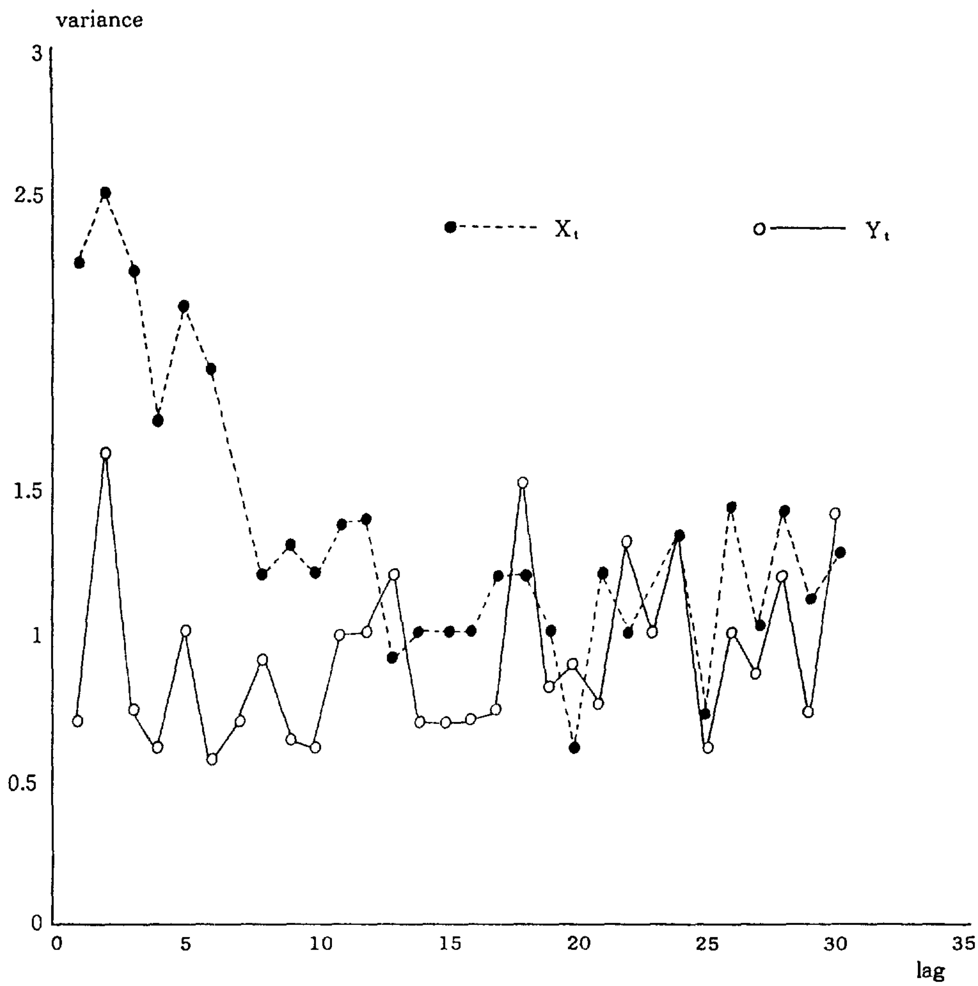
〈Period Ⅳ〉



〈Period Ⅴ〉



〈Period Ⅵ〉



〈Period Ⅶ〉

(표－5) 및 (표－6)에는 $\{y_t\}$에 기초한 기본통계량과 자기상관계수가 기간별로 구분되어 요약되어 있다.

〈표－5〉 일별 기준화 수익률(Y_t)의 기본 통계량

	Period Ⅰ	Period Ⅱ	Period Ⅲ	Period Ⅳ	Period Ⅴ	Period Ⅵ	Period Ⅶ
Sample size	270	560	852	1141	1435	2611	3355
Average	3.34552E-3	-0.0510249	-0.0447155	-0.0374597	-0.0375496	0.0379803	-0.0231685
Median	-0.089805	-0.168884	-0.128047	-0.0867194	-0.0642731	0.0642834	-0.0597732
Mode	-0.0921786	-0.172454	-0.128902	-0.0867194	-0.0642731	0.0642834	-0.0597732
Geometric mean	-32768	-32768	-32768	-32768	-32768	-32768	-32768
Variance	1.59493	1.81213	1.61105	1.37593	1.36102	1.44628	1.43767
Standard deviation	1.26291	1.34615	1.26927	1.173	1.16663	1.20261	1.19903
Standard error	0.076858	0.0568854	0.0434845	0.034726	0.0307969	0.0235354	0.0207006
Minimum	-3.27814	-5.00436	-4.46777	-4.03093	4.33798	-9.54427	-17.2157
Maximum	5.86787	7.47671	7.6609	6.24557	5.92221	12.5944	7.10163
Range	9.14601	12.4811	12.1287	10.2765	10.2602	22.1386	24.3173
Lower quartile	-0.651684	-0.764529	-0.777185	-0.727983	-0.737185	-0.625342	-0.68935
Upper quartile	0.581482	0.600851	0.61833	0.632132	0.638146	0.722681	0.621416
Interquartile range	1.23317	1.36538	1.39551	1.36011	1.37533	1.34802	1.31077
Skewness	1.0097	0.936596	0.754153	0.496824	0.274356	2.00033E-3	-1.20339
Standardized skewness	6.77328	9.04837	8.98677	6.85125	4.24292	0.0417282	-28.4562
Kurtosis	3.59529	4.32154	3.52264	2.18429	1.84309	9.10973	20.5885
Standarddized kurtosis	12.059	20.875	20.9885	15.0608	14.2517	95.0174	243.425
Coeff. of variation	37749.2	-2638.23	-2838.55	-3131.36	-3106.9	3166.41	-5175.25

〈표－6〉 일별 기준화 수익율(Y_t)의 자기상관계수

Period Ⅰ				Period Ⅱ				Period Ⅲ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.04179	2	.00650	1	.09796	2	-.00331	1	.10082	2	.03663
3	.04127	4	.09957	3	-.00424	4	-.00255	3	.01864	4	.01492
5	.08415	6	.04419	5	.02095	6	.00167	5	.03168	6	-.00775
7	-.05796	8	.01731	7	-.06136	8	.00494	7	-.03162	8	-.02606
9	-.05478	10	-.04755	9	-.03693	10	-.03279	9	-.01674	10	.01442
11	-.00793	12	-.03400	11	.03225	12	.03060	11	.04103	12	.04665
13	.05585	14	-.01941	13	.05061	14	-.01376	13	.05470	14	.00108
15	.00758	16	.01896	15	-.00251	16	-.02399	15	.02718	16	.00589
17	-.02778	18	-.02489	17	-.04468	18	.01679	17	.01932	18	.01694
19	-.03038	20	.07346	19	-.04852	20	-.00070	19	-.00122	20	.01220
21	-.04953	22	-.03437	21	-.06339	22	-.03483	21	-.03571	22	-.04041
23	.05222	24	-.06777	23	.04399	24	-.01728	23	.02629	24	-.00588
25	-.00435	26	-.14548	25	.02480	26	-.08275	25	-.02703	26	-.06456
27	-.06136	28	-.02458	27	.01900	28	.05439	27	.01045	28	.05486
29	-.00991	30	-.09974	29	.00418	30	-.03806	29	.01989	30	-.02453

Period Ⅵ				Period Ⅴ				Period Ⅵ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.09774	2	.03871	1	.11664	2	.03436	1	.08793	2	.01530
3	.01769	4	.01900	3	.03287	4	.02159	3	.03699	4	.02471
5	.01587	6	-.01429	5	.02609	6	.01410	5	.03029	6	-.00139
7	-.01904	8	-.03929	7	-.01424	8	-.02767	7	-.02157	8	-.01009
9	.00159	10	-.00030	9	.00707	10	-.01421	9	.00809	10	-.00432
11	.03503	12	.03122	11	.02402	12	.05176	11	.00561	12	.01753
13	.03419	14	.02771	13	.04042	14	.02434	13	.02740	14	.01504
15	.03251	16	-.01428	15	.04677	16	-.00332	15	.00857	16	.00173
17	.05019	18	.01978	17	.04979	18	.03782	17	.02143	18	.02500
19	.00505	20	.02090	19	.00806	20	.01961	19	.00398	20	.02130
21	-.02287	22	-.03138	21	-.02260	22	-.02481	21	-.01869	22	.00110
23	.02127	24	-.01427	23	.00750	24	.00110	23	-.02508	24	-.02569
25	-.04319	26	-.06773	25	-.03283	26	-.06733	25	-.04145	26	-.02961
27	-.00227	28	.05508	27	-.01881	28	-.03013	27	-.01084	28	.01896
29	.01855	30	-.03926	29	.00272	30	-.01651	29	.01158	30	-.03694

Period Ⅶ			
Lag	Estimate	Lag	Estimate
1	.10455	2	-.00069
3	.01708	4	.02759
5	.02616	6	-.01134
7	-.01188	8	-.03056
9	.00274	10	.00676
11	.00836	12	.02360
13	.03887	14	.02488
15	.01441	16	.00347
17	.01175	18	.02664
19	.00106	20	.01901
21	-.00250	22	.00778
23	-.01141	24	-.01335
25	-.02947	26	-.01807
27	-.00518	28	.01187
29	-.00005	30	-.03054

4.3.2 검증통계량

통상 랜덤워크 가설검증은 주가수익을 결정모델이나 시계열모델 가운데에서 계수에 대해서 가설검증을 하거나 수익률의 iid White Noise성을 검증하거나 한다. 그런데 이들의 방식에는 다음의 특징이 있다.

(i) 대립가설을 특정화 하지 않는다.
(ii) 오차항은 iid이다.
(iii) 선형구조를 가정한다.

특히 (ii)와 (iii)에 대해서는, 앞절에서 살펴본 바와 같이 주가수익률의 변동과정이 충분히 만족스럽지 못하다. (i)에 대해서는 채택하고자 하는 검증방식의 검증력에 충분히 주의를 기울이지 않는 것을 의미한다. 일반적으로, 검증력이 높은방식이 요구되는데, 이 검증력은 대립가설의 방법에 또한 의존하게 된다. 지금까지의 랜덤워크 검증에서는 이러한 관점이 충분히 고려되지 않았고, 따라서, 검증력이 높은 방식이라고 생각되지 않는다(Takagi 1988).

본 연구에서는 이러한 관점에서 Taylor(1986)의 경향(Trend) 대립가설을 최적인 검증으로 사용하면서, 주가수익률의 랜덤워크 가설을 검증한다. 즉 귀무가설은

$$H_0 : \mathrm{Corr}(X_t,\ X_s) = 0\ (t \neq s) \quad \cdots\cdots (44)$$

이고, 이의 대립가설은

$$H_1 : \rho_z = D\Psi^z D,\ \Psi,\ z>0 \quad \cdots\cdots (45)$$

이다. 여기에서 자기상관계수 ρ_z는 기준화된 수익률의 자기상관 계수이다.

파라메터 D는 1일간 가격에 반영되지 않는 정보의 몫을 표시하고 Ψ는 불완전한 가격에 반영되는 정보의 스피드를 측정하고 있다. D또는 Ψ가 0에 가까우면, 이는 정보가 가격에 완전하게 반영된 것을 나타낸다. Taylor(1986)는 실증연구결과 D=0.03, Ψ=0.92가 많은 경우 타당하다고 언급하였다.

랜덤워크 가설을 검증하는 방식으로는 여러가지가 있다. 이하 유의수준 α=0.05를 기준으로 하여 살펴본다.

〈첫째방식〉 Trend 검증 : T

Trend 가설을 검증하기 위한 우도비(Likelihook Ratio) 검증통계량은

$$T = 0.4274\ \sqrt{n} \sum_{z=1}^{30} (0.92)^z \gamma_z \quad \cdots\cdots (46)$$

이고, 이의 기각역은 T>1.65이다. 이 검증통계량은

$\gamma = (\gamma_1, \cdots, \gamma_k)$, $\rho = (D\Psi, D\Psi^2, \cdots, D\Psi^k)$라 둘때, n이 커지면,

$\sqrt{n}\ (\gamma - \rho) \rightarrow N_k(0, \Omega_k)$가 된다는 것을 가정하고 있다. D가 작을 경우 H_1 모형에서는 Ω_k는 I_k에 근사되며, 이에 D와 Ψ을 고정하게 되면 우도비는

$\log[Lr|H_1)/L(r|H_0)] \approx nD \sum_{z=1}^{k} \Psi^z \gamma_z + \text{Constant}$로 평가된다. 따라서,

$T^* = \sum_{z=1}^{k} \Psi^z \gamma_z$에 기초한 검증은 D와 Ψ을 갖는 대립가설에 대해 매우 검증력이 높다고 볼 수 있다. 일반적으로, H_0가 참일때, T^*는 점근적으로 $(\sum_{z=1}^{k} \Psi^{2r}/n)$에 따른다.

Taylor방식에 따라서, k=30, ϕ =0.92를 채택하면, 위의 식(46)이 구해진다. 이 검증은 대립가설의 구조(즉 ρ_z는 단조감수함수이다.)를 적극적으로 이용하고 있다.

〈둘째방식〉 수정 Trend 검증 : U

$$U = 0.4649\ \sqrt{n} \sum_{z=2}^{30} (0.92)^z \gamma_z > 1.65 \quad \cdots\cdots (47)$$

일 경우, H_0는 기각되는 검증방식 이다.

이 검증은 가격계열{Z_t}에 무엇인가 다른 오차가 포함되는 경우, 그 영향이 γ_1에 최대한 영향이 미치게 된다는 사실을 고려하여, 식(46)이 Z=1에서부터 사용된 것과는 달리 Z=2에서부터 고려된다.

랜덤워크 가설을 검증하는 방식으로 본 연구에서는 추가적으로 다음의 몇가지 검증통계량을 이용하기로 한다.

〈셋째방식〉 R(1) 검증 : R(1)

이는 1차 표본자기상관계수 γ_1에 기초한 검증통계량을 이용하는 방식인데, 귀무가설은 $\rho_1 = 0$이다.

$$\sqrt{n}\ |\gamma_1| > 1.96 \quad \cdots\cdots (48)$$

일 경우, H_0는 기각되는 검증방식 이다. 이는 n이 충분히 클때 $\sqrt{n}\ |\gamma_1| \sim N(0,1)$이 만족된다는 사실을 이용한 것이다. 이 검증통계량의 경우 대립가설 H_1는 $\rho_1 \neq 0$이 된다.

〈넷째방식〉 Box=Pierce 검증 : Q_k

Box=Pierce검증은 k개의 자기상관을 동시에 검증하는 방식이다. 이 검증의 귀무가설은 $\rho_1 = \rho_2 == \cdots \rho_k = 0$이고 검증통계량은

$Q_k = n\sum_{z=1}^{k} \gamma_z^2 > c$로 정의 된다. 이 검증통계량은 n이 충분히 클 경우, 자유도가 k인 x^2분포를 따른다. 본 연구에서는 $Q_{10} > 18.31$, $Q_{30} > 43.77$을 이용한다. 이 검증방식의 대립가설은 $\rho_i \neq 0$ $(1 \leq i \leq k$사이에 있는 적어도 하나의 i에 대해서)이다.

4.3 검증결과

(표－8)에는 각 기간별 일별 주가지수를 이용하여, 작성된 기준화된 수익률$\{y_t\}$에 대한 앞에서 서술된 여러 검증통계량 값이 나타나 있다.

이 결과의 값을 중심으로 분석하고자 한다.

〈표－8〉 일별 기준화 수익률(Y_t)의 검증통계량 값

기 간	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅶ
T	1.32	0.33	2.23*	2.56*	4.00*	3.09*
U	1.15	0.32	1.24	1.38	2.46*	2.05*
R(1)	0.69	2.32*	2.94*	3.30*	4.42*	6.00*
Ψ	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
Q_{10}	16.48	9.13	12.35	16.07	20.01*	30.02*
Q_{30}	32.51	25.75	41.54	49.22*	53.97*	69.72*

1) *는 유의 결과를 나타냄
2) Ψ 값은 Ψ=0.92를 대립가설로 하여 구해졌기 때문에 이를 확인하기 위해서 구해진 통계치이다.

(1) 트랜드검증 : T

트랜드검증 통계량 T에 의하면 기간 Ｔ과 Ⅱ를 제외한 전 대상기간에 관해서 랜덤워크 가설은 α=0.5에서 기각된다. 더구나 기간 Ⅱ를 제외하고는 대상기간이 길어짐에 따라서, 검증통계치 값은 커지는 경향을 보인다. 곧 검증력은 표본수의 크기에 의존하고 추측된다. T값이 가장 작은 기각기간 Ⅲ의 경우 T=2.23이고 이의 유의 확률은 1.29%이다. 그리고 기간 Ⅴ, Ⅵ 및 Ⅶ에서의 유의 확률은 0.1% 이하에 불과하다. 따라서 기간 Ⅲ, Ⅳ, Ⅴ, Ⅵ 및 Ⅶ에 관해서 확률 트랜드 대립가설은 강하게 지지된다.

(2) 수정 트랜드검증 : U

1차 자기상관계수의 영향을 제거한 수정 트랜드검증 통계량 U는 T에 비해 다소 작은 값을 가지며, 또한 기간 Ⅴ, Ⅵ 및 Ⅶ에 걸쳐서 대립가설이 수용된다. U값이 가장 작은 기간인 Ⅶ의 경우 유의확률은 4%이다. 또한 위의 트랜드검증 T와 비교해 볼때 1차 자기상관계수의 효과가 크게 영향을 미치고 있는 것으로 판단된다.

(3) R(1) 검증

1차의 자기상관계수 ρ_1의 유의성을 검증해보면 기간 Ⅰ을 제외한 전기간에 걸쳐서 가설 H_0는 강하게 유의하다. 그리고 유의확률이 1.02%이하로써 매우 유의적 이다. 1차의 약한 계열

상관을 갖는 것으로 추측된다.

(4) Box=Pierce 검증 : Q_k

Q_k에 기초한 검증에는 시차수 K=10일때, 단기간에 걸쳐서는 가설 H_0는 수용된다. 그러나 기간이 길어질수록 가설 H_0가 기각될 확률은 점차 높아지고 있다. K=30인 경우도 마찬가지이다. 곧 K=10 및 k=30 공히 기간 V, Ⅵ 및 Ⅶ에 대해서 대립가설이 수용된다. 또한 기간 Ⅰ을 제외하고는 표본수와 함께 검증통계량의 값은 크게 되어가는 경향이 있다. K=10인 경우 k=30인 경우의 가설 기각이 되는 기간이 같은 점으로 보아 시차가 10 이하인 자기상관계수의 효과가 매우 큰 것으로 추론된다.

V 결론 및 제언

본 연구는 랜덤워크 가설에 근거하여 도출되는 자본시장 약 효율성을 비선형성 개념을 도입한 새로운 방법으로 재검토하려는 국제흐름에 맞추어, 우리나라 증권시장의 약 효율성을 재평가 하는데 촛점을 맞추었다. 연구 결과는 비선형 동학 연구의 시초가 된다는 점에서 의의가 있으며, 추후 혼돈(chaos)의 과학을 이용한 재무이론의 새로운 전개에 시금석이 될 것이다. 재무이론에서 비선형 동학 이론의 시작은, 자본시장의 비선형계열 종속성을 파악하는 것이다. 방법론으로는 물리학에서 이용되는 방법론을 도입하는 등 다양한 접근방식이 있으나, 본 연구는 Taylor의 비선형 분산변동 모형을 대립가설로 하는 접근방식을 택하였다. 주요 연구결과는 다음과 같다.

(1) 우리나라 주가수익률의 기본 통계량을 살펴볼때, 평균은 표준편차에 비하여 극히 작고, 구간설정 내용에 따라서 평균치가 0이 아닐 수도 있다. 또한 첨도 및 왜도 공히, 주가수익률은 iid라 가정할 때, 비정규성을 갖는다.

(2) 우리나라 주가수익률 $\{X_t\}$의 자승수익률과 절대수익률의 자기상관계수를 살펴보면, 만약 $\{X_t\}$가 iid에 있다고 가정해 볼때 유의하게 크다. 따라서, 우리나라 주가수익률은 독립적이 아닐 수도 있다.

(3) 우리나라 주가수익률의 자기상관계수는 어느기간 어느시차에 대해서도 절대치가 0.16 보다 작다. 이를 가정한다면, 어느기간에 대해서도 주가수익률 모델의 선형성은 부정된다.

(4) 랜덤워크가설 검증을 위한 표본 자기상관계수를 분산추정치를 이용하여 확인한 결과 주가수익률 $\{X_t\}$ 자체보다는 기준화된 수익률 $\{Y_t\}$에 기초한 자기상관계수를 이용하는 것이 바람직함을 발견하였다.

(5) 일별 주가 수익률의 기준화 계열$\{y_t\}$의 변동은 장기간에 대해서는 확률 트랜드적 변동을 하고 있을 가능성이 높다.

따라서, $\{X_t\}$의 변동은, 그 트랜드적 변동을 V_t보다 확대 또는 축소시킨다. 예컨데 최근 4년간의 평활 파라메터 최대치는 $\gamma \approx 0.3$인데, 1일전에 절대편차 $|X_{t-1} - \bar{X}|$의 37%를 $\hat{V}_t$에서 흡수하여, X_t의 변동을 확대 또는 축소하고 있다. 이는 곧 어제의 주가 수익률의 큰 변화는 오늘의 큰변화에도 영향을 주는 것을 의미한다. 물론 이때 주가 수익률 변화의 방향을 결정하는 것은 기준화 수익률 $\{y_t\}$이고 y_t의 자기상관은 ARMA(1,1)의 동형인 $\rho_z = D\Psi^z (D>0,\ \Psi>0)$이라는 전제하에서 성립한다.

(6) Box-pierce 검증통계량에 의하면 Q_{10}, Q_{30} 공히 기각하는 대상기간은 같다. 따라서, 시차가 10 이하인 자기상관계수의 효과는 매우 큰 것으로 추론된다.

이상의 내용을 종합해 보면, 우리나라의 증권시장은 장기간의 입장에서 보면 랜덤워크적 모형을 따르는 것이 아니라 이윤추구의 가능성이 있는, 곧 시장이 약 효율적이 아닐수도 있다는 증거가 존재하는 시장이라고 추론된다. 그러나 이러한 추론을 강화하기 위해서는, 시차를 k=30으로 한정한 점이라던가 비록 Ψ값을 도출하였지만 $\Psi=0.92$로써 가정하였다는 점에서, 이들 파라메터들에 관한 민감도 분석이 이루어져야 할 것이며, 또한 지금 복잡성의 과학(Science of Complexity)분야에서 개발되고 있는 비선형검증의 새로운 접근방식을 이용한 결과와의 일치성 여부검증이 추가되어야 할 것이다. 이들 연구는 추후 연구로 발표될 예정이다.[4)]

4) 본인이 최근에 R/S(Rescaled Range)분석을 이용하여 우리나라 주가수익률을 검증한 결과 장기적으로는 Anti-Persistent적인 변동을 하는 것으로 밝혀졌다.

참 고 문 헌

〈국내문헌〉

김규영, 이상빈, 「한국주식시장에서 주가예측은 불가능한가」 증권학회지, 1989.

곽병란, 「한국증권시장의 효율성에 관한 연구」 서울대 석사논문, 1978.

국찬표, 「증시의 효율성과 투자자 보호」 증권금융, 9월호, 한국증권금융, 1987.

박재식, 「한국증권시장의 효율성에 관한 연구」 서강대 석사논문, 1989.

윤계섭, 「효율적 증권시장 가설이론에 관한 연구」 서울대 경영연구소, 1980.

이수철, 「한국주식시장의 약효율성 가설에 관한 연구」 금융연구회, 1989.

〈국외문헌〉

Anderson. T. W. and Walker. A. M., "On the Asymptotic Distribution of the Autocorrelations of a Sample from a Linear Stochastic Process", *Annals of Mathematical Statisics*, Vol.35, 1964, pp.1269－1303.

Anderson, T.W, The Statistical Analysis of Time Series, John－Wiley & Sons, 1971.

Bachelier, Louis, "Théorie de la sepculation", 1900, (內) Edited by P. Cootner, "Random Character of Stock Market Prices" Cambrideg, M.I.T, 1964.

Bollerslev, T, "Generalized autoregressive conditional herteroskedasticity" *Journal of Econometrics*, Vol.31, 1986, pp.307－327.

Brock, W. Dechert, W. and Scheinkman, J. "A test for inddependence based on the correlation dimension" Unpublished, *University of Wisconin*, 1987.

Cochrane, J.H, "Volatility tests and efficient markets", *Journal of Economics*, Vol.27, 1991, pp.463－485.

Corrado, Charles J. and Taylor, D., "The Cost of a Central Bank Leaning Against a Random Walk", ***Journal of International Money and Finance*** Vol.5, 1986, pp. 303–314.

Cowles, A & Jones, H.E. "Some a posterior probabilities in stock market action", Econometrica, Vol.5, 1937, pp.280–294.

Engle,R.F. "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation," ***Econometrica*** Vol.50, 1982, pp.987–1007.

Fama, E.F, "The Behavior of Stock Market Prıces" Journal of Business, Vol.38, 1965. pp.34–105.

Granger,C. and Morgenstern, O. Predictability of stock market prices, Lexington Massachusetts, Heath, 1970.

Granger,C.W.J & Newbold, P. "Forecasting Transformed Series" JRSS 38B, 1976. pp. 189–203.

Hagermm, R. and Richmond, R. "Random Walks, Matingales and the over the Counter", Journal of Finance, 1973. pp.897–909.

Hakkio, Crgig S., "Does the Exchange Rate Follow a Random Walk?" ***Journal of International Money and Finance*** Vol.5, 1986. pp.221–229.

Hsieh,D.A., "A nonlinear sotchastic rational expectations model of exchange rates," Unpublished, ***Unuversuty of Chicago***, 1988.

Hsieh, D. A, "Testing for nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates", ***Journal of Business***, Vol.27, 1989. pp.463–485.

LeRoy, Stephen F. "Eficient Capital Markets and Martingales", ***Journal of Econimic Literature***, Vol.xxvii, No.4, 1989. pp.1588–1621.

Li, Wentian, "Absence of 1/f Spectra in Dow Jones Daily Average" Unpublished, ***Santa Fe Institute***, 1991.

Osborne, M.F.M, "Brownian Motion in the Stock Market", Operations Research, Vol. 7, 1959. pp.145–173.

Peters, E.E, "Fractal Structure in the Capital Markets" Fianancial Analysis Journal, 1989. pp.32－37.

Prescott, David M, and Stengos, T., "Testing for forecastibla Nonlinear Dependence in weekly Gold Rates of Return" *EUI working paper* No.91 /31, 1991.

Scheinkman, J.A & Blake LeBaron, "Nonlinear Dynamics and Stock Returns" *Journal of Business*, Vol.62, 1989. pp.311－338.

Takagi, Shinji, "On the Statistical Properties of Floating Exchange Rates" *BOJ Monetary and Economic Studies*, Vol.6, No.1, May 1988.

Tauchen, George E. and Pitts, Mark, "The Price Variabiltiy－Volum Relationship on Speculative Markets" *Econometrica* 51, 1983. pp.485－505.

Taylor, Stephen J "Conjectured Models for Trends in Financial Prices," *Journal of the Royal Statistical Society* 143A, 1980. pp.338－362.

Taylor, Stephen J, "Tests of the Random Walk Hypothesis Against a Price－Trend Hypothesis," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* Vol.17, 1982. pp. 37－61.

Taylor, Stephen J, Modelling Fiancial Time Series, *John Wiley & Sons*, 1986.

Tong,H, and Lim,K.S. "Threshold autoregression, limit cycles and cyclical data" *J. R. Stat. Soc.*, B42, 1980. pp.245－292.

Tong,H. Nonlinear Time Series, *Oxford University Press*, 1990.

Weignard, Andreas, "Predicting Sunspots and Exchang Rates with Connectionist Networks" proc. Vol.xii, *SFI Studies in the science of complexity*, 1991.

Working, H. "A Random Difference Series for use in the Analysis of time series", J.A. S.A. 1934. pp.11－24.