

기계 변환 비용을 고려한 실 시간 생산 계획 및 통제

Real-Time Scheduling and Control with Changeover Costs

最初 論文 接受日 : 92. 8.

修正 本 接受日 : 92. 10.

論文 掲載 確定日 : 92. 10.

박 광 태*

초 록

본 논문에서는 기계 변환 비용을 갖는 단일 설비에 투입되어 생산될 다품목의 실 시간 생산 계획 및 통제 방법을 제시하고자 한다. DBL 기법이라고 불리는 이 기법은 투입되는 품목의 현재 재고 수준뿐만 아니라 예측 공급량까지 고려함으로써 생산 주기의 유지가 가능하도록 해 준다. 이 기법의 이용으로 설비가 유휴 상태로 될 때마다 생산해야할 투입 품목과 생산량 결정이 실 시간 상태로 가능하게 된다.

객체 지향적 응용 프로그램인 BLOCS를 이용한 여러가지 실험계획에 대한 결과도 제시하고자 한다.

* 영남대학교 상경대학 경영학과

** 본 논문은 대구·경북 경영학회와 대구·경북 경영과학회의 1992년 하계학술발표회에서 발표한 논문을 수정보완한 것임

*** 본 논문의 심사를 맡아 좋은 의견을 제시하여 주신 익명의 심사자 두 분에게 감사드립니다.

I. 서 론

이 논문에서는 투입되는 생산 품목 변경시 기계 변환이 필요한 다품목 생산에 대한 생산 계획을 연구하고자 한다. 여기서 생산 공정은 생산 공정에 투입되는 품목의 공급량에 따라 제한을 받는다. 이러한 상황하에 여러 연구자들이 좋은 기법을 개발하려고 시도하였으나 투입되는 품목의 미래 공급 예측량을 생산 계획 정보로 이용하려고 시도한 연구자는 거의 없었다. 심지어 컴퓨터 통합 생산 시스템(Computer Integrated Manufacturing : CIM)을 완전히 구축한 생산 공장도 미래의 투입 품목 예측량에는 둔감한 편이었다. 따라서 여기서는 투입되는 품목의 공급이 확률적으로 시간에 따라 변하는 경우에 있어서의 단일 중요 기계에 대한 다 품목 생산 계획 기법을 제시하고자 한다. III장에서 소개될 DBL 기법이 바로 그 기법이다.

이 논문에서 고려하는 상황은 다음과 같다. 단일 설비에서 반드시 생산되어야 할 여러 투입 품목이 공급되고 있다. 기계는 한 번에 하나의 투입 품목만 처리할 수 있을 뿐이다. 투입 품목의 공급은 불확실하고 이 투입된 품목이 모두 생산되어야만 한다. 투입 품목의 생산은 일정한 속도로 이루어진다. 다른 투입 품목의 생산을 위해서는 기계가 그 투입 품목에 맞게 변환되어야 한다. 각 투입 품목의 재고 유지를 위한 재고 유지 비용이 들고 기계 변환 비용도 발생한다. 문제는 실 시간(Real-Time) 형태로 기계의 투입 품목 생산 순서를 통제하는 방식을 결정하고자 한다. 실시간이란 의미는 현재의 투입 품목의 재고량 등의 정보를 즉시 파악함으로써 본 논문에서 제시하는 생산 계획 및 통제 모형을 빠르고 효율적으로 적용할 수 있게 해 준다는 것이다.

II 장에서는 생산 계획 방법과 이 방법을 평가하는 시뮬레이션 모형 등 우리가 고려하고 있는 문제에 관련된 논문을 검토하고자 한다. III 장에서는 전체 관련 비용을 최소화하기 위해 기계 변환 횟수를 통제하는 생산 계획 방법을 제시하고자 한다. IV 장에서는 예제 및 시뮬레이션 결과가 주어지고 마지막 V 장에서는 결론 및 추후 연구 방향을 제시하고자 한다.

II. 관련 논문 검토

이 논문에서 고려하는 문제는 여러 연구자들이 관심을 갖고 연구하고 있다. 그 이유는 이 문제가 현실에서 나타나는 여러가지 중요한 성격(예를 들면 유연 생산시스템(FMS)의 경우 다품종 소량 생산을 위한 기계 변환이 빈번히 일어나면 가용 기계 시간의 상당한 부분이 기계 변환에 쓰이므로 이를 해소하기 위해서 기계 변환을 통제하는 방식이 제시되어야 함)을 갖고 있을 뿐만 아니라 문제의 기술은 쉬운 반면 문제해결은 어렵기 때문이다. 여러가지 연구 중에서도 Perkins와 Kumar [23]의 연구와 Lin [19]의 연구가 가장 최근의 것이다. 이 연구들의 개념들은 아래에 요약되어 있다.

Perkins와 Kumar [23]가 제안한 기법은 투입 품목의 일정한 공급량이 있는 경우에 기계 변환을 어떻게 통제해야 하는 지를 보여주고 있다. 여기서는 한 투입 품목의 생산에서 다른 투입 품목의 생산으로 옮겨가는 시점이 투입 품목에 대한 현재 재고 수준의 함수로서 결정된다. Lin [19]이 제안한 최적 주기 방법은 투입 품목의 미래 공급 예측량을 단순히 일정한 공급율로 근사시킴으로써 구한 기계 변환의 목표 횟수에 바탕을 두고 기계 변환 결정을 하고 있다. Gershwin [9]은 기계 변환 횟수가 많으면 실제 생산 능력은 줄어들고 기계 변환 횟수가 적으면 투입 품목의 재고가 많아진다고 하면서 적절한 기계 변환 횟수의 중요성을 강조하였다. 이 논문에서는 기계 변환 횟수를 통제하기 위한 실 시간 생산 계획을 제시하고 있다. 이 실시간 생산 계획으로 현재의 정보를 전혀 고려하지 않은 전통적 생산 계획 방식은 배제되고 있다. 여기서 개발한 DBL 기법은 Leachman과 Gascon [17] 및 Leachman, Xiong, Gascon 및 Park [18]에 나타난 동적 생산 주기 (Dynamic Cycle Length : DCL) 기법의 개념을 한 단계 더 확장시킨 것이다. DCL 기법은 투입되는 품목의 생산 통제보다는 소비자의 수요를 충족시키기 위한 생산 품목에 주안점을 두고 있다. 즉 공급 측면보다는 소비 측면에 중점을 두고 있다. Vergin과 Lee [28]는 생산 계획 결정시 현재 재고 수준을 고려한 방법이 그렇지 않은 방법보다 더 나은 결과를 준다고 하였다.

이 논문에서 개발된 DBL 기법의 시뮬레이션은 BLOCS(Berkeley Library of Objects for Control and Simulation)를 통해서 이루어진다. 이 BLOCS에 대한 자세한 설명은 Glassey [10] 및 Glassey와 Adiga [12]에 나타나 있다. BLOCS는 생산 시스템의 이산 사건 시뮬레이

션(Discrete Event Simulation)에 대한 객체 지향적(Object Oriented)인 프로그램 구조를 갖고 있다. 이 BLOCS는 원래 반도체 생산 시스템을 시뮬레이션하기 위해 개발된 여러 객체들(Objects)로 이루어진 응용 프로그램(Software)으로 Objective-C언어를 사용하고 있다. BLOCS에서 사용되는 Message개념을 통해 여러 장소에 분배되어 있는 정보들을 종합하여 의사 결정을 할 수 있다. 이것은 주로 조정자(Coordinator) 객체에 의해 가능한 데 그 이유는 이 조정자가 생산공장 전체의 정보를 갖고 있기 때문이다. BLOCS의 기능은 DBL 기법의 테스트를 위해 저자가 만든 BLOCS 하위 객체(Sub-objects)를 기존 BLOCS에 추가함으로써 향상되었다.

Ⅲ. 동적 재고 수준(Dynamic Buffer Level : DBL) 기법

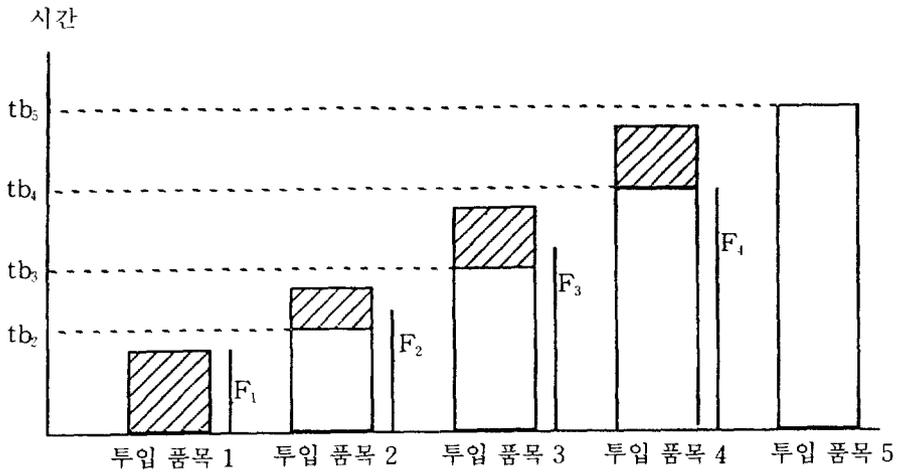
3.1 DBL 기법의 윤곽

DBL 기법의 개념은 다음과 같다. 한 대의 기계와 이 기계에서 생산해야 될 투입 품목이 n 개가 있다고 하자. 투입 품목 i 는 S_i 의 비율로 기계에 공급되고 있다. 투입 품목 i 의 재고 수준이 이 투입 품목의 생산 개시 시점(Trigger Point to Start Production : TPSP)에 도달하면 이 투입 품목을 생산하기 위해 기계가 변환된다. 기계 변환 시간 동안에도 투입 품목은 계속 공급된다. 만약 투입 품목 i 의 TPSP가 너무 높게 책정되어 있다면 투입 품목 i 의 생산에 필요한 기계 변환 횟수는 줄일 수 있는 반면에 투입 품목 i 의 생산 동안에 공급되는 다른 투입 품목의 재고 수준은 매우 높게 될 것이다. 반대로 투입 품목 i 의 TPSP를 너무 낮게 책정하면 다른 투입 품목의 재고 수준은 낮게 유지되는 반면에 투입 품목 i 의 기계 변환 횟수가 늘어날 것이다. 여기서 각 투입 품목의 TPSP는 각 투입 품목의 재고 수준과 관계되어 있다.

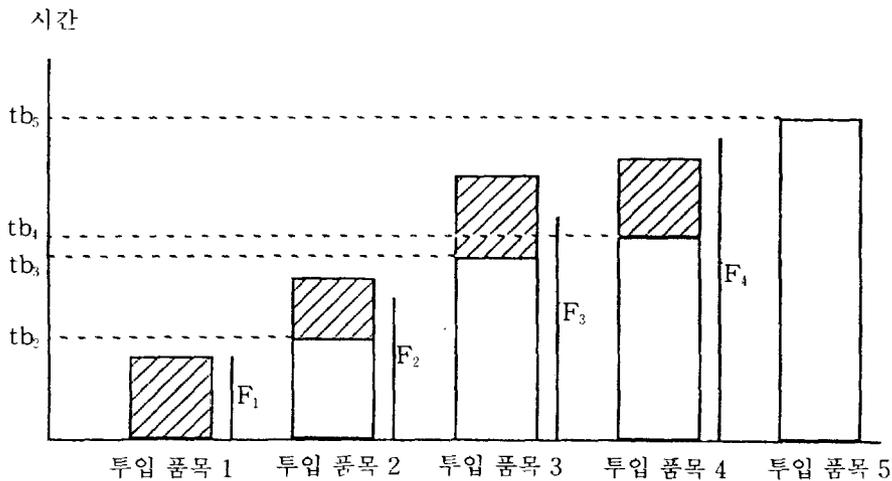
위의 사실을 바탕으로 각 투입 품목의 현재 재고 수준과 TPSP 도달 시간을 고려하여 기계의 생산을 통제하는 방법을 제시하고자 한다. 위의 개념은 <그림 3-1>과 <그림 3-2>에 나타나 있다. 이 그림에서 각 막대 기둥의 흰 부분 높이가 해당 투입 품목의 TPSP 도달 시간을 나타낸다. 그리고 빗금친 부분의 높이는 기계 변환 시간을 포함하여 그 투입 품목의 재고를 완전히 생산하는데 걸리는 시간을 나타낸다. 투입품목들은 TPSP 도달 시간이 증가하는

순서로 재배치되어 있다. 따라서 투입 품목 1은 기계 변환이 끝나 생산이 개시되려는 품목이다. 따라서 투입 품목 i 의 막대 기둥 전체의 높이는 투입 품목 1부터 투입 품목 i 까지의 생산에 필요한 총 누적 시간이다.

<그림 3-1> 가능한 생산 계획



<그림 3-2> 불가능한 생산 계획



흰부분 : 각 투입 품목의 TPSP 도달 시간

빗금친 부분 : 각 투입 품목의 생산을 완전히 끝내는 시간

〈그림 3-1〉은 현재 재고 수준과 공급율을 고려해 볼 때 소위 경제적 생산량 계획 문제 (Economic Lot Scheduling Problem : ELSP)로 부터의 생산 계획을 이용할 수 있는 경우이다. 여기서 t_b 는 투입 품목 i 의 TPSP 도달 시간을 나타내고 F_i 는 연속 생산을 가정할 때 투입 품목 1부터 투입 품목 i 까지의 생산을 완전히 끝내는 누적시간을 나타낸다. 이 경우에는 투입품목 $i+1$ 이 해당 TPSP에 도달하기 전에 투입 품목 1부터 투입 품목 i 까지의 생산을 마칠 충분한 시간적 여유가 있다. (여기서 i 는 2,3,4에 해당된다).

반면에 〈그림 3-2〉는 투입 품목 4가 해당 TPSP에 도달하기 전에 투입 품목 1부터 투입 품목 3까지의 투입 품목을 모두 생산하기에 시간이 충분하지 않는 경우이다. 이 경우에는 투입 품목의 주어진 재고 수준으로 가능한 생산 계획이 존재하지 않는다. 이러한 상황에서 가능한 생산 계획이 없는 경우에 목표 생산 주기를 줄이도록 제안한 DCL기법(Leachman과 Gascon [17] 및 Leachman, Xiong, Gascon과 Park [18] 참고)의 결과를 적용하는데 어려움이 따른다. 이것은 수요가 제한되어 있는 경우에는 가능한 데 그 이유는 단지 생산 품목을 보충하는 시간만이 목표 생산 주기에 비례(생산 품목의 고갈 시간은 정해져 있음)하기 때문이다. 그러나 이 논문에서 고려하는 공급이 제한되어 있는 경우에는 투입 품목을 생산하는 시간 뿐만 아니라 TPSP 도달 시간까지 동시에 목표 생산 주기에 따라 변화한다. 외부로부터의 공급 제한이 있는 경우에 DCL 기법을 재차 적용하면 유사하지만 아주 다른 DBL 기법이라고 부르는 기법을 얻게 된다. DBL 기법의 주요 개념은 생산 계획이 불가능한 〈그림 3-2〉의 경우에 〈그림 3-1〉의 경우로 복귀할 수 있을 정도로 모든 투입 품목의 생산 주기를 목표 생산 주기로부터 비례적으로 증가시키는 것이다. 그러한 조정을 통해 생산 주기가 유지되어 생산 계획이 가능하게 된다.

이 개념을 이용한 생산 통제는 다음과 같이 이루어진다. 먼저 투입 품목의 예측 공급량의 이동 평균으로 구한 공급율을 갖고 ELSP를 풀어서 목표 생산 주기를 구한다. 다음에는 생산 계획이 가능한지의 여부를 검토하여 불가능한 경우에 이를 해소할 수 있도록 목표 생산 주기를 최소한도로 증가시킨다. 이렇게 함으로써 생산 시스템이 수정된 생산 주기를 유지할 수 있게 된다. 이 수정된 생산 주기를 운영 생산 주기라 하며 생산 계획 결정은 이 운영 생산 주기에 바탕을 두고 이루어진다.

3.2 수리적 모형 개발

모형을 개발하기 위해 필요한 변수는 다음과 같다.

- i : 투입 품목 표시 변수($i=1,2,\dots,n$) $i=1$ 은 생산이 시작되려는 투입 품목이다. 이 투입 품목의 생산이 완료될 때마다 투입 품목 표시가 다시 행해진다.
- t : 기간 표시 변수($t=1,2,\dots,t_i$) $t=1$ 은 생산 계획 범위의 첫 기간을 나타내며 $t=t_i$ 은 생산 계획 범위의 마지막 기간을 나타낸다.
- c : 투입 품목 i 를 생산하기 위해 기계를 변환하는 데 걸리는 시간 ($i=1,2,\dots,n$)
- P_i : 투입 품목 i 의 생산율($i=1,2,\dots,n$)
- I_i : 투입 품목 i 의 첫번째 기간 초의 재고 수준($i=1,2,\dots,n$)
- S_{it} : 첫번째 기간 초에 투입 품목 i 의 t 번째 기간에 대한 예측 공급율 ($i=1,2,\dots,n, t=1,2,\dots,t_i$)
- h_i : 투입 품목 i 의 단위 시간 단위당 재고 유지 비용($i=1,2,\dots,n$)
- A_i : 투입 품목 i 의 기계 변환 비용($i=1,2,\dots,n$)
- S_i : 투입 품목 i 의 평균 공급율($i=1,2,\dots,n$)
- tb_i : 투입 품목 i 의 TPSP 도달 시간($i=1,2,\dots,n$)
- F_i : 연속 생산을 가정할 때 투입 품목 1부터 투입 품목 i 까지의 생산을 완전히 완료하는 누적생산 시간($i=1,2,\dots,n$)
- T^* : 목표 생산 주기
- T_i^* : 투입 품목 i 의 목표 생산 주기($T_i^*=k_i T^*$, k_i : 양의 정수)
- b_i^* : T_i^* 에 근거를 둔 투입 품목 i 의 최대 재고 수준
- T : 운영 생산 주기
- T_i : 투입 품목 i 의 운영 생산 주기($T_i=k_i T$, k_i : 양의 정수)
- b_i : T 에 근거를 둔 투입 품목 i 의 최대 재고 수준

생산 계획의 첫 단계는 경제적 생산 주기를 계산하는 것이다. 전통적 ELSP에 대한 해가 그러한 생산 주기를 제공해 준다. 그러나 동적인 공급 형태에 ELSP를 적용시키기 위해서 공

급을 생산 계획 범위 t_i 동안의 투입 품목에 대한 예측 공급율의 이동 평균으로 정의한다. 이렇게 함으로써 공급이 동적인 형태를 갖더라도 어느 정도 안정된 생산이 가능해진다. 이동 평균은 다음과 같이 표시된다.

$$S_i = \frac{1}{t_i} \sum_{t=1}^{t_i} s_{it} \quad i=1,2,\dots,n$$

경제적 생산 주기를 찾는 문제는 기계가 과부하 되지 말아야 한다는 조건 하에서 아래의 식을 최소로 하는 T^* 와 양의 정수 $k_i(i=1,2,\dots,n)$ 을 찾는 문제와 같다.

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{A_i}{k_i T^*} + \frac{1}{2} h_i b_i^* \right]$$

여기서

$$b_i^* = k_i T^* S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right]$$

이의 해결을 위해 DCL 기법에서 제시된 것처럼 Doll과 Whybark [6]의 방법을 사용할 수도 있다. 그러나 여기서는 3.4절에서 설명되는 것처럼 결정 변수로서 기계 변환 횟수(Frequency)를 사용하는 다른 방법이 제시되고 있다. 이렇게 함으로서 최적 생산 비용에 대한 하한(Lower Bound)을 제공할 수 있다.

이제 생산 계획이 불가능한 경우에 이를 가능한 상태로 만들어 주는 운영 생산 주기를 구하는 방법을 설명하고자 한다. 이것은 T^* 보다 큰 최소의 T 를 구하는 것과 같다. 투입 품목 i 의 TPSP에 도달하는 시간 tb_i 는 투입 품목 i 의 예측 공급량으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$t' = \max \left[\tau \left| \sum_{n=1}^t S_n \leq b_i^* - sc_i - I_i \right. \right]$$

라 하자. 여기서

$$sc_i = c_i S_i$$

로 이는 기계 변환 중에 공급되는 투입 품목 i 의 양이다. 이 경우

$$tb_i^* = t' + \frac{1}{S_{i,t'+1}} \left[b_i^* - sc_i - I_i - \sum_{n=1}^{t'} S_n \right]$$

로 표시된다. 만약 $S_{i,t'+1} = S_i$ 라 하면 tb_i 는 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$\begin{aligned}
 tb_i^* &= \frac{b_i^* - sc_i - I_i}{S_i} \\
 &= T_i^* \left[1 - \frac{S_i}{P_i} - c_i - \frac{I_i}{S_i} \right], i=1,2,\dots,n
 \end{aligned}$$

DBL 기법에서는 실제 TPSP 도달 시간을 근사적으로 계산하기 위해 위의 공식을 이용한다. 여기서 모든 투입 품목들은 재배치 되어 투입 품목 1이 가장 작은 TPSP 도달 시간을 갖고 나머지 투입 품목들은 아래와 같은 크기 순서로 되어 있다는 사실에 유의해야 한다.

$$tb_2^* \leq tb_3^* \leq \dots \leq tb_n^*$$

목표 생산 주기에 바탕을 둔 투입 품목 i 의 최대 재고는

$$b_i^* = T_i^* S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right], i=1,2,\dots,n$$

로 주어진다. 만약 투입 품목 i 의 생산이 해당 TPSP에서 시작된다고 가정하면 투입 품목 i 의 생산을 완전히 끝내기 위해서는 다음의 관계식이 반드시 성립해야만 한다.

$$F_i \leq tb_{i+1}(1), i=1,2,\dots,n-1$$

여기서

$$tb_i(\alpha) = \alpha T_i^* \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] - c_i - \frac{I_i}{S_i}, i=1,2,\dots,n$$

$$F_1 = c_1 + \frac{I_1 + c_1 S_1}{P_1 - S_1}$$

$$F_i = F_{i-1} + c_i + \frac{I_i + (F_{i-1} + c_i) S_i}{P_i - S_i}, i=2,3,\dots,n-1$$

만약 어떤 j 에 대해 $tb_{j+1}^* = tb_{j+1}(1) < F_j$ 이면 목표 생산 주기 $T_i^* = k \cdot T^*$ 는 더 이상 유지될 수가 없다. 이 경우 한 두개의 투입 품목에 대해 T_i^* 를 수정하는 것보다는 목표 생산 주기 T^* 를 $T = \alpha T^* (\alpha > 1)$ 로 증가시켜 아래의 관계식이 성립되도록 함으로써 불가능한 생산 계획을 가능한 것으로 할 수 있다.

$$tb_{i+1}(\alpha) \geq F_i, i=1,2,\dots, n-1 \tag{3.1}$$

이는 아래의 식을 만족하는 α 를 찾는 것과 같다.

$$\alpha = \max \left[1, \max_{i=1, \dots, n-1} \left(\frac{F_i + c_{i+1} + \frac{I_{i+1}}{S_{i+1}}}{T_{i+1}^* (P_{i+1} - S_{i+1})} * P_{i+1} \right) \right] \quad (3.2)$$

이 α 를 이용하여 운영 생산 주기 T_i 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$T_i(\alpha) = \alpha \times T_i^*, (\alpha \geq 1)$$

이렇게 함으로써 목표 생산 주기로 표시된 투입 품목의 생산 절차가 운영 생산 주기를 이용함으로써 그대로 유지될 수 있다. 이 운영 생산 주기에 바탕을 둔 투입 품목의 최대 재고는

$$b_i(\alpha) = \alpha T_i^* S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right], i=1, 2, \dots, n$$

로 표시된다.

투입 품목 1을 생산한 다음에 투입 품목의 번호가 다시 부여되는 데 가장 낮은 TPSP 도달 시간을 갖는 투입 품목이 품목 1이 되고 나머지 투입 품목들도 TPSP가 증가하는 순으로 번호가 부여된다. 식 (3.1)도 새로운 투입 품목 배치에 대해 다시 검토되어야만 한다.

3.3 생산 통제 방법

DBL 기법에 바탕을 둔 생산 통제 방법을 다음과 같이 요약할 수 있다.

단계 1 : $\alpha=1$ 로 둔다.

평균 공급을 S_i 를 계산한다.

단계 2 : 목표 생산 주기 T_i^* 와 최대 재고 b_i^* 를 구한다.

단계 3 : tb_i 를 계산한 다음 다음과 같이 증가 순으로 배치한다.

$$tb_1^* \leq tb_2^* \leq \dots \leq tb_n^*$$

다음에는 연속 생산 가정하에서 F_i 를 계산한 후 아래의 관계가 성립하는 지를 검토해 본다.

$$tb_{i+1}(\alpha) \geq F_i, i=1, 2, \dots, n-1$$

만약 성립하면 단계 5로 가고 그렇지 않으면 단계 4로 간다.

단계 4 : 식 (3.2)를 사용하여 새로운 α 를 찾고 새로운 운영 생산 주기는

$$T_i(\alpha) = \alpha \times T_i^*, (\alpha \geq 1)$$

로 구하고 새로운 최대 재고는

$$b_i(\alpha) = \alpha T_i^* S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right], i=1,2,\dots,n$$

로 구한 뒤 단계 3으로 간다.

단계 5 : 투입 품목 1의 생산이 끝난 후 단계 1로 간다.

3.4 목표 생산 주기를 찾는 LaGrangian 최적화법

DBL 기법을 기계 변환 비용을 고려하지 않은 Lin [19] 기법과 Perkins와 Kumar [23] 기법과 비교하기 위해서 각 품목의 기계 변환 횟수에 바탕을 둔 목표 생산 주기를 찾는 모형을 개발하고자 한다. 이 모형은 Doll과 Whybark [6]의 모형과는 달리 최적 비용에 대한 하한을 제공해 준다.

LaGrangian 법의 사용으로 기계 변환 비용의 유무에 상관없이 다른 기법들과 비교할 수 있다. 이 모형은 다음과 같이 개발된다.

$$\begin{aligned} \min_{T_i} \sum_i & \left[\frac{A_i}{T_i} + \frac{1}{2} h_i T S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] \right] \\ \text{s.t. } \sum_i & \frac{c_i}{T_i} + \sum_i \frac{S_i}{P_i} \leq 1 \end{aligned}$$

위의 제한식은 기계가 과부하되지 않아야 된다는 조건을 나타내 주고 있다. 이상적으로는 생산 주기가 기계에 과부하를 주지 않도록 하는 부수 조건이 필요하다. 많은 연구자들이 이를 수용하려는 시도로 $T_i = k_i T$ 와 같은 승수 k 를 소개하고 있다. 여기서는 목표 생산 주기를 간단하게 구할 목적으로 이 제한식을 무시하였다.

위의 모형에 $f_i = \frac{1}{T_i}$ 를 대입함으로써 우리는 아래의 모형을 얻을 수 있다.

$$\min_{f_i} \sum_i \left[A_i f_i + \frac{1}{2} \frac{h_i}{f_i} S_i \left(1 - \frac{S_i}{P_i} \right) \right]$$

$$\text{s.t. } \sum_i c_i f_i + \sum_i \frac{S_i}{P_i} \leq 1$$

이 최소화 문제를 풀기 위해서 다음과 같이 LaGrangian 최적화법을 이용한다.

$$L(f_i, \mu) = \sum_i \left[A_i f_i + \frac{1}{2} \frac{h_i}{f_i} S_i \left(1 - \frac{S_i}{P_i} \right) \right] + \mu \left(\sum_i c_i f_i + \sum_i \frac{S_i}{P_i} - 1 \right)$$

여기서 Kuhn-Tucker 조건을 적용함으로써 다음과 같이 f_i 와 μ 를 찾을 수 있다.

$$\frac{\partial L}{\partial f_i} = A_i - \frac{h_i}{2f_i^2} S_i \left(1 - \frac{S_i}{P_i} \right) + \mu c_i = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \sum_i c_i f_i + \sum_i \frac{S_i}{P_i} - 1 = 0 \quad (3.4)$$

식 (3.3)으로 부터

$$f_i = \sqrt{\frac{h_i S_i \left(1 - \frac{S_i}{P_i} \right)}{2(A_i + \mu c_i)}} \quad (3.5)$$

를 얻고 이를 식(3.4)에 대입함으로써 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_i c_i \sqrt{\frac{h_i S_i \left(1 - \frac{S_i}{P_i} \right)}{2(A_i + \mu c_i)}} + \sum_i \frac{S_i}{P_i} - 1 = 0 \quad (3.6)$$

여기서 기계 변환 비용의 유무에 따라 두 가지 경우를 생각해 볼 수 있다.

경우 1) $A_i \neq 0$

이 경우 식 (3.5)와 (3.6)으로부터 수치 해석 기법을 이용하여 두 식을 만족시키는 각 투입 품목의 기계 변환 횟수 f_i 와 μ 를 구할 수 있다. 일단 이 횟수를 구하면 이 횟수에 바탕을 둔 투입 품목의 최대 재고 수준을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$b_i^* = \frac{1}{f_i^*} S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right]$$

비용율(단위 기간당 비용)은 위에서 계산된 최대 재고 수준에 근거하여 아래와 같이 계산된다.

$$\text{비용율} = \sum_i A_i f_i^* + \sum_i \frac{1}{2} h_i b_i^*$$

이 비용율이 모든 기법이 비교될 하한으로 이용된다.

경우 2) $A_i=0$

이 경우에는 식 (3.6)으로 부터 μ 를 쉽게 얻을 수 있다.

$$\sqrt{\mu^*} = \frac{\sum_i \sqrt{\frac{h_i S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] c_i}{2}}}{1 - \sum_i \frac{S_i}{P_i}}$$

그리고 식 (3.5)로 부터 변환 횟수를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$f_i^* = \frac{\sqrt{\frac{h_i S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] c_i}{2}}}{\sum_i \sqrt{\frac{h_i S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] c_i}{2}}} \frac{1 - \sum_i \frac{S_i}{P_i}}{1 - \sum_i \frac{S_i}{P_i}}$$

따라서 목표 생산 주기는 $T_i^* = \frac{1}{f_i^*}$ 로 주어진다. 이 횟수에 바탕을 둔 투입 품목의 최대 재고 수준을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$b_i^* = \frac{\sum_i \sqrt{\frac{h_i S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] c_i}{2}}}{1 - \sum_i \frac{S_i}{P_i}} \sqrt{\frac{2c_i S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right]}{h_i}}$$

위의 최대 재고 수준에 바탕을 둔 하한 비용을 (단위 기간당 비용)을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{비용율} &= \sum_i \frac{1}{2} h_i b_i^* \\ &= \frac{\left[\sum_i \sqrt{\frac{h_i S_i \left[1 - \frac{S_i}{P_i} \right] c_i}{2}} \right]^2}{2 \left[1 - \sum_i \frac{S_i}{P_i} \right]} \end{aligned}$$

이 비용율 역시 모든 기법이 비교될 하한으로서 이용된다.

IV. 예제 및 시뮬레이션 결과

4.1 α 찾기

아래의 자료를 갖고 α 의 값을 찾는 방법을 설명하고자 한다.

$$c_1 = 1 \quad I_1 = 3 \quad S_1 = 2 \quad T_1^* = 5 \quad P_1 = 4$$

$$c_2 = 1 \quad I_2 = 12 \quad S_2 = 1 \quad T_2^* = 20 \quad P_2 = 4$$

$$c_3 = 1 \quad I_3 = 9 \quad S_3 = 1 \quad T_3^* = 25 \quad P_3 = 5$$

우선 $F_i \leq t b_{i+1}(1)$ 이 성립하는지를 검토한다.

$i=1$ 의 경우

$$\frac{7}{2} = 1 + \frac{3 + 1 * 2}{4 - 2} \leq 20 \left(1 - \frac{1}{4} \right) - 1 - \frac{12}{1} = 2 \quad (\text{성립않음})$$

$i=2$ 의 경우

$$10 = \frac{7}{2} + 1 + \frac{12 + \left[\frac{7}{2} + 1 \right] * 1}{4 - 1} \leq 25 \left(1 - \frac{1}{5} \right) - 2 - \frac{9}{1} = (\text{성립않음})$$

위의 두 부등식이 성립하지 않으므로 식 (3.2)를 이용하여 새로운 α 를 다음과 같이 구할 수 있다.

i=1의 경우

$$\frac{\frac{7}{2}+1+\frac{12}{1}}{20 \times \frac{4-1}{4}} = 1.10$$

i=2의 경우

$$\frac{10+2+\frac{9}{1}}{25 \times \frac{5-1}{5}} = 1.05$$

따라서

$$\alpha = \max [1, \max[1.10, 1.05]] = 1.10 \text{ 이다.}$$

이 새로운 α 가 가능한 생산 계획을 제공하는 지를 검토해 볼 수 있다. 이 새로운 α 를 사용하여 운영 생산 주기를 구하면 다음과 같다.

$$T_1 = 1.10 \times 5 = 5.5$$

$$T_2 = 1.10 \times 20 = 22$$

$$T_3 = 1.10 \times 25 = 27.5$$

다시 $F_i \leq tb_{i+1} (1.10)$ 가 성립하는 지를 검토해 본다.

i=1의 경우

$$\frac{7}{2} = 1 + \frac{3+1 \times 2}{4-2} \leq 22(1-\frac{1}{4}) - 1 - \frac{12}{1} = \frac{7}{2} \text{ (성립)}$$

i=2의 경우

$$10 = \frac{7}{2} + 1 + \frac{12 + \left[\frac{7}{2} + 1 \right] \times 1}{4-1} \leq 27.5(1-\frac{1}{5}) - 2 - \frac{9}{1} = 11 \text{ (성립)}$$

4.2 시뮬레이션

DBL 기법을 시뮬레이션을 이용해 실행해 본다. 이 시뮬레이션에서 쓰이는 통제 규칙은 가

장 최근에 얻은 운영 생산 주기에 바탕을 두고 있으며 다음과 같이 설명된다. 각 투입 품목의 TPSP 도달 시간을 비교하여 가장 적은 TPSP 도달 시간을 갖는 투입 품목을 선택한다. 일단 이 투입 품목이 선택되면 그 투입 품목의 재고가 완전히 없어질 때까지 생산을 계속한다.

DBL 기법을 Perkins와 Kumar [23] 기법 및 Lin [19] 기법과 비교해 보기로 한다. Perkins와 Kumar 기법은 단순히 투입 품목의 현 재고 수준이 가장 많은 투입 품목을 선택한다. 그들은 기계 변환 비용과 재고 유지 비용의 어떤 절충 방안도 고려하지 않고 있다. Lin 기법은 투입 품목의 현 재고 수준이 투입 품목의 이론적 재고 수준으로부터 가장 벗어난 투입 품목을 선택하도록 하고 있다. Lin 역시 기계 변환 비용을 고려하지 않고 있다. 이에 비해 DBL 기법은 투입 품목의 현재 재고 수준, TPSP 도달시간, 기계변환 비용 및 재고 유지 비용을 모두 고려하고 있다.

DBL 기법을 이용한 생산 시스템은 BLOCS를 이용해 구축되었다. BLOCS의 기본 개념은 II 장에 설명되어 있다. DBL 기법을 이용하기 위해 표준 BLOCS에 몇 개의 하위 프로그램이 추가되었다. DBL 기법에 이용되는 목표 생산 주기를 찾기 위해 LaGrangian 최적화 기법이 사용되었다. Perkins와 Kumar의 기법 및 Lin의 기법을 테스트하기 위한 프로그램도 BLOCS를 이용해 만들어졌다. DBL 기법은 기계 변환 비용이 있는 경우에 위에서 언급된 두 기법과 비교되었다.

이 실험에서는 3개의 투입 품목이 있으며 각 투입 품목들은 오직 한 개의 생산 공정만을 거쳐가고 있다. 서로 다른 실험 설계와 실험 자료 및 결과가 다음 절에 주어져 있다.

4.3 결과

아래와 같이 기계 이용율이 낮은 경우로부터 높은 경우까지 세 가지의 다른 실험 설계를 갖고 있다. 각 설계에 대해 100,000시간 단위 (최소한 4000개 이상의 투입 품목에 해당) 동안 시뮬레이션을 행하였다.

4.3.1 이용율이 낮은 경우 ($\sum_{i=1}^3 \frac{S_i}{P_i} = 0.333$)

이 경우에 대한 실험 자료는 <표 4-1>에 주어져 있고 실험 결과는 <표 4-2>에 주어져 있

다. 각 기법들은 투입 품목의 공급 형태에 따라 세 가지 다른 경우 -확정적 경우, 균일 분포 (uniform distribution)의 경우 및 지수 분포의 경우-에 대하여 테스트 되었다. 표의 각 숫자는 이론적 하한 비용율에 대한 시뮬레이션 결과의 비율을 나타낸다.

<표 4-1> 실험 설계 1에 대한 실험 자료

매개변수	h_i	$\frac{1}{P_i}$	c_i	$\frac{1}{S_i}$	A
투입 품목 1	0.00833	15	60	150	200
투입 품목 2	0.0075	15	60	150	300
투입 품목 3	0.00104	12	60	120	500

<표 4-2> 실험 설계 1에 대한 비용 성과

비용 성과	확정적 분포	균일분포	지수분포
Perkins와 Kumar	9.531	9.803	8.181
Lin	8.878	9.013	8.069
Park과 Leachman	1.878	1.794	1.770

4.3.2 이용율이 중간인 경우 ($\sum_{i=1}^3 \frac{S_i}{P_i} = 0.561$)

이 경우에 대한 실험 자료는 <표 4-3>에 주어져 있고 실험 결과는 <표 4-4>에 주어져 있다.

<표 4-3> 실험 설계 2에 대한 실험 자료

매개변수	h_i	$\frac{1}{P_i}$	c_i	$\frac{1}{S_i}$	A
투입 품목 1	0.00833	15	60	60	200
투입 품목 2	0.0075	15	60	90	300
투입 품목 3	0.00104	12	60	120	500

〈표 4-4〉

실험 설계 2에 대한 비용 성과

비용 성과	확정적 분포	균일분포	지수분포
Perkins와 Kumar	5.282	5.252	5.055
Lin	4.825	4.755	4.833
Park과 Leachman	1.097	1.117	1.072

4.3.3 이용율이 높은 경우 ($\sum_{i=1}^3 \frac{S_i}{P_i} = 0.833$)

이 경우에 대한 실험 자료는 〈표 4-5〉에 주어져 있고 실험 결과는 〈표 4-6〉에 주어져 있다.

〈표 4-5〉

실험 설계 3에 대한 실험 자료

매개변수	h_i	$\frac{1}{P_i}$	c_i	$\frac{1}{S_i}$	A_i
투입 품목 1	0.00833	15	60	45	200
투입 품목 2	0.0075	15	60	60	300
투입 품목 3	0.00104	12	60	48	500

〈표 4-6〉

실험 설계 3에 대한 비용 성과

비용 성과	확정적 분포	균일분포	지수분포
Perkins와 Kumar	1.840	1.881	1.735
Lin	1.671	1.671	1.690
Park과 Leachman	1.111	1.123	1.092

V. 결론 및 추후 연구 방향

중요 단일 기계에 투입되는 다품목 생산을 위해 DBL 기법이라는 생산 계획 기법이 제시되었다. 이 기법은 ELSP를 바탕으로 한 생산 시스템이 균형 상태에 있도록 생산 주기를 계속 조정해 나간다는 개념과 연결되어 있다.

기계 변화 비용이 있는 경우에 DBL 기법을 다른 두 기법과 비교하기 위해 시뮬레이션을 행하였다. 목표 생산 주기를 계산하기 위하여 최적화 기법을 이용하였으며 최소 비용에 대한 하한도 구하였다. 기계의 서로 다른 이용율 효과를 검토하려고 세개의 다른 실험을 설계하였다. 여기서 DBL 기법은 Perkins와 Kumar 기법 및 Lin 기법보다 나은 것으로 나타났다. 이것은 DBL 기법이 투입 품목의 현재 재고 수준, 기계 변환 비용, 재고 유지 비용 및 TPSP 도달 시간을 모두 고려하기 때문이다. 뿐만 아니라 DBL 기법은 단순히 투입 품목에 대한 하나의 정해진 평균 공급율을 사용하는 대신에 미래 공급의 예측치를 바탕으로 변화하는 이동 평균을 공급율로 사용한다. 기계의 이용율이 낮은 경우에 다른 두 기법보다 성과가 뛰어난 데 이는 다른 두 기법이 기계 변환 횟수를 더 많이 초래하기 때문이다. 일반적으로 기계 변환 비용이 증대하고 재고 유지 비용이 감소할 수록 DBL 기법 사용의 이점이 부각된다. 바꾸어 말하면 기계 변환 비용이 중요한 역할을 하는 경우에 다른 두 기법보다 뛰어나다. 그러나 투입 품목의 공급율이 예측율과는 무관하게 움직인다면 DBL 기법의 성과는 아마 떨어질 지도 모른다.

추후 연구 방향으로는 단일 기계에서 복수 기계로의 이론 확장을 생각해 볼 수 있다. 복수 기계의 경우에는 단일 기계의 경우와 문제는 유사하나 생산되는 투입품목을 정해야 되는 문제 뿐만 아니라 생산기계까지 선택해야만 한다. 복수 기계의 경우는 어떤 한 기계를 투입되는 단일 품목의 생산에 집중함으로써 그 투입 품목에 관계되는 기계 변환 비용을 배제할 뿐만 아니라 그 투입 품목의 재고 유지 비용도 줄여 주기 때문에 훨씬 더 유연성을 갖게 된다.

참 고 문 헌

1. Adiga, S., "Software Modeling of Manufacturing Systems: A Case for an Object-Oriented Programming Approach," *Annals of Operations Research*, 17, 1989, pp.363-378.
2. Adiga, S. and W. T. Lin, "An Object-Oriented Architecture for Production Scheduling Systems," *ESRC 90-1*, Engineering Systems Research Center, University of California, Berkeley, 1990.
3. Carreno, Jose J., "Economic Lot Scheduling for Multiple Products on Parallel Identical Processors," *Management Sci.*, 36, 1990, pp.348-358.
4. Cox, B. J., *Object-Oriented Programming: An Evolutionary Approach*. Addison-Wesley Publishing Co., 1987.
5. Davis, Samuel G., "Scheduling Economic Lot Size Production Runs," *Management Sci.*, 36, 1990, pp.985-998.
6. Doll, C. Loren and D. Clay Whybark, "An Iterative Procedure for the Single Machine Multi-Product Lot Scheduling Problem," *Management Sci.*, 20, 1973, pp.50-55.
7. Elmaghraby, S. E., "The Economic Lot Scheduling Problem (ELSP): Review and Extensions," *Management Sci.*, 24, 1978, pp.587-598.
8. Gallego, Guillermo, "Scheduling the Production of Several Items with Random Demands in a Single Facility," *Management Sci.*, 36, 1990, pp.1579-1592.
9. Gershwin, S. B., "Hierarchical Flow Control: A Framework for Scheduling and Planning Discrete Events in Manufacturing Systems," *IEEE Proceedings Special Issue on Discrete Event System*, 1989, pp.195-209.
10. Glassey, C. R., "An Overview of BLOCS /M, The Berkeley of Objects for Control and Simulation of Manufacturing," *ESRC 89-24*, Engineering Systems Research Center, Univ. of California, Berkeley, 1989.
11. Glassey, C. R. and S. Adiga, "Conceptual Design of a Library of Software Objects

- for the Simulation of Semiconductor Manufacturing Systems," *Journal of Object-Oriented Programming*, 2, 1989, pp.39-43.
12. Glassey, C. R. and S. Adiga, "Berkeley Library of Objects for Control and Simulation of Manufacturing (BLOCS /M)," *Applications of Object-Oriented programming*, Addison-Wesley, L.Pinson and R.Wiener, Editors, 1990.
 13. Hax, A.C. and D.Candea, *Production and Inventory Management*, Prentice-Hall, 1984.
 14. Johnson, L.A. and D.C. Montgomery, *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1974.
 15. Jones P. and R. Inman, "When is the ELSP Easy?" *IIE Trans.*, 21, 1989, pp. 11-20.
 16. Kumar, P. R. and T. I. Seidman, "Dynamic Instabilities and Stabilization Method in Distributed Real-Time Scheduling of Manufacturing Systems," *Working Paper*, Univ. of Illinois, Urbanna-Champaign, 1990.
 17. Leachman, Robert C. and Andre Gascon, "A Heuristic Scheduling Policy for Multi-Item, Single Machine Production Systems with Time-Varying, Stochastic Demands," *Management Sci.*, 34, 1988, pp.377-390.
 18. Leachman, Robert C., Andre Gascon, Zhong K. Xiong and Kwangtae Park, "An Improvement to the Dynamic Cycle Lengths Heuristic," *Management Sci.*, 37, 1991, pp.1201-1205.
 19. Lin, Woo-Tsong, "An Object-Oriented System for Knowledge-Based Production Scheduling," *Doctoral Thesis*, University of California, Berkeley, 1990.
 20. Montgomery, D. C., and L. A. Johnson, *Forecasting and Time Series Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.
 21. Park K. and D. Yun, "A Stepwise Partial Enumeration Algorithm for the Economic Lot Scheduling Problem," *IIE Trans.*, 16, 1985, pp.363-370.
 22. Pattloch, Marcus and Günter Schmidt, "Minimizing Changeover Costs on a Single Machine," Submitted to *Operations Research*.

23. Perkins, James R. and P. R. Kumar, "Stable, Distributed, Real-Time Scheduling of Flexible Manufacturing / Assembly / Disassembly Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, 34, 1989, pp.139–148.
24. Peterson, Rein and Edward A. Silver, *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1979.
25. Pochet, Yves and Laurence A. Wolsey, "Solving Multi-Item Lot-Sizing Problems using Strong Cutting Planes," *Management Sci.*, 37, 1991, pp.53–67.
26. Spence, Anne M. and Evan L. Porteus, "Setup Reduction and Increased Effective Capacity," *Management Sci.*, 33, 1987, pp.1291–1301.
27. The Stepstone Corporation, *Objective-C Compiler, User Reference Manual*, 1988.
28. Vergin, Roger C. and Terry N. Lee, "Scheduling Rules for the Multiple Product Single Machine System with Stochastic Demand," *INFOR*, 16, 1978, pp.64–73.
29. Zipkin, Paul H., "Computing Optimal Lot Sizes in the Economic Lot Scheduling Problem," *Operations Research*, 39, 1991, pp.56–63.