對話型 多目的 計劃法에 關한 硏究
-對話型 ε-制約法의 開發 및 適用檢討-

A Study on Interactive Multiobjective Programming
-Development and Demonstration of Interactive ε-Constraint Method-

李 昌 孝* · 金 炯 郁**

《目 次》

Ⅰ. 序 論

복잡한 公共問題나 經營問題에 있어 意思決定者(decision maker ; DM)는 종종 相衝하는 多基準에 입각하여 여러 代替案中 어느 하나를 선정하게 된다. 여기서 어떤 代替案을 선정한다는 것은, 이들 相衝하는 目的들을 놓고 一種의 折衷을 시도하는 것이라고 볼 수 있다. 그리고 이러한 折衷에 있어서는 단지 有效한 代替案만이 그 對象이 되어야 한다. 어떤 代替案이 有效하다는 것은[1] 어느

* 釜山女子大學 經營學科 助敎授
** 弘益大學校 商經大學 副敎授

1) 有效性(efficiency)의 槪念은 被優越性(nondominated) 槪念과 매우 유사하며 非劣位性(noninferiority) 또는 파레토最適性(Pareto optimality)이라고도 불리운다.

하나의 目的函數值를 개선시키기 위해 적어도 다른 어느 하나의 目的函數値를 劣化시켜야만 되는 경우를 말한다.[2] 즉, 有效代替案(efficient alternatives)이란 다른 代替案에 지배당하지 않는 代替案을 말한다. 이에 반해 다른 代替案에 지배당하는 代替案을 非有效代替案(inefficient alternatives)이라 부른다 따라서 DM은 非有效代替案을 놓고 이를 평가하는데 時間을 낭비해서는 안될 것이다. 結局, 多目的意思決定問題를 해결하려면 우선 一次的으로 有效解集合(efficient set)을 구해야 한다. 有效解集合을 구하는 方法에는 加重値附與法, ε—制約法, 修正單體法等 여러가지가 있다.

그런데 1차단계에서 산출된 有效解集合은 一般的으로 매우 크며 또한 그 順序가 아직 不完全하므로(incomplete orderings)[3] 1차단계만으로는 주어진 意思決定問題의 가장 바람직한 解를 구하기에 불충분하다.[4] 따라서 다음 段階로 外部로부터 어떤 評價基準을 도입하여 DM의 選好度가 가장 높은 選好解(preferred solution)를 찾아내어야 한다. 이러한 選好解를 찾는 方法으로서는 첫째, 效用函數를 도입하여 直接的으로 選好解를 구하는 方法과 둘째, 間接的으로 效用函數를 이용하는 方法 즉, DM의 效用函數가 默示的으로 존재한다고 가정하고 DM과의 意思交換을 통해 選好解를 구하는 方法이 있다. 그 중 첫째 方法은 DM의 效用函數推定에 많은 어려움이 따르게 된다. 그리하여 效用函數의 存在性과 決定法에 관한 많은 硏究가 행해지고는 있지만 實際問題에 그것을 적용하기는 一般的으로 어렵다. 말하자면 DM의 效用函數를 普遍妥當하게 구한다는 것은 거의 불가능하다.[5] 둘째 方法은 DM과 分析專門家가 서로 빈번한 접촉을 통해 긴밀한 協力을 함으로써 問題를 해결하는 方法으로 이를 對話型接近方式이라고 부

---

2) L.E. Johnson and D.P. Loucks, "Interactive Multiobjective Planning Using Computer Graphics," *Comput. & Ops Res.*, Vol.7, No.1-2, 1980, p.89.

3) J.L. Cohon and D.H. Marks, "A Review and Evaluation of Multiobjective Programming Techniques," *Water Resources Research*, Vol.11, No.2, 1975, p.210.

4) P. Nijkamp and J. Spronk, "Interactive Multidimensional Programming Models for Locational Decisions," *European Journal of Operational Research*, Vol.6, No.2, 1981, p.221.

5) J.S.H. Kornbluth, "Duality, Indifference and Sensitivity Analysis in Multiple Objective Linear Programming," *Operational Research Quarterly*, Vol.25, No.4, 1974, p.599.

른다. 따라서 對話型接近方式은 DM의 選好函數가 명백하게 제시되지 않거나, 相衝하는 目的사이의 折衷結果가 計量的으로 명확히 나타나지 않은 경우에도 適用이 가능하다 하겠다.[6] 한편, 對話型接近에 관한 旣存技法에도 여러가지가 있는 바, 本稿에서는 우선 이들 技法中 代表的인 것으로서 STEP法(step method), SWT法(surrogate worth trade-off method) 및 對話型SM法(interactive subgradient method)의 概要와 問題點을 간단히 살펴본 後, 이어서 이들 技法과 그 特徵을 달리하는 새로운 對話型計劃技法, 즉 對話型 ε 一制約法을 開發하여 이를 제시하고자 한다.

이 方法은 ε 一制約法 및 對話型接近方式을 토대로 多目的線型計劃問題의 選好解를 구하는 技法으로서 本稿에서는 이 對話型 ε 一制約法의 앨고리즘을 제시하고 간단한 數値計算例를 통해 이 方法의 適用可能性을 검토하고자 한다.

Ⅱ. 旣存對話型 多目的計劃法의 一般的 考察

1. 對話型接近方式의 特徵

對話型接近方式은 前述한 바와 같이 DM의 選好函數(preference function)가 명백히 제시되어 있지 않은 경우에도 適用이 가능한 方法이다. 통상 주어진 意思決定問題의 解를 구하고자 할 때는 DM에 의해 代替案마다 選好度에 관련된 情報가 제시될 必要가 있다. 그런데 이 對話型接近方式에서는 단지 여러 目的에 관련된 일련의 欲求達成水準이 段階的으로 規定되는 것으로 充分하다.[7] 따라서 DM과 分析專門家가 서로 協議해 가면서 DM의 選好度를 漸進的으로 규명해 가는 節次를 밟게 되며, 새로운 解를 決定하기 위해 每 反復過程마다 現在의 解를 토대로 交換率(trade-off rate)이나 選好情報에 관련된 DM의 意見을 듣게된다.[8]

즉, 이 方式에서는 하나의 有效解(efficient solution)에서 DM이 限定한 또 다른 有效解로 이동하면서 反復處理過程을 밟게 된다. 이렇게 함으로써 DM이 現在의 解에 만족하거나 解法節次上 더 以上의 反復을 행할 수 없을 때 最終

---

6) P. Nijkamp, *Multidimensional Spatial Data and Decision Analysis*, John Wiley & Sons, 1979, p.198.
7) *Ibid.*, pp.198-199.
8) J.L. Ringuest and T.R. Gulledge, Jr., "Interactive multiobjective complex search," *European Journal of Operationl Research*, Vol.19, 1985, p.362.

解가 얻어진다.[9)]

한편, 이 方式은 DM으로부터 어떤 情報가 요구되는가에 따라 크게 두가지로 분류되는데, 그 하나는 每 反復過程마다 目的의 達成水準사이에 交換率과 관련된 명백한 情報를 必要로 하는 경우이고, 다른 하나는 DM이 現在의 達成水準을 받아들일 것인가의 與否만을 제시하면 되는 경우가 그것이다.[10)] 그런데 前者의 接近方式은 一般的으로 後者에 비해 情報提供面에서 DM에게 더 큰 負擔을 주게 된다. 前者에 해당하는 方法에는 Geoffrion 法, 對話型目標計劃法, SWT法, Zionts-Wallenius法 等이 있고, 後者의 方法에는 SEMOPS法(sequential multiobjective problem solving technique), STEP法, Zeleny法, 對話型SM法等이 있다.

여기에서는 우선 이들 諸方法中 代表的인 것으로 생각되는 STEP法과 SWT法 그리고 對話型SM法에 대해 이들 方法의 槪要 및 問題點을 음미해 보고자 한다.

2. 旣存技法 및 問題點

2.1 STEP法

STEP法(step method)은 多目的線型計劃問題의 選好解를 구하는데 사용되는 典型的인 對話型計劃法으로[11)] 일정한 回數의 反復過程을 거친 後에 選好解에 도달하는 技法을 말한다. 여기서 每回 反復過程은 演算段階와 意思決定段階로 區分構成된다. 意思決定段階는 DM과 分析專門家간의 意思交換을 갖는 段階로서 이 段階에서 DM은 演算段階에서 산출된 結果値를 비교하게 되며 이를 통해 새로운 情報를 제시할 수 있게 된다. 여기서 이 方法의 演算過程을 살펴보기로 하자.[12)]

우선 個個의 目的函數 f_k, $k=1,2,\cdots,p$에 대해,

---

9) J.L. Cohon, *Multiobjective Programming and Planning*, Academic Press, New York, 1978, p.190.
10) J.L. Ringuest and T.R. Gulledge, Jr., *op. cit.*, p.362.
11) J.L. Cohon and D.H. Marks, *op. cit.*, p.217.
12) R. Benayoun, J. de Montgolfier, J. Tergny and O. Larichev, "Linear Programming with multiple objective functions: Step method(STEM)," *Mathematical Programming*, Vol.1, No.3, 1971, pp.368-369.

$$f_k(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j^k x_j \quad \cdots\cdots (1)$$

$$f_k(x^k)=\hat{f}_k=\max_{x \in X} f_k(x) \quad \cdots\cdots (2)$$

$$\bar{f}_k=\min_{1 \le j \le p} \{f_k(x^j)\} \quad \cdots\cdots (3)$$

라 하자.[13)]

여기서, q번째 反復過程에서의 有效解를 산출하기 위해 아래 問題를 푼다.

$$\begin{array}{ll} \min & \lambda \\ s.t. & x \in X^q \\ & \lambda \ge [\hat{f}_k - \sum_{j=1}^{n} c_j^k x_j] \cdot \pi_k, \quad k=1,2,\cdots\cdots,p \\ & \lambda \ge 0 \end{array}$$

여기서, $\pi_k=\alpha_k / \sum_{k=1}^{p} \alpha_k$

$$\alpha_k=[(\hat{f}_k-\bar{f}_k)/f_k][\sum_{j=1}^{n}(c_j^k)^2]^{-\frac{1}{2}}$$

그리고, X^q는 q번째 反復過程에서의 수정된 可能解領域을 뜻한다.

단, $X^1=X=\{x \mid Ax \le b,\ x \ge 0\}$이며, X^q는 DM으로부터 $(q-1)$번째 反復過程에서 산출된 有效解가 만족스러운지의 與否에 대한 反應을 들은 後에 결정된다. 이때 目的函數値들 가운데 DM이 理想解(ideal solution)[14)]와 비교하여 불만족스럽다고 판단한 目的函數値는 만족스럽다고 평가한 目的函數値를 완화함으로써 다음 段階에서 改善可能하게 된다. 따라서 X^q는 이와같은 DM의 反應을 감안하여 설정된다.

上述한 節次를 만약 DM이 現段階의 有效解에 만족하거나, 反復回數 q가 目的函數의 數 p에 도달했는데도 DM이 만족하는 選好解를 찾지 못했을 때 끝나게 된다.[15)]

그러나 STEP法에서는 만족스럽지 못한 어떤 目的函數値를 개선하기 위해 일단 완화한 目的函數値는 변경할 수 없기 때문에 DM의 評價에 강한 一貫性이 지

---

13) V. Chankong, "Multiobjective Decision Making Analysis: The Interactive Surrogate Worth Trade-off Method," Ph. D. Dissertation, Systems Engineering Department, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, 1977, p.65.

14) 理想解(ideal solution)란 모든 目的函數를 個別的으로 동시에 최적화했을 경우의 解를 말하나 이 解는 目的間에 相衝이 존재하는 경우는 實現不可能하다고 하겠다.

15) R. Benayoun, et al., *op. cit.*, p.373.

속되어야 한다는 假定을 前提로 하고 있다.[16] 또한 STEP法에서는 DM이 p回의 反復過程을 거친 後에도 얻어진 解에 만족하지 못하면, 즉 目的 가운데 어느 하나도 완화시키기를 원치 않는다면 이 경우는 주어진 問題의 選好解가 存在하지 않는 것으로 본다. 그러나 이는 現實的이라고 볼 수 없다. 왜냐하면 DM이 最終決定에 도달할 수 없다고 해서 주어진 問題의 選好解가 存在하지 않는다고는 볼 수 없기 때문이다.[17] 오히려 위와 같은 狀況은 STEP法의 앨고리즘(algorithm)에서 어떤 決定에 도달할 수 있을 만큼의 충분한 情報가 DM에게 제공되지 못했기 때문에 발생한 것으로 볼 수도 있다.

2.2 SWT法

SWT法(surrogate worth trade-off method)은 ε-制約法(ε-constraint method)을 토대로 有效解 가운데 選好解를 도출하는 方法으로서 多目的線型計劃問題를 含包하여 一般的인 非線型計劃問題에도 適用이 가능하다. 이 方法은 基本的으로 交換率(trade-off rate)의 評價를 통해 DM이 선호하는 交換率을 탐색함으로써 이에 대응하는 選好解를 찾아내는 方法이다. 이 方法의 選好解探索節次는 다음과 같다.[18]

우선, 多目的最適化問題가 아래와 같다고 하자.

$$\underset{x \in X}{\text{Maximize}}\ (f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots,\ f_p(x)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

여기서, $x \in R^n$은 意思決定變數벡터, X는 可能解領域, f_i, $i=1, \cdots\cdots, p$는 目的函數이다.

SWT法에서는 基本的으로 위의 問題를 ε-制約問題로 변환하여 다룬다. 즉, p個의 目的中 任意로 어느 하나(예를 들면 f_1)를 基準目的(primary objective)으로 삼고 나머지 目的들은 주어진 問題의 制約條件으로 간주하여 다루므로 결국, 式(4)의 問題는 式(5)의 問題와 같이 f_1 하나만의 單一目的問題가 된다.

---

16) B. Roy and P. Vincke, "Multicriteria analysis: survey and new directions," *European Journal of Operational Research*, Vol.8, No.3, 1981, p.213.

17) J.L. Cohon and D.H. Marks, *op. cit.*, p.217.

18) Y.Y. Haimes and W.A. Hall, "Multiobjectives in water resources syatems analysis: the surrogate worth trade-off method," *Water Resources Research*, Vol.10, No.4, 1974, pp.618-621.

$$\begin{aligned} &\underset{x \in X}{\text{Maximize}} \quad f_1(x) \\ &s.t. \qquad f_i(x) \geq \varepsilon_i, \ i = 2, \cdots, p \end{aligned} \qquad \cdots\cdots (5)$$

여기서 ε_i의 水準은 個個의 目的에 대한 最少限度의 滿足水準을 나타내며, 이들의 값은 選好解를 구하는 過程中에 적절히 조정된다.

式 (5)와 관련된 Lagrange 函數는 式 (6)과 같다.

$$L(\lambda) = f_1(x) - \sum_{i=2}^{p} \lambda_{1i}(f_i(x) - \varepsilon_i) \qquad \cdots\cdots (6)$$

여기서 λ_{1i}, $i = 2, \cdots, p$는 Lagrange 乘數이다.

우선 $\varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_p$에 일정한 값을 부여하여 式 (5)를 푼다.[19] 이때, 만약 制約條件式 $f_i(x) \geq \varepsilon_i$가 等式制約條件式(equality constraints)이 아니면 ε_i는 $f_i(x)$의 값과 일치되게끔 조정된다. 이와같이 적절한 調整過程을 거쳐 制約條件式은 대개 等式化된다. 만약 制約條件式($f_i(x) \geq \varepsilon_i$)이 等式化되어 있고, 또한 非退化(nondegenerate)라면 이때 制約條件式에 대응되는 Lagrange 乘數, $\lambda_{12}, \cdots, \lambda_{1p}$는 正의 값을 갖게 된다. 여기서 正의 값을 갖는 λ_{1i}, $i = 2, \cdots, p$는 基準目的 f_1과 制約條件式에 포함된 目的 i間의 交換率을 나타낸다. 雙對理論(duality theory)에 입각하여 Lagrange 乘數 λ_{1i}는 制約條件式의 ε_i가 한 單位 감소할 때, f_1의 最適値가 얼마나 증가하는가를 나타낸다. 즉, λ_{1i}는 첫번째 目的과 i번째 目的間의 交換率이 된다. 이들 交換率의 값은 DM에게 直接的으로 유용한 情報로 활용된다.

다음 λ_{1i}에 대응하는 代用評價函數(surrogate worth function) $W_{1i}(\lambda_{1i})$를 찾아낸다. 여기서 W_{1i}는 交換率 λ_{1i}의 바람직한 程度를 豫測하기 위한 函數라고 할 수 있다. 통상 W_{1i}의 값은 DM과의 일련의 質疑應答을 통해 얻어진다. 즉, 하나의 有效解에 관련된 有效解集合(efficient set)上의 交換率을 目的函數値와 함께 DM에게 제시하여 이 比率에 의한 交換 내지 折衷이 바람직한 것인지의 與否를 판단하게 한다. 이어서 評價點의 一次結合을 구성하거나 回歸分析을 적용하여 $W_{1i}(\lambda_{1i}) = 0$가 되는 點의 集合인 無差別域(indifference band)을 구한다. 이때 W_{1i}는 $f_i(x)$의 函數가 되므로 모든 $i(i = 2, \cdots, p)$에 대하여,

---

19) 多目的意思決定問題를 式 (5)問題의 形態와 같은 ε-制約問題로 변형하여 이의 有效解集合을 구하는 方法을 ε-制約法이라 한다. 이에 대한 상세한 內容은 參考文獻 Cohon [1978, pp.115 - 127]이나 Cohon-Marks[1975, pp.211 - 212]를 참조하기 바란다.

$$W_{1i}(f_1^*,\ f_2^*,\ \cdots,\ f_p^*)=0$$

가 성립하는 無差別域을 구하면 된다. 여기서 $f_i^*(x)$는 $\lambda_{1i}(f_i^*(x)-\varepsilon_i)=0$ 이 되는 等式制約條件式 $f_i^*(x)-\varepsilon_i=0$을 만족하는 $f_i(x)$의 값으로 目的函數의 選好解가 된다.

그런데 SWT法에서는 個個 有效解에 대하여 代用價値(surrogate worth)를 결정해야 하므로 意思決定回數가 많아지며 選好領域의 導出에 도달하는 作業이 번잡하게 된다. 특히 目的函數의 數가 많을 경우에는 이 점이 問題點으로 대두될 여지가 많다고 보겠다. Cohon−Marks[20]의 硏究結果에 의하면 이에 必要한 計算量은 目的函數의 數 p가 증가함에 따라 p^2 만큼씩 증가된다고 한다. 끝으로 이 方法에서는 制約條件의 等式化를 前提로 하기 때문에 LP를 이용할 경우 多數의 制約條件을 含包하는 問題를 다루기가 困難하다는 制限이 따른다.

2.3 對話型 SM法

對話型SM法(interactive subgradient method)에서의 解를 구하는 過程을 세가지 段階로 나누어 살펴보기로 하자.[21]

① 多目的意思決定問題의 數式化

多目的意思決定問題를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$\underset{x\in X}{\text{Maximize}}\quad U[f_1(x),\ \cdots,\ f_p(x)] \quad\cdots\cdots\cdots (7)$$

여기서 U는 DM의 序數效用函數(ordinal utility function)로 U는 DM에게 명백히는 알려져 있지 않다고 가정한다.

우선 非負의 乘數를 도입함으로써 個個 目的函數의 線型結合을 최대화하는 問題를 式(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underset{x\in X}{\text{Maximize}}\quad f_p(x)+\lambda f(x) \quad\cdots\cdots\cdots (8)$$

여기서 $\lambda\geq 0$은 $(p-1)$벡터이며, f는 $(p-1)$벡터函數이다.

다음 ε_i를 DM이 內在的으로 最適解라고 생각할 때의 目的函數値 f_i에 해당

20) J.L. Cohon and D.H. Marks, *op. cit.*, p.216.

21) J. Walker, "An interactive method as an aid in solving multiobjective mathematical programming problems," *European Journal of Operational Research*, Vol.2, 1978, pp.341-347.

한다고 하자. 즉,

$$\varepsilon_i = f_i(x^*),\ i = 1, \cdots, p$$

라 하면 式 (9)와 같이 單一目的函數를 갖는 ε —制約問題를 설정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & f_p(x) \\ s.t. \quad & f(x) \geq \varepsilon \\ & x \in X \end{aligned} \qquad \cdots\cdots (9)$$

한편, 式 (8)의 問題에서 얻어진 目的函數値가 DM에 의해 기각되어지지 않는 적절한 λ값을 탐색함으로써 式 (7)의 問題를 式 (8)의 問題로 풀 수 있다. 式 (7)의 問題와 式 (8)의 問題간의 이러한 關係 및 적절한 乘數 λ의 探索過程은 다음과 같은 式 (9)問題의 Lagrange 雙對(Lagrange dual)를 고려함으로써 보다 명백해진다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & L(\lambda) = max(f_p(x) + \lambda(f(x) - \varepsilon) : x \in X) \\ s.t. \quad & \lambda \geq 0 \end{aligned} \qquad \cdots (10)$$

對話型SM法은 式 (7)의 問題를 式 (10)의 問題 및 이와 관련된 式 (8)의 問題로 푼다. 왜냐하면 式 (8)問題의 解決過程에서는 ε 값이 분명하게 주어지지 않아도 되며, 단지 기각된 有效解에 대응하는 目的函數値와 관련하여 DM의 滿足與否만을 알면 되기 때문이다.

② SM法의 適用

原問題인 式 (9)의 問題를 이의 雙對問題인 式 (10)問題로 풀기 위해 SM法 (subgradient method)[22]은 다음과 같은 節次를 취한다.

(i) 任意의 乘數 $\lambda^1 \geq 0$을 선정한다.

(ii) 式 (8)의 問題를 푼다.

(iii) $\lambda^{k+1} = \lambda^k - t(f(x^k) - \varepsilon)$으로 놓는다. 여기서 負의 값을 갖는 λ^{k+1}은 0으로 하고 k를 $k+1$로 대치한 後, 段階 (ii)로 간다.

③ 對話型SM法의 適用

DM이 內在的으로 最適解라고 생각할 때의 目的函數値에 해당하는 ε_i가 취할

---

22) M. Held, P. Wolfe and H.D. Crowder," Validation of subgradient optimization," *Mathematical Programming*, Vol.6, 1974, pp.62-88

수 있는 범위를 $[l_i, u_i]$라고 하면, 目的函數는 이의 平均値와 같거나 큰 값으로 표현할 수 있다.

이제 式(9)問題의 右邊項 ε을 $g=(l+u)/2$로 대치한다. 그리고 個個 目的函數에 대해 차례로 DM에게 前述한 STEP法과 유사한 방식으로 現在의 目的函數가 만족스러운지의 可否를 묻는다. 이어서 이 反應을 토대로 하여 불만족스럽다고 생각되는 目的函數値는 만족스럽다고 평가된 目的函數値를 완화함으로써 다음 段階에서 개선가능하게 한다. 즉, DM과의 反應을 통해 얻어진 結果를 토대로 l, u 및 g값을 개선시킨다. 이렇게 해서 g_i, $i=1, \cdots, p-1$의 값 가운데 어느 하나가 새로운 값으로 바뀌면 이어서 現在의 乘數벡터를 初期値로 삼아 SM法을 적용함으로써 새로운 單一目的問題의 乘數를 구한다.

그러나 對話型SM法에서는 주어진 多目的意思決定問題의 初期有效解를 산출하는 方法을 합리적으로 명확히 제시하지 못하고 있으며, 또한 연속되는 反復過程에서 새로운 有效解를 산출하려면 現在의 乘數벡터를 토대로 SM法을 적용하여 새로운 單一目的問題의 乘數를 구해야 되는 比較的 복잡한 過程을 거쳐야 된다는 問題點을 지닌다.

Ⅲ. 對話型 ε－制約法의 開發 및 適用檢討

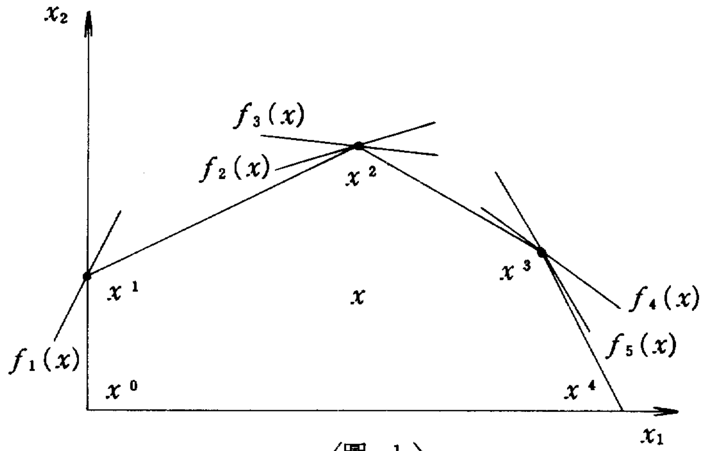
1. 理論的 背景

1.1 乘餘目的函數의 探索

多目的計劃問題의 有效解集合(efficient set)을 구하는데 있어 주어진 目的函數가 모두 다 必要한가의 與否를 검토할 必要가 있다. 따라서 어느 目的函數가 有效解集合을 형성하는데 불필요하다면 이러한 目的函數는 제외시켜도 무방하다.[23)]

예로서 〈圖-1〉에 다섯 個의 目的函數가 주어져 있다고 하자. 여기서 有效解集合은 $E=\gamma(x^1, x^2)\cup\gamma(x^2, x^3)$이다. 먼저 目的函數 f_2, f_3, f_4를 제외한 경우를 생각해 보자. 이때 〈圖-1〉에서 보아 알 수 있듯이 有效解集合은

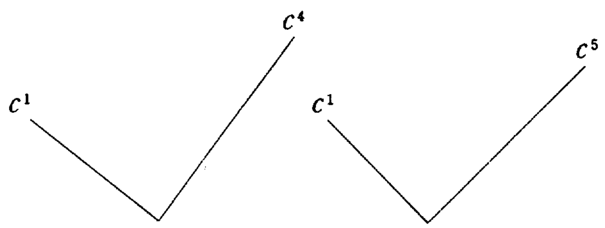
23) T. Gal, *Postoptimal Analyses, Parametric Programming, and Related Topics*, McGraw-Hill, Inc., 1979. pp.283-284.



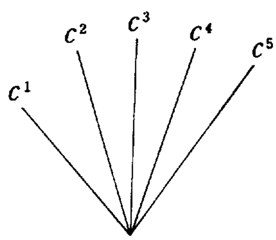
〈圖 1〉

從前과 마찬가지로 변함이 없다. 마찬가지로 f_2, f_3, f_5를 제외한 경우에도 E는 변함이 없음을 알 수 있다. 따라서 어떠한 경우에도 우리는 有效解集合 E에 影響을 미치지 않고서 f_2와 f_3을 同時에 제거시킬 수 있음을 알 수 있다. 그러나 f_4와 f_5는 同時에 제거시킬 수 없다. 이 경우 目的函數에서 제거시켜도 E에 무관한 f_2와 f_3를 不必要한 目的函數 또는 剩餘目的函數라고 부른다. 그러나 f_4, f_5와 같이 이들 가운데 어느 하나만을 제거시킬 경우 E에 影響을 미치지 않는 目的函數를 相對的 剩餘目的函數라고 부른다.

이제 〈圖-2〉를 보자. 통상 線型벡터最大化問題(linear vector maximum problem; LVMP)의 一般理論에 따르면 圓錐(cone) C(c^1, c^4) 또는 C(c^1, c^5)가 有效解集合 E를 形成함을 알 수 있다.[24] 이때 대응되는 圓錐는



〈圖 2〉



〈圖 3〉

24) J.L. Cohon, *op. cit.*, pp.64-67.

c^1, c^4 또는 c^1, c^5의 모든 非負의 線型結合으로 형성된 集合에 해당한다. 즉, $C(c^1, c^4)=\{c \in R^2 \mid c=\alpha_1 c^1+\alpha_4 c^4,\ \alpha_1 \geq 0,\ \alpha_4 \geq 0\}$이고 $C(c^1, c^5)=\{c \in R^2 \mid c=\alpha_1 c^1+\alpha_5 c^5,\ \alpha_1 \geq 0,\ \alpha_5 \geq 0\}$이다.

한편 〈圖-3〉에 있어서는 $C(c^1, c^4)$를 基底圓錐(basic cone)로 함으로써 c^2 및 c^3를 c^1과 c^4의 線型結合으로 표현할 수 있다. 이것은 $C(c^1, c^5)$에 대해서도 마찬가지이다. 이로부터 c^2 및 c^3는 E를 결정하는데 불필요하며 단지 c^1, c^4 또는 c^1, c^5에 의해서만 有效解集合 E가 결정된다는 사실을 알 수 있다.

實際로 剩餘目的函數를 찾기 위해서는 주어진 目的函數 c^k에 의해 형성된 볼록圓錐(convex cones)의 性質에 根據를 두어, 基底圓錐를 탐색하면 되는 바, 이는 目的函數係數벡터로 구성되는 行列 $C=\{c^k \mid c^k \in R^p\}$로부터 最大의 單位벡터가 얻어질 때까지 Gauss-Jordan 消去法을 反復適用하면 된다.

1.2 基準目的函數의 選定

相衝하는 複數目的이 존재할 경우 LP에서는 이들 目的들 가운데 어느 하나를 選定하여 目的函數로 삼게 된다. Halter-Dean[25]에 의하면 目的函數로 표현된 目的은 重要度가 가장 낮은 目的이 되고 나머지 目的들, 즉 目的函數로 표현되지 않은 殘餘目的들은 LP模型의 制約條件式에 含包된다. 결국 制約條件式內에 含包된 目的들은 目的函數로 표현된 目的에 比해 그 選好度面에서 絶對的인 優先順位를 부여받게 된다. 다음 심플렉스 앨고리즘에 의해 制約條件을 충족하는 可能解 가운데 주어진 目的函數를 만족시키는 最適解를 선정하게 된다.

결국, 最適解란 주어진 모든 制約條件式을 완전히 충족시켜 주는 解를 말하므로 이때 LP模型內의 制約條件式으로 規定된 모든 目的들은 重要度가 동일하다는 것을 암시한다고 보겠다.[26] 더구나 이들 目的들은 目的函數로 표현된 目的에 比해 絶對的인 選好度를 지닌다.

1.3 有效解集合과 滿足化原理

Simon[27]은 複數目的을 지닌 복잡한 意思決定狀況下에서의 最善의 意思決定

---

25) A.N. Halter and G.W. Dean, *Decisions under Uncertainty*, Cincinnati, Ohio: South-Western Publishing Co., 1971, pp.54-57.

26) H. Moskowitz and G.P. Wright, *Operations Research Techniques for Management*, Prentice-Hall, Inc., 1979, p.517.

이란 모든 目的에 대하여 最少限度의 滿足水準을 충족시키는 決定이라고 言及한 바 있다. 말하자면, x^o를 有效解벡터, ε을 滿足水準을 나타내는 벡터라고할 때 DM은 $f(x^o)\geq\varepsilon$를 충족시키는 滿足解를 찾게 된다. 여기서, $f(x^o)\geq\varepsilon$을 충족시키는 $x^o\in X$를 ε에 관한 만족할 만한 解라고 부른다.

또한 Simon은 滿足水準벡터는 靜的이거나 固定的인 것이 아니며, 對替案에 관련된 또 다른 새로운 情報를 입수함으로써 달라질 수도 있다는 점을 指摘하고 있다.[28] 따라서 特定滿足水準 ε에 관한 滿足解 $x^o\in X$를 찾은 後에는 보다 높은 滿足水準인 $\varepsilon'\geq\varepsilon$에 대해서도 x^o가 滿足解가 되는지를 검토해 볼 必要가 있다. 한편, 만약 일정한 滿足水準 ε에 관한 滿足解 $x^o\in X$가 존재하지 않는다면 이 경우, DM은 滿足水準을 從前보다 낮춘 $\varepsilon''\leq\varepsilon$에서 滿足解를 찾아야 한다.

이와같은 節次를 반복함으로써 DM이 받아들이기에 충분한 滿足解 즉 選好解에 도달할 수 있다.

1.4 有效解의 一般的 特性

一般的으로 多目的最適化問題는 前述한 바와 같이 다음과 같은 形式으로 표현된다.

$$\underset{x\in X}{\text{Maximize}}\quad (f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots,\ f_p(x))\cdots\cdots\cdots\cdots\ (11)$$

이때 式 (11)問題가 다음과 같은 스칼라最適化問題로 변형되었다고 하자.

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize} & g[f(x)] \\ s.t. & x\in X \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (12) \\ & f(x)\geq\varepsilon \end{array}$$

여기서 $g\in G$이며, G는 R^p 上에서 目的函數空間인 Z에 대하여 純粹增加(strictly increasing)인 모든 函數의 集合을 말한다. 즉,

$$Z=\{z\in R^p \mid z=f(x),\ x\in X\}$$

27) H.A. Simon, "On the Concept of Origanizational Goal," *Administrative Science Quarterly*, Vol.9, 1964, pp.1-12.

28) R.M. Soland, "Multicriteria Optimization: A General Characterization of Efficient Solutions," *Decision Sciences*, Vol.10, No.1, 1979, p.36.

이제 有效解의 性質에 관한 다음의 定理를 살펴보자.

〔定理 Ⅲ. Ⅰ〕[29]

g를 G의 任意의 한 元素라 하자. 이때 x^0가 有效解인 경우는 오직 x^0가 어떤 $\varepsilon \in R^p$에 대하여 式(12)問題의 最適解일 때에 限한다.

이 定理에 따라 우리는 有效解에 대해 다음과 같은 一般的 特性을 類推할 수 있다. 즉, 만약 式(12)問題가 最適解를 갖는다면 이때 그 最適解는 곧 多目的最適化問題의 有效解가 된다. 逆으로 모든 有效解 x^0에 대하여 x^0가 式(12)問題의 最適解가 되는 적어도 하나 以上의 ε이 존재하게 된다. 結論的으로 DM은 g와 ε의 값을 변형함으로써 效率的으로 有效解를 탐색할 수 있게 된다.

2. 앨고리즘(algorithm)

前述한 理論的 背景을 토대로 한 對話型 εー制約法(interactive ε — constraint method)의 解探索過程은 다음과 같다.

段階 1 : 剩餘目的函數의 探索

주어진 m個의 目的函數 가운데 有效解集合을 형성하는데 不必要한 剩餘目的函數를 檢討對象에서 제외하고 나머지 p個의 目的函數만을 對象으로 삼는다.

段階 2 : 基準目的函數의 選定

剩餘目的들을 제외한 나머지 p個의 目的을 놓고 重要度順位를 부여한다. 重要度順位 附與方法에는 序列等級法(ranking), 平準化法(leveling), 連續比較法(successive comparisons method), 雙對應比較法(paired comparisons method)等 여러가지가 있다.[30]

단, 對話型 εー制約法에서는 모든 目的에 대해 그 重要度를 부여할 必要는 없으며, 단지 基準目的函數로 삼을 目的만을 선정하면 된다. 즉, 重要度가 가장 낮은 目的을 찾는 것으로 족하다.

따라서 上述한 諸技法中 比較的 客觀的이면서 順位附與가 他技法에 비해 수월한 雙對應比較法[31]을 적용한다.

---

29) *Ibid.*, p.34.

30) R.T. Eckenrode, "Weighting Multiple Criteria," *Management Science*, vol.12, No.3, 1965, pp.181-182.

31) 이에 대한 상세한 內容은 參考文獻 Ignizio〔1976. pp.183 - 185〕를 참조하기 바란다.

段階 3 : ε 一制約問題를 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{array}{lll} \underset{x \in X}{\text{Maximize}} & f_p(x) & \\ s.t. & f_i(x) \geq \varepsilon_i, i=1, \cdots, p-1 \end{array} \cdots\cdots\cdots (13)$$

여기서 $f_p(x)$는 基準目的函數로서 重要度順位가 가장 낮은 目的函數이다.

段階 4 : ε_i 값이 취할 수 있는 범위 $[l_i, u_i]$를 결정한다.

우선 個個 目的函數 $f_i(x)$, $i=1, \cdots, p$에 대해 각각의 最適值를 구한다. 이때 얻어진 最適值를 x^1, x^2, $\cdots$, x^p 라고 놓는다.

그러면 ε_i의 最大值인 u_i는 $f_i(x^i)$가 되고 最小值인 l_i는 $min(f_i(x^1), f_i(x^2), \cdots, f_i(x^p))$가 된다. 이를 보다 용이하게 구하기 위해서는 成果表 (payoff table)를 이용할 수도 있다. 결국, 모든 f_i, $i=1, \cdots, p$에 대해 그 範圍가 결정된다.

즉,

$$l_i \leq f_i \leq u_i, \ i=1, \cdots, p \cdots\cdots\cdots (14)$$

가 된다.

段階 5 : ε_i의 初期值 ε_i^1을 결정한다.

ε_i의 初期值 ε_i^1, $i=1$, $\cdots$, $p-1$은 基準目的 f_p만을 對象으로 하여

$$\underset{x \in X}{\text{Maximize}} \quad f_p(x)$$

에서 얻은 最適值 x^p를 f_i, $i=1, \cdots, p-1$에 代入하여 구한 $f_i(x^p)$, $i=1, \cdots, p-1$로 한다.

段階 6 : DM과의 質疑應答을 통해 반복적으로 ε_1, $\cdots$, ε_{p-1}을 구하고 式 (13)에 의해 有效解 x^{oi}와 이에 대응하는 보다 개선된 f_i, $i=1, \cdots, p$ 값을 산출한다.

이로부터 얻어진 f_i, $i=1, \cdots, p$와 有效解 x^{oi}를 놓고 DM의 選好度를 검토한다. 이 方式은 다음과 같다.

(i) f_i, $i=1, \cdots, p$값 가운데 DM이 만족하기에 너무 적다고 판단함으로써 또 다른 $f_k(k=1, \cdots, p, k \neq i)$를 희생하여 f_i 값을 개선시키고자 한다면, 이때의 目的函數 f_i는 A^+ 群에 해당하는 것으로 평가하고, 이 경우 ε_i'는 새로운 最小值 $l_i' = max(l_i, f_i(x^i))$와 從前의 最大值 u_i의 平均值로

한다. 즉,

$$\varepsilon_i' = \frac{l_i' + u_i}{2}$$

(ii) f_i, $i=1, \cdots, p$값 가운데 DM의 滿足水準을 上廻함으로써 다른 目的函數値를 증가시키기 위해 이 目的函數의 값을 감소시켜도 좋다고 판단한 目的函數 f_i는 A^- 群에 해당하는 것으로 평가하고, 이때 ε_i'는 새로운 最大値 $u_i' = min(u_i, f_i(x'))$와 從前의 最小値 l_i의 平均値로 한다. 즉,

$$\varepsilon_i' = \frac{l_i + u_i'}{2}$$

(iii) DM이 다음과 같은 質問, 즉 "당신은 f_i 値가 당신이 받아들일 수 있는 最少滿足水準에 가깝다고 생각하는가?"에 대해 '예'라고 응답한다면, 이 경우의 目的函數 f_i는 A^0 群에 속한 것으로 평가하고, 이때는 現在의 f_i 値를 그대로 다음 反復過程의 ε_i'로 삼는다. 만약 應答이 '아니오'라면, 上述한 節次를 該當目的函數가 A^+, A^0, A^- 群中 어느 하나에 속할 때까지 다시 반복하면 된다.

段階 7 : DM의 評價에 一貫性이 있는지의 與否를 확인한다.

段階 8 : 모든 f_i, $i=1, \cdots\cdots, p$値가 DM의 最少滿足水準에 가까운 것으로 평가되었다면 이때의 最適解가 우리가 찾는 選好解가 된다. 그렇지 않으면 단계 6으로 가서 다시 반복한다.

3. 適用檢討

3.1 數値計算例

目的函數가 다섯 個인 多目的線型計劃問題가 다음과 같이 주어져 있다고 하자.

$$\begin{aligned}
\text{Maximize} \quad & f_1 = -x_1 + 2x_3 - 4x_4 \\
\text{Maximize} \quad & f_2 = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \\
\text{Maximize} \quad & f_3 = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 \\
\text{Maximize} \quad & f_4 = 5.5x_1 - 6x_2 - 2x_3 - 11x_4 \\
\text{Maximize} \quad & f_5 = -3.5x_1 - 2x_2 + x_3 - 8x_4 \\
\text{subject to} \quad & -x_1 + x_2 \leq 4 \\
& x_1 + x_2 \leq 8 \\
& x_3 \leq 3
\end{aligned}$$

〈表 - 1〉

1	2	3	4	5
1	0	0	0.5	1.5
0	1	0	0	2
0	0	1	3	0
0	0	0	0	0

$$x_3 + 2x_4 \leq 6$$

$$x_1 ,\ x_2 ,\ x_3 ,\ x_4 \geq 0$$

(i) 剩餘目的函數를 탐색한다. Gauss — Jordan 消去法을 적용하여 單位벡터가 最大로 發生할 때의 目的函數係數行列을 구하면 〈表— 1 〉과 같다.

결국, $c^4 = 0.5c^1 + 3c^3$, $c^5 = 1.5c^1 + 2c^2$ 가 되어 f_4 와 f_5 는 剩餘目的函數가 되며, 이를 제거해도 有效解集合은 변함이 없게 된다.

(ii) 雙對應比較法에 의해 f_4 와 f_5 를 제외한 殘餘目的函數 즉 必須目的函數(essential objective function)인 f_1 , f_2 , f_3 에 重要度順位를 부여한 結果, 基準目的函數가 f_3 라고 하자.

(iii) ε_i 값이 취할 수 있는 範圍는 〈表 - 2 〉의 成果表를 토대로 다음과 같이 결정된다.

〈表 - 2 〉

	f_1	f_2	f_3
x^1 (0,0,3,0)	6	−3	−3
x^2 (0,0,0,0)	0	0	0
x^3 (8,0,0,0)	−8	−8	16
u_i	6	0	16
l_i	−8	−8	−3

$l_1 = -8 \leq \varepsilon_1 \leq 6 = u_1$

$l_2 = -8 \leq \varepsilon_2 \leq 0 = u_2$

$l_3 = -3 \leq \varepsilon_3 \leq 16 = u_3$

(iv) ε_1, ε_2의 初期値는 $\varepsilon_1^1 = -8$, $\varepsilon_2^1 = -8$이며 이때 有效解 $x^{01} = (8,0,0,0)$이고 f_3는 16이 된다.

(v) DM과의 質疑應答을 통해 f_1, f_2의 값을 증가시키는 대신 f_3를 감소하기로 하여 ε^2를 다시 설정한 結果, $\varepsilon_1^2 = -1$, $\varepsilon_2^2 = -4$가 된다 (이때 f_1, f_2는 A^+ 群에 속하고 f_3는 A^- 群에 속한다)

이를 ε-制約問題의 새로운 右邊項으로 삼아 最適値를 구하면, 有效解 $x^{02} = (3,0,1,0)$가 되며 이때 $f_3 = 5$, $f_1 = -1$, $f_2 = -4$가 산출된다. (〈表-3〉參照) 다시 DM과의 質疑應答結果 DM은 f_1의 값은 現水準에 만족하나 f_3는 增加를 원하고, 대신 f_2는 감소해도 좋다고 한다.

이로부터 다시 ε^3를 구하면 $\varepsilon_1^3 = -1$, $\varepsilon_2^3 = -6$이 된다. 이 $\varepsilon_1^3 = -1$, $\varepsilon_2^3 = -6$을 토대로 最適値를 구하면 有效解 $x^{03}(\frac{13}{3}, 0, \frac{5}{3}, 0)$가 되고 $f_3 = 7$, $f_1 = -1$, $f_2 = -6$이 산출된다. 이 경우에도 DM은 從前과 똑같은 反應을 보였다고 하자. 즉, f_3의 增加를 원하는 대신 f_2는 감소해도 좋다고 하며 f_1은 現在水準에 만족한다고 하자.

그리하여 다시 ε^4를 구하면 $\varepsilon_1^4 = -1$, $\varepsilon_2^4 = -7$이 되며 이를 토대로 한 有效解 $x^{04} = (5,0,2,0)$이고 이에 대응되는 目的函數値는 $f_1 = -.1$, $f_2 = -7$, $f_3 = 8$이 된다. 여기서 DM은 現在의 이들 目的函數들 중 어느 하나도 다른 目的函數를 감소시키면서 개선하기를 원치 않는다고 하자. 즉, 現在水準에 모두 만

〈表-3〉

k	l u	x^{0j}	ε	f_3 (f_1, f_2)	A^+	A^-	A^0
1	(−8,−8,−3)(6,0,16)	(8,0,0,0)	(−8,−8)	16 (−8,−8)	f_1,f_2	f_3	−
	(−8,−8,−3)(6,0,16)		(−1,−4)				
2	(−8,−8,−3)(6,0,16)	(3,0,1,0)	(−1,−4)	5 (−1,−4)	f_3	f_2	f_1
	(−8,−8, 5)(6,−4,16)		(−1,−6)				
3	(−8,−8, 5)(6,−4,16)	$(\frac{13}{3}, 0, \frac{5}{3}, 0)$	(−1,−6)	7 (−1,−6)	f_3	f_2	f_1
	(−8,−8, 7)(6,−6,16)		(−1,−7)				
4	(−8,−8, 7)(6,−6,16)	(5,0,2,0)	(−1,−7)	8 (−1,−7)	−	−	f_1,f_2,f_3

〈表- 4 〉

k	λ^k	l	u	g	f_p	f	s^+	s^-	s^0	c_1	c_2	d	τ
1	(0,0)	(−50, −50, −50)	(50,50,50)	(0,0)	−	−	0	0	0	0	0	−	−
		(−20, −50, −50)	(50,50,25)	(15, −11)	25	(−20, −11)	1	3	2	0	−11	(−1,0)	0.625
2	(0.725, 0)	(−20, −50, −50)	(50,50,25)	(15, −11)	−	−	0	0	0	0	−11	−	
		$(-8, -\frac{25}{2}, -50)$	$(50, 50, \frac{35}{2})$	(21, −11)	$\frac{35}{2}$	$(-8, -\frac{25}{2})$	1,2	3	0	0	−11	(−0.9987, −0.0517)	0.0247
3	(0.8495, 0.0064)	$(-8, -\frac{25}{2}, -50)$	$(50, 50, \frac{35}{2})$	(21, −11)	−	−	0	0	0	0	−11	−	−
					13	(−2, −11)	0						

족한다고 하자. 그러면 이 解가 곧 우리가 찾는 選好解가 된다.

3.2 旣存對話型計劃技法과의 比較檢討

(1) 對話型SM法과의 比較

對話型 ε —制約法에서 든 數値例와 동일한 問題를 對話型SM法에 의해 푼 Walker의 研究結果[32]는 〈表- 4 〉와 같으며 여기서 選好解는 $f_3 = 13$, $f_1 = -2$, $f_2 = -11$이다. 이 結果를 對話型 ε —制約法과 대비해 보면 〈表- 5 〉와 같다.

이와같은 差異는 對話型SM法에서는 每 反復過程마다 式 (8)問題의 加重値벡터 λ를 Lagrange雙對問題 式 (10)을 이용하여 개선해 나감으로써 選好解候補를 탐색하지만 새로이 개발된 對話型 ε —制約法에서는 DM의 意思를 반영한 ε_i, $i = 1$, ……, $p - 1$을 직접적으로 ε —制約問題의 右邊項으로 삼아 이 問題의 最適解를 구함으로써 選好解候補를 탐색해 나가는 데서 연유된 것이다.

또한 對話型 ε —制約法에서는 基準目的函數로 삼은 f_3가 重要度가 가장 낮은

〈表- 5 〉

	對話型 ε —制約法	對話型SM法	差 異
f_3	8	13	− 5
f_1	− 1	− 2	+ 1
f_2	− 7	− 11	+ 4

32) J. Walker, *op. cit.*, p.348.

〈表-6〉

x_1	x_2	x_3	x_4	f_3	f_1	f_2	λ_1	λ_2
8/3	0	−8/3	0	8	−8	0	1	1
2	0	− 2	0	6	−6	0	1	1
4/3	0	−4/3	0	4	−4	0	1	1
2/3	0	−2/3	0	2	−2	0	1	1
4	0	− 2	0	10	−8	−2	1	1
10/3	0	−4/3	0	8	−6	−2	1	1
8/3	0	−2/3	0	6	−4	−2	1	1
2	0	0	0	4	−2	−2	1	1
4/3	0	2/3	0	2	0	−2	1	1
2/3	0	4/3	0	0	2	−2	1	1
0	0	2	0	−2	4	−2	1	1
16/3	0	−4/3	0	12	−8	−4	1	1
14/3	0	−2/3	0	10	−6	−4	1	1
4	0	0	0	8	−4	−4	1	1
10/3	0	2/3	0	6	−2	−4	1	1
8/3	0	4/3	0	4	0	−4	1	1
2	0	2	0	2	2	−4	1	1
4/3	0	8/3	0	0	4	−4	1	1
2/3	0	10/3	0	2	6	−4	1	1
20/3	0	−2/3	0	14	−8	−6	1	1
6	0	0	0	12	−6	−6	1	1
16/3	0	2/3	0	10	−4	−6	1	1
14/3	0	4/3	0	8	−2	−6	1	1
4	0	2	0	6	0	−6	1	1
10/3	0	8/3	0	4	2	−6	1	1
8/3	0	10/3	0	2	4	−6	1	1
2	0	4	0	0	6	−6	1	1
8	0	0	0	16	−8	−8	1	1
22/3	0	2/3	0	14	−6	−8	1	1
20/3	0	4/3	0	12	−4	−8	1	1

x_1	x_2	x_3	x_4	f_3	f_1	f_2	λ_1	λ_2
6	0	2	0	10	−2	−8	1	1
16/3	0	8/3	0	8	0	−8	1	1
14/3	0	10/3	0	6	2	−8	1	1
4	0	4	0	4	4	−8	1	1
10/3	0	14/3	0	2	6	−8	1	1

目的에 해당하고 나머지 制約條件式에 含包된 目的函數 즉, f_1, f_2는 重要度가 동일한 絕對的인 優先順位를 갖는 目的임으로 해서 反復過程을 통해 가급적 f_3를 희생하고 나머지 目的들의 達成水準을 향상시키려 하기 때문이다.

이러한 연유로 하여 對話型 ε—制約法에서 얻어진 f_3의 結果值는 對話型 SM法의 그것보다 작아질 수도 있다.

(2) SWT法과의 比較

對話型 ε—制約法에서 든 數値例를 SWT法에 의해 풀기 위해 우선 ε—制約問題를 형성하고 이로부터 발생가능한 모든 有效解와 交換率을 구해 보면 〈表-6〉과 같다. 이 表에서 알 수 있듯이 交換率에 해당하는 雙對變數 $\lambda=(\lambda_1, \lambda_2)$의 값이 언제나 동일하게 $\lambda=(1, 1)$이 됨으로써 λ에 대응하는 代用評價函數를 적용시킬 수 없다.

問題의 形態가 非線型일 경우에는 이러한 난관에 봉착하지 않지만 前述한 바와 같이 多目的線型計劃問題인 경우는 制約條件의 等式化를 유지하기가 어려운 狀況이 발생되므로 종종 이러한 現象이 발생할 수 있다.

Ⅳ. 結　　論

本 論文에서는 多目的線型計劃問題의 새로운 解法으로서 對話型 ε—制約法을 개발하고 간단한 數値計算例를 통해 그 適用可能性을 검토하였다. 여기서 提案된 對話型 ε—制約法의 特徵을 약술하면 다음과 같다.

첫째, 目標計劃法에서와 같이 모든 目的에 대해 重要度順位를 부여할 必要는 없으며 가장 重要度가 낮은 目的만을 선정하여 이 目的을 基準目的으로 삼으면 된다.

둘째, 滿足化原理에 입각하여 DM의 選好度를 가장 잘 충족시키는 滿足解를

選好解로 결정하므로 選好解探索過程中 DM의 意思를 충분히 반영해 준다. 또한 DM은 每 反復過程마다 단지 주어진 目的函數들의 現在水準에 대해 만족하는지, 않는지의 可否만을 응답하면 되므로 이 方法은 基準目的과 制約條件式에 포함된 目的間의 交換率을 判斷基準으로 삼고 있는 他方法에 비하여 情報提供面에서 DM의 負擔을 덜어 주게된다.

세째, 演算過程이 比較的 단순한 ε-制約法의 基本節次를 그대로 적용함으로써 보다 용이하게 選好解를 구할 수 있다.

네째, 표준LP프로그램을 이용하여 쉽게 전산처리할 수 있다.

다섯째, 目的函數의 數가 比較的 많은 복잡한 問題에 대해서도 그 適用이 용이하다.

한편, 本稿에서는 目的函數와 制約條件式이 모두 線型인 多目的線型計劃問題만을 對象으로 했으나 앞으로는 보다 一般的인 多目的非線型計劃問題에 대한 適用與否와 함께 現實問題에 대한 보다 구체적인 適用可能性檢討硏究가 뒤따라야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. 金炯郁, 鄭忠泳, 經營·經濟數學, 貿易經營社, 1985.
2. Bazaraa, M.S., and C.M. Shetty, *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons, 1979.
3. Benayoun, R., J. de Montgolfier, J. Tergny, and O. Larichev, "Linear Programming with multiple objective functions: Step method(STEM)," *Mathematical Programming*, Vol.1, No.3, 1971.
4. Chankong, V., "Multiobjective Decision Making Analysis: The Interactive Surrogate Worth Trade-off Method," Ph. D. Dissertation, Systems Engineering Department, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, 1977.
5. Chankong, V., and Y.Y. Haimes, *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*, North-Holland, 1983.
6. Cohon, J.L., *Multiobjective Programming and Planning*, Academic Press, 1978.
7. Cohon, J.L., and D.H., Marks, "A Review and Evaluation of

Multiobjective Programming Techniques," *Water Resources Research*, Vol.11, No.2, 1975.

8. Eckenrode, R.T., "Weighting Multiple Criteria," *Management Science*, Vol.12, No.3, 1965.

9. Gal, T., *Postoptimal Analyses, Parametric Programming, and Related Topics*, McGraw-Hill, Inc., 1979.

10. Haimes, Y.Y., and W.A. Hall, "Multiobjectives in Walter Resource Systems Analysis: The Surrogate Worth Trade Off Method," *Water Resources Research*, Vol.10, No.4, 1974.

11. Hwang, C.L., S.R., Paidy, and K. Yoon, "Mathematical Progra-amming with Multiple Objectives: A Tutorial," *Comput. & Ops Res.*, VOl.7, No.,1-2, 1980.

12. Ignizio, J.P., *Goal Programming and Extensions*, Lexington Books, 1976.

13. Johnson, L.E., and D.P., Locks, "Interactive Multiobjective Planning Using Computer Graphics," *Comput & Ops Res.*, Vol.7, No.1-2, 1980.

14. Kornbluth, J.S., "Duality, Indifferences and Sensitivity Analysis in Multiple Objective Linear Programming," *Operational Research Quarterly*, Vol.25, No.4, 1974.

15. Moskowitz, H., and G.P., Wright, *Operations Research Techniques for Management*, Prentice-Hill, Inc., 1979.

16. Nijkamp, P., *Multidimensional Spatial Data and Decision Analysis*, John Wiley & Sons, 1979.

17. Nijkamp, P. and J. Spronk, "Interactive Multidimensional Programming Models for Locational Decisions," *European Journal of Operational Research*, Vol.6, No.2, 1981.

18. Olenik, S.C., and Y.Y. Haimes, "A Hierarchical Multiobjective Framework for Water Resources Planning," *IEEE Tran. on Man and Cyber.*, Vol. SMC-9, No.9, 1979.

19. Ringuest, J.L., and T.R. Gulledge, Jr., "Interactive multiobjective

complex search," *European Journal of Operational Research*, Vol.19, 1985.

20. Roy, B., and P.Vincke, "Multicriteria analysis: survey and new directions," *European Journal of Operational Research*, Vol.8, No.3, 1981.
21. Soland, R.M., "Multicriteria Optimization: A General Characterization of Efficient Solutions," *Decision Sciences*, Vol.10, No. 1, 1979.
22. Walker, J., "An interactive method as an aid in solving multiobjective mathematical programming problems," *European Journal of Operational Research*, Vol.2, 1978.