「피이드 백」제어에 의한 동태적 생산·재고 통제모형 *

— Feedback Control of Dynamic Production and Inventory Model —

慶 奎 鶴 **

《 차 례 》

Ⅰ. 서 론

본 논문에서는 「피이드백」 제어이론(feedback control theory)을 적용하여 생산 및 재고와 관련된 모형을 만들고 이의 최적해를 유도하고자 한다.

생산·재고와 관련되어 많은 모형들이 개발되었으나 대부분 정태적인 문제를 다루었다. 동태적인 문제는 「홀트」(C.C.Holt)등에 의하여 체계적으로 다루어지기 시작했으며,[1] 「벅스트롬」(G.L.Bergstrom)[2], 그리고 「장」(R.H.Chang)[3]등에 의하여 다품종

---

* 이 논문은 1981년도 문교부 학술연구조성비에 의하여 연구 되었음.

** 연세대학교 상경대학 경영학과 조교수

1) Holt, C., H. Modigliani, J. Muth and H. A. Simon: *Production Planning, Inventories and Work Force*, New York, 1960.

2) Bergstom, G. L. and B. E. Smith: "Multi-Item Production Planning-An Extension of the HMMS Rules", *Management Sience*, vol. 16, no. 10, 1970, p. 614-629.

3) Chang, R. H. and C. M. Jones: "Production and Workforce Scheduling Extensions", *AIIE Transactions*, vol. Ⅱ, no. 4, 1970, p. 326-333.

제품의 문제가 다루어 졌고, 「포레스터」(J.W.Forrester)는 시간지체 등 많은 고려요소들이 포함된 문제를 시뮬레이션 모형으로 개발하였다.[4] 최근에는 「방수상」(A.Bensoussan)등이 제어이론(control theory)을 적용하여 모형을 만들고 최적해를 구하였다.[5] 이에 본 논문에서는 「방수상」등에 의하여 개발된 모형을 다음과 같이 확장 발전시켜 다루고자 한다. 즉 「방수상」의 모형은 생산자의 생산·재고문제를 다루었으나 본 논문에서는 생산자 뿐만 아니라 생산자와 대리점(혹은 중간상인)의 생산·재고·운송문제를 함께 다루고자 한다.

본 논문에서 다루고자 하는 것은 다음과 같다. 한 기업에서 제품을 생산하고 대리점에서 실수요자에게 이 제품을 판매할 경우에 생산·재고·운송 등과 관련된 비용을 최소로 하고자 한다. 이 경우에 공장의 재고, 대리점의 재고, 대리점의 판매량, 공장에서 대리점으로의 운송기간 등을 고려하여 여러기간 동안 관련된 총비용이 최소가 되기 위해서는 각 시점에서 제품생산률을 얼마로 하고 공장에서 대리점으로 얼마만큼씩 발송할 것인가 하는것이 문제이다. 이 문제를 다루기 위하여 본 논문에서는 「피이드백」 제어이론을 적용하여 먼저 시스템의 행동을 나타내는 시스템방정식을 만들고 또한 비용함수를 만들어서 이들로부터 최적해를 유도하고자 한다. 이 경우에 시간이 연속적인 경우와 불연속적인 경우로 나누어 다루고 또한 적용례를 들어 최적 의사결정을 도출하고자 한다.

Ⅱ. 연속형 모형

생산률·재고수준·판매율·공장으로부터 대리점으로의 발송률 사이의 관계는 고려하는 시간이 연속적인 경우에 다음의 미분방정식들로 기술할 수 있다.

$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) - u_2(t), \qquad x_1(t_0) = x_1^0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\dot{x}_{21}(t) = u_2(t) - u_2(t-c), \quad x_{21}(t_0) = x_{21}^0 \quad \cdots\cdots (2)$$

4) Forrester, J.W.: *Industrial Dynamic*, Massachusetts, 1960.

5) Benssoussan, A., E.G.Hurst and B.Näslund: *Management Appilcations of Modern Control Theory*, Amsterdam, 1974.

$$\dot{x}_{22}(t) = u_2(t-c) - r(t), \quad x_{22}(t_o) = x^0_{22} \cdots\cdots (3)$$

여기에서 $u_1(t)$, $u_2(t)$ 그리고 $r(t)$는 각각 t 시점에서의 생산률, 공장에서 대리점으로의 발송률, 판매율을 나타낸다. $x_1(t)$는 t 시점에서 공장으로부터 대리점으로 운반중에 있는 제품총량을 나타내고 $x_{22}(t)$는 t 시점에서 대리점의 제품재고수준을 나타낸다. 그리고 c는 공장에서 발송해서 대리점에 도착할 때까지의 시간을 나타낸다.[6] 여기에서 x^0_1, x^0_{21}, x^0_{22}는 각각 $x_1(t)$, $x_{21}(t)$, $x_{22}(t)$의 초기치를 나타낸다.

위의 식 (2)와 (3)은 시간 지체가 있는 미분방정식으로서 정차-미분방정식(difference-differential equation)의 형태를 취하는데 식 (2), (3) 대신 다음의 식(4)를 써서 시간 지체가 없는 미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$x_2(t) = u_2(t) - \gamma(t), \quad x_2(t_o) = x^0_2 \cdots\cdots (4)$$

여기에서 $x_2(t)$는 $x_{21}(t)$와 $x_{22}(t)$를 합한 양으로서 t 시점에서 공장으로부터 대리점으로 운송중에 있는 양과 대리점의 재고량을 합한 양이다.

그리고 목적함수는 다음과 같이 생산률, 재고, 발송률과 관련된 비용 함수이다.

$$min \quad J = \int_{t_o}^{t_f} [a_{11}\{x_1(t) - x_1*\}^2 + a_{22}\{x_2(t) - x_2*(t)\}^2 + b_{11}\{u_1(t) - u_1*\}^2 + b_{22}\{u_2(t) - u_2*(t)\}^2 + c_o]\,dt \cdots\cdots (5)$$

여기에서 x_1*, $x_2*(t)$, u_1*, $u_2*(t)$는 각각 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u_1(t)$, $u_2(t)$의 목표치들로서 「피이드백」 제어에 의하여 이들 목표치와 실제치의 차이에 의하여 발생되는 비용을 최소로 하고자 한다.

여기에서 $a_{11}\{x_1(t) - x_1*\}^2$은 공장의 제품재고와 관련된 비용률로서 실제로 발생되는 재고비용률에 2차함수로 근사적으로 접근시킨 것이다. a_{11}은 기업의 과거 경험치를 기초

---

6) 여기에서 c는 확률변수가 아니라 확정적인 값을 갖는다고 가정한다. 그리고 공장으로부터 대리점까지의 수송은 c 단위시간에 최소의 비용으로 이루어 진다고 가정한다.

로 평균 재고수준, 평균 재고부족수준의 범위에서 실제 비용함수와 $a_{11}(x_1(t)-x_1*)^2$ 이 가장 잘 접근되도록 결정된다.[7] 이와 마찬가지로 $a_{22}(x_2(t)-x_2*(t))^2$, $b_{11}(u_1(t)-u_1*)^2$, $b_{22}(u_2(t)-u_2*(t))^2$은 각각 실제 대리점재고 및 운송량과 그 목표치와의 차이에서 발생되는 비용률, 실제생산률과 목표생산률과의 차이에서 발생되는 비용률, 실제운송률과 목표운송률과의 차이에서 발생되는 비용률이다. a_{22}, b_{11}, b_{22}도 과거의 경험치를 기초로 실제발생비용에 위의 2차함수가 가장 잘 접근되도록 결정된다. (5)식에서 c_0는 각 비용들을 2차함수로 접근시킬 때 나타나는 상수항을 모아 놓은 것이다.

그리고 x_1*는 공장의 제품목표재고를 나타내고, u_1*는 공장의 최적 조업도를 반영하는 목표생산률을 나타낸다. 이들 x_1*, u_1*는 과거의 경험치를 기초로 결정되며, 시간 t_0와 t_f 사이에서는 변동되지 않는다고 가정한다. $u_2*(t)$는 t시점에서 공장으로부터 대리점으로의 발송률의 목표치를 나타낸다. $x_2*(t)$는 t시점에서 대리점의 목표재고 $x_{22}*$와 공장으로부터 대리점으로 운반도중에 있는 운송량의 목표치 $x_{21}*$의 합계를 나타낸다. $x_{22}*$는 시간 t_0와 t_f 사이에서는 변동되지 않는다고 가정한다.

그러면 앞의 문제는 다음과 같이 $x(t)$, $u(t)$, $g(t)$, A, B, G를 정의하면 일반적인 제어이론 문제로 변형시킬 수 있다.

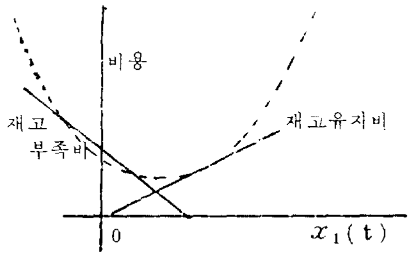
$$x(t)=\begin{pmatrix} x_1(t)-x_1* \\ x_2(t)-x_2*(t) \end{pmatrix} \cdots\cdots (6)$$

$$u(t)=\begin{pmatrix} u_1(t)-u_1* \\ u_2(t)-u_2*(t) \end{pmatrix} \cdots\cdots (7)$$

$$g(t)=\begin{pmatrix} u_1*-u_2*(t) \\ u_2*(t)-r(t)-x_2*(t) \end{pmatrix} \cdots\cdots (8)$$

---

7) 여기에서 실제 발생비용과 $a_{11}(x_1(t)-x_1*)^2$은 다음 그림과 같다. 여기에서 점선은 재고유지비, 재고부족비에 2차곡선으로 접근시킨 것이다. 2차곡선은 $a_{11}(x_1(t)-x_1*)^2+c_1$에서 최소자승법 등에 의하여 a_{11}과 c_1을 결정하면 된다. 여기에서 c_1은 (5)식의 상수항 c_0에 포함시키면 된다.



자세한 사항은 다음을 참조할 것.

Holt, C., H. Modigliani, J. Muth and H. A. Simon: *Production Planning, Inventories and Workforce*, New York, 1960, p. 47 ~ 91.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \cdots\cdots (9)$$

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{pmatrix} \cdots\cdots (10)$$

$$G=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdots\cdots (11)$$

위의 정의에 의하여 앞의 식 (1), (4), (5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.[8)]

$$min\ J=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\{x'(t)Ax(t)+u'(t)Bu(t)\}dt + \frac{1}{2}x'(t_f)S_f x(t_f) \cdots\cdots (12)$$

$$\dot{x}(t)=Gu(t)+g(t),\ x(0)=x^0 \cdots\cdots (13)$$

여기에서 S_f는 2×2 행렬로서 정치행렬(正値行列, positive definite matrix)이며 A, B도 정치행렬이다.

이 문제의 최적해는 「피이드백」 제어이론에 의하여 다음과 같이 된다.[9)]

$$u(t)=-B^{-1}G'\{S(t)x(t)+h(t)\} \cdots\cdots (14)$$

여기에서 $S(t)$는 2×2 행렬이고, $h(t)$는 원소가 2개인 벡터로서 이들은 다음 미분 방정식의 해이다.

$$\dot{S}(t)=S(t)GB^{-1}G'S(t)-A,\ S(t_f)=S_f \cdots\cdots (15)$$

$$\dot{h}(t)=S(t)GB^{-1}G'h(t)-S(t)g(t),\ h(t_f)=0 \cdots\cdots (16)$$

8) 앞의 식 (5)에서 c_0는 최적화와 무관하므로 0으로 놓았다. 그리고 일반형으로 만들기 위하여 마지막 기의 재고비용률 $x'(t_f)S_f x(t_f)$을 추가했으며 전체에 $\frac{1}{2}$을 곱했다.

9) Bryson, A.E. and Yu-Chi Ho: *Applied Optimal Control*, Washington, 1975, p. 175.

여기에서 식 (15)는 행렬 리카터 미분방정식(**matrix Riccati differential equation**)이다.

그러면 (15), (16)으로부터 S(t)와 $h(t)$를 구하여 (14)에 대입하면 t시점에서의 최적 $u(t)$를 구할 수 있고 이로부터 최적 $u_1(t)$가 결정된다. 그리고 다시 식 (1), (2), (3), (4)로부터 최적 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_{21}(t)$, $x_{22}(t)$가 결정된다.

Ⅲ. 불연속형 모형

만약 문제를 시간적으로 불연속적인 경우로 가정하여 고찰한다면 앞절에서의 연속적인 시간을 가정했을 경우의 모형은 다음과 같이 변형된다.

$$min\ J=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{K_f-1}\{x'(k)Ax(k)+u'(k)Bu(k)\}$$

$$+\frac{1}{2}x(k_f)S_f x(k_f) \quad\cdots\cdots (17)$$

$$x(k+1)=x(k)+Gu(k)+g(k),\quad x(0)=x^0 \quad\cdots\cdots (18)$$

여기에서 A, B, G, Sf는 앞 절에서와 같이 정의되며 $x(k)$, $u(k)$, $g(k)$는 다음의 같이 정의된다.

$$x(k)=\begin{pmatrix} x_1(k)-x_1* \\ x_2(k)-x_2*(k)\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots (19)$$

$$u(k)=\begin{pmatrix} u_1(k)-u_1* \\ u_2(k)-u_2*(k)\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots (20)$$

$$g(k)=\begin{pmatrix} u_1*-u_2*(k) \\ x_2*(k)-x_2*(k+1)+u_2*(k)-r(k)\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots (21)$$

여기에서 $x_1(k)$, $x_2(k)$, $u_1(k)$, $u_2(k)$는 앞 절에서와 비슷한 의미를 갖는다. 즉

$x_1(k)$는 k시점에서의 제품재고수준을 나타내고, $x_2(k)$는 k시점에서 공장으로부터 대리점으로 운송 도중에 있는 제품량 $x_{21}(k)$과 대리점의 재고량 $x_{22}(k)$을 합한 양이다. $u_1(k)$와 $u_2(k)$는 각각 k시점부터 한 단위시간 동안의 생산량, 공장으로부터 대리점으로의 발송량을 나타낸다. x_1*, $x_2*(k)$, u_1*, $u_2*(k)$는 각각 $x_1(k)$, $x_2(k)$, $u_1(k)$ $u_2(k)$의 목표치를 나타내며 $r(k)$는 k시점부터 한 단위시간 동안의 판매량을 나타낸다. x_1*와 u_1*는 시간 t_0와 t_f사이에서는 변하지 않는다고 가정한다.

앞의 식 (17),(18)에서 최적해는 불연속형 「피이드백」 제어이론에 의하여 다음과 같이 된다.

$$u(k) = -B^{-1}G'[\{S(k) - A\}\cdot x(k) + h(k)] \quad \cdots\cdots (22)$$

여기에서 $S(k)$는 2×2행렬이고, $h(k)$는 원소가 2개인 벡터로서 다음 정차방정식의 해이다.

$$S(k) = A + \{S^{-1}(k+1) + GB^{-1}G'\}^{-1},\ S(k_f) = S_f \quad \cdots\cdots (23)$$

$$h(k) = \{S^{-1}(k+1) + GB^{-1}G'\}^{-1}\{S^{-1}(k+1)\cdot h(k+1) + g(k)\},\ h(k_f) = 0 \quad \cdots (24)$$

식 (23)과 (24)로부터 $S(k)$와 $h(k)$가 구해지면 이를 식 (22)에 대입하여 $u(k)$를 구할 수 있고 이로부터 $u_1(k)$와 $u_2(k)$가 결정된다. 그리고 $x_1(k)$와 $x_2(k)$는 (18),(19)로부터 결정된다.

Ⅳ. 적 용 례

여기에서는 세가지 적용례를 들어 생산·재고·발송과 관련된 최적의사결정을 유도하여 보고자 한다.[10] 여기에서는 불연속형 모형을 적용하여 문제를 검토하며, 고려하는 대상

10) 여기에서는 시스템의 변동 양상을 용이하게 검토할 수 있도록 특수한 경우를 나타내는 가상적인 자료를 적용하였다.

기간은 6개월로서 26주이고(즉, $K_f = 26$), k는 k번째 주를 나타낸다. 그리고 공장에서 대리점까지의 수송 기간은 1주일로 가정한다. 세가지 유형의 적용예는 다음과 같이 주어진다고 가정한다.

(표 1) 적 용 례 자 료

	적 용 례 Ⅰ	적 용 례 Ⅱ	적 용 례 Ⅲ
A	$\begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$
B	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$
$x_1(0)$	170	170	150
$x_2(0)$	$100+x_{22}(0)$	$100+x_{22}(0)$	$100+x_{22}(0)$
$x_{22}(0)$	170	170	150
$x_1{*}$	150	150	150
$x_2{*}(k)$	$x_{22}{*}+u_2{*}(k)$	$x_{22}{*}+u_2{*}(k)$	$x_{22}{*}+u_2{*}(k)$
$x_{22}{*}$	150	150	150
$u_1{*}$	100	100	$\begin{cases} 100, & \text{if } k \leq 12 \\ 130, & \text{if } k \geq 13 \end{cases}$
$u_2{*}(k)$	$r(k+1)$	$r(k+1)$	$r(k+1)$
$\gamma(k)$	$100-20\sin(\frac{k}{2})+\frac{k}{2}$	$100-20\sin(\frac{k}{2})+\frac{k}{2}$	$\begin{cases} 100, & \text{if } k \leq 12 \\ 130, & \text{if } k \geq 13 \end{cases}$

적용례 Ⅰ에서는 공장의 재고비용계수 a_{11}은 0.1, 대리점의 재고비용계수 a_{22}는 0.2, 생산률비용계수 b_{11}는 1, 발송률비용계수 b_{22}는 0.2로 놓았다. 그리고 초기의 제품재고는 공장의 제품재고 $x_1(0)$와 대리점의 제품재고 $x_{22}(0)$를 같이 170단위로 가정하였다. 그리고 초기에 공장에서 대리점으로 운송도중에 있는 제품량은 첫기에 팔릴 양과 같은 100단위로 놓았다. 그리하여 초기에 대리점의 재고 $x_{22}(0)$와 공장으로부터 대리점으로 수송중에 있는 양의 합계는 270단위이다. 제품의 목표재고는 공장의 목표재고 $x_1{*}$와 대리점의 목표재고 $x_{22}{*}$를 같이 150단위로 가정하였다. 목표생산률 $u_1{*}$은 주당 100단위로 하였다. 그리고 목표수송률 $u_2{*}(k)$는 수송기간이 1주일이기 때문에 다음기에 팔릴 예측판매율 $r(k+1)$과 같게 놓았다. 그리고 판매율은 계절적인 변동을 하여서 주당 100단위

를 중심으로 싸인(sine) 곡선을 이루며 진폭은 20단위이며 시간이 감에 따라 판매율이 약간씩($\frac{1}{2}$ 단위씩) 증가된다고 가정하였으며, 시스템의 변동 특성을 쉽게 파악하기 위하여 검토기간인 26주동안 판매는 두번 파동을 이룬다고 가정하였다.

적용례 Ⅱ에서는 앞의 적용례 Ⅰ과 다른것은 다같게 하고 비용계수를 나타내는 A,B의 원소들만 바꾸었다. 이 경우 시스템의 특성을 쉽게 파악할 수 있도록 극단적인 예를 들어 a_{11}, a_{22}, b_{11}, b_{22}가 다같이 0.1로 하였다. 그리하여 비용계수가 달라짐에 따라 적용례 Ⅰ과 어떻게 다른 결과가 나타날 것인가를 쉽게 파악할 수 있도록 하였다.

적용례 Ⅲ에서는 A, B는 적용례 Ⅰ과 같고 초기재고 $x_1(0)$, $x_2(0)$, $x_{22}(0)$는 목표재고수준 x_1*, $x_2*(0)$, $x_{22}*$에 놓여 있다고 가정하였다. 그리고 목표발송률 $u_2*(k)$도 적용례 Ⅰ, Ⅱ와 같이 $r(k+1)$과 같다고 놓았다. 그러나 판매율 $r(k)$가 싸인함수가 아닌 단계함수로서 12주까지는 주당 100단위이고, 13주부터는 130단위로 증가된다고 가정하였다. 그리고 생산용량도 이와같이 변동되어 생산용량을 기초로 결정되는 목표생산률 u_1*도 12주까지는 주당 100단위에서 13주부터는 주당 130단위로 증가된다고 가정하였다.

이들 자료를 식 (17)~(21)에 대입하고 식 (23)과 (24)에서 $S(k)$와 $h(k)$를 구하면 식 (22)와 (18)로부터 $u(k)$를 결정할 수 있다. 그리고 이에 의하여 $u_1(k)$, $u_2(k)$그리고 $x_1(k)$, $x_2(k)$, $x_{22}(k)$가 결정되면 이것이 곧 최적 의사결정이다.[11)]

위의 적용례에서 26주간의 최적 의사결정을 콤퓨터로 계산한 결과를 보면 다음과 같다. 여기에서 X, Y, U, V는 각각 $x_1(k)$, $x_{22}(k)$, $u_1(k)$, $u_2(k)$를 나타내고, Q는 $r(k)$를 나타낸다. 결과 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ은 각각 적용례 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ을 계산한 결과이다.

콤퓨터계산 결과를 분석하여 보면 다음과 같다.

적용례 Ⅰ에서는 판매가 변동됨에 따라 생산·발송·재고가 변동되는데 생산과 관련된 비용계수 b_{11}이 1로서 다른 계수들보다 커서 생산은 생산 목표치를 중심으로 비교적 적게 변동을 하는데 비하여 발송량은 더 많은 변동을 보인다. 그리고 재고와 관련된 비용계수

---

11) $x_{22}(k)$는 대리점의 제품재고로서 다음 식에 의하여 축차적으로 결정된다.

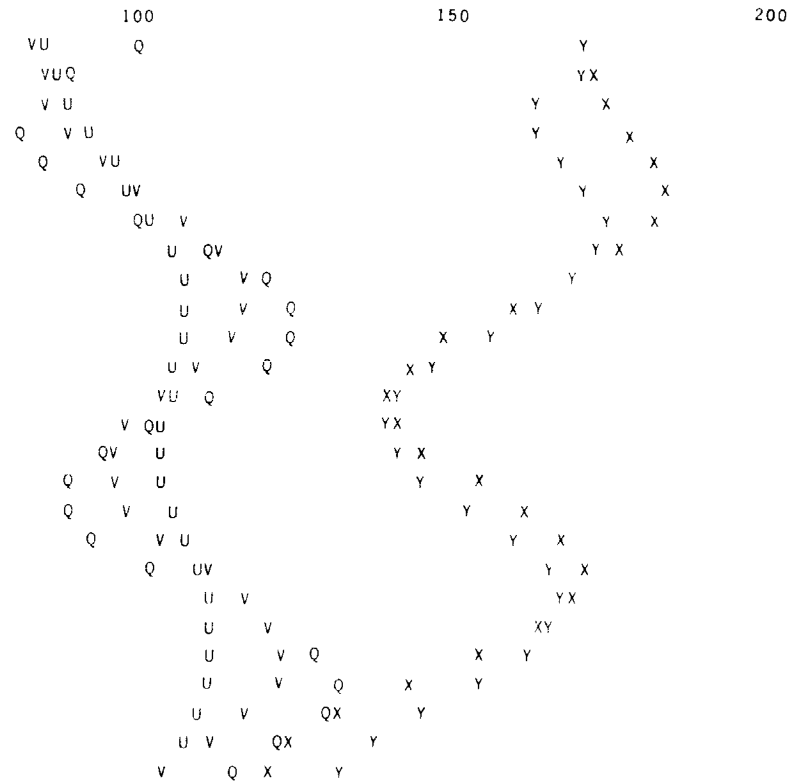
$$x_{22}(k+1) = x_{22}(k) + u_2(k-1) - r(k)$$

여기에서 $x_{22}(0)$는 앞의 표에서 주어졌다.

RESULT I

A = (.1 .0) B = (1.0 .0) X (0) = 170.0 Y (0) = 170.0
(.0 .2) (.0 .2) X * = 150.0 Y * = 150.0

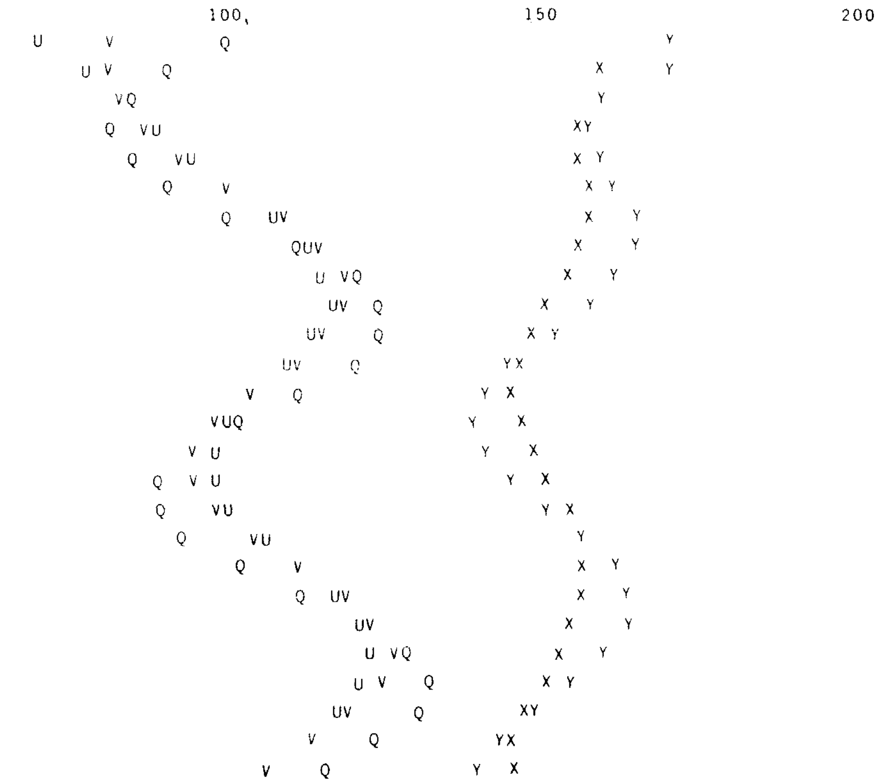
K	U	X	V	Y	Q
0	84.6	170.0	83.1	170.0	100.0
1	86.8	171.5	84.6	170.0	90.9
2	89.2	173.7	85.4	162.2	84.2
3	91.9	177.5	88.1	162.6	81.6
4	95.0	181.3	93.1	166.5	83.8
5	98.4	183.3	99.8	170.7	90.5
6	101.5	181.8	106.8	173.3	100.2
7	104.2	176.6	112.6	172.9	110.5
8	106.0	168.3	116.0	169.1	119.1
9	106.9	158.3	116.4	162.6	124.1
10	106.7	148.7	113.9	154.5	124.2
11	105.9	141.6	109.1	146.8	119.6
12	104.7	138.4	103.5	141.0	111.6
13	103.7	139.6	98.5	138.6	102.2
14	103.2	144.9	95.5	139.8	93.9
15	103.4	152.6	95.3	144.4	88.7
16	104.5	160.7	98.1	151.1	88.2
17	106.2	167.1	103.4	158.2	92.5
18	108.2	170.0	109.9	163.8	100.8
19	110.1	168.3	116.1	166.5	111.0
20	111.3	162.2	120.7	165.4	120.9
21	111.6	152.8	122.4	160.6	128.1
22	110.7	141.9	121.1	153.2	131.0
23	108.9	131.6	116.9	144.6	129.0
24	106.3	123.7	110.9	136.6	122.7
25	103.2	119.1	104.1	130.8	113.8



RESULT II

A (.1 .0) B = (.1 .0) X(0) 170.0 Y(0) = 170.0
(.0 .1) (.0 .1) X * 150.0 Y * = 150.0

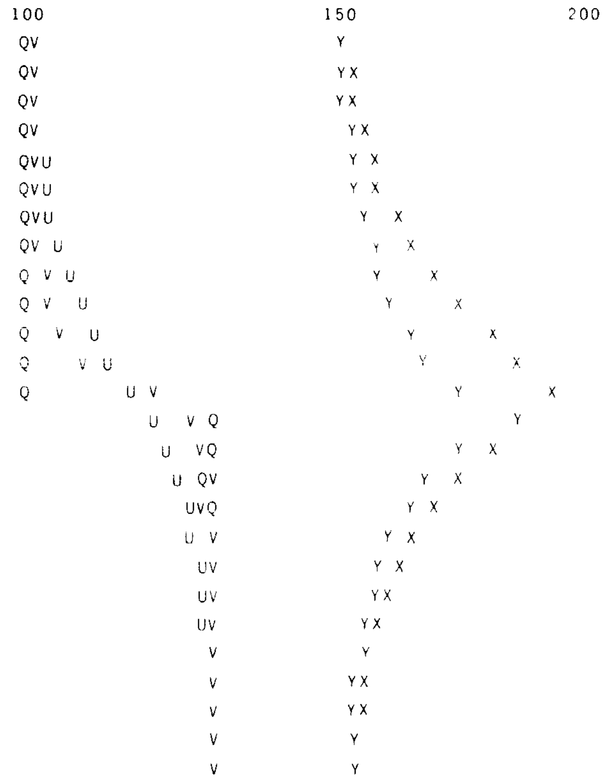
K	U	X	V	Y	Q
0	69.2	170.0	80.5	170.0	100.0
1	77.9	158.7	81.5	170.0	90.9
2	83.0	155.1	83.2	159.6	84.2
3	87.9	154.9	86.9	156.9	81.6
4	93.7	155.8	92.9	158.6	83.8
5	100.2	156.6	100.3	161.7	90.5
6	106.8	156.5	108.0	164.0	100.2
7	112.1	155.3	114.3	164.2	110.5
8	115.2	153.1	117.9	161.6	119.1
9	115.6	150.4	118.2	156.8	124.1
10	113.3	147.7	115.3	150.7	124.2
11	109.1	145.8	109.9	144.7	119.6
12	104.1	145.0	103.5	140.4	111.6
13	99.7	145.6	97.9	138.6	102.2
14	97.0	147.4	94.5	140.0	93.9
15	97.0	149.9	94.3	144.0	88.7
16	99.6	152.6	97.4	149.7	88.2
17	104.4	154.8	103.3	155.8	92.5
18	110.3	155.9	110.5	160.7	100.8
19	116.0	155.7	117.5	163.2	111.0
20	120.2	154.2	122.6	162.7	120.9
21	121.9	151.7	124.7	159.3	128.1
22	120.8	148.9	123.3	153.8	131.0
23	117.1	146.3	118.9	147.5	129.0
24	111.7	144.6	112.3	141.9	122.7
25	105.5	143.9	105.0	138.0	113.8



RESULT III

A = (.1 .0) B = (1.0 .0) X(0) = 150.0 Y(0) = 150.0
    (.0 .2)   (.0 .2)   X * = 150.0   Y * = 150.0

K	U	X	V	Y	Q	
0	101.5	150.0	100.5	150.0	100.0	:
1	101.6	151.0	100.5	150.0	100.0	:
2	101.8	152.0	100.6	150.5	100.0	:
3	102.1	153.1	100.7	151.1	100.0	:
4	102.5	154.5	100.9	151.7	100.0	:
5	103.2	156.2	101.1	152.4	100.0	:
6	104.0	158.2	101.4	153.3	100.0	:
7	105.1	160.8	101.8	154.4	100.0	:
8	106.5	164.0	102.4	155.8	100.0	:
9	108.3	168.1	103.3	157.6	100.0	:
10	110.6	173.0	105.1	160.0	100.0	:
11	113.4	178.5	109.3	163.3	100.0	:
12	116.7	182.6	120.7	168.4	100.0	:
13	119.5	178.5	124.9	177.7	130.0	:
14	121.8	173.2	126.7	168.5	130.0	:
15	123.7	168.3	127.7	163.4	130.0	:
16	125.1	164.3	128.3	160.1	130.0	:
17	126.2	161.2	128.7	157.7	130.0	:
18	127.1	158.7	129.0	156.0	130.0	:
19	127.8	156.8	129.2	154.7	130.0	:
20	128.3	155.4	129.4	153.6	130.0	:
21	128.7	154.2	129.6	152.9	130.0	:
22	129.1	153.4	129.7	152.3	130.0	:
23	129.4	152.8	129.8	151.8	130.0	:
24	129.6	152.4	129.9	151.5	130.0	:
25	129.8	152.1	129.9	151.3	130.0	:



a_{11}, a_{22}는 생산과 관련된 비용계수보다 훨씬 적어서 재고는 목표치로부터 많이 벗어난다.

적용례 Ⅱ에서는 비용계수 a_{11}, a_{22}, b_{11}, b_{22}가 모두 같다고 가정하였다. 그 결과 생산, 발송, 재고 등이 모두 비슷한 파동을 일으키나 재고의 파동은 적용례 Ⅰ보다는 심하지 않다. 그리고 25주째는 각 변수들이 목표치에 비슷한 정도로 접근하는 것을 볼 수 있다.

적용례 Ⅲ에서는 판매와 목표생산률이 앞의 적용례 Ⅰ, Ⅱ와는 다르게 단계함수로 변동되어 $k \leq 12$일 경우에는 1주당 100단위, $k \geq 13$일 경우에는 130단위라고 가정하였다. 그 결과 생산과 발송은 k가 12, 13일때를 전후해서 100단위에서 130단위로 점진적으로 변동한다. 그러나 생산과 관련된 비용계수가 발송과 관련된 비용계수보다 더 커서 생산은 더욱 점진적으로 변동된다. 재고는 관련된 비용계수가 적어서 k가 12, 13일 때에는 목표치로부터 많이 벗어난다.

Ⅴ. 결 론

이 논문에서는 생산 및 재고와 관련된 문제에 있어서 「방수상」 등이 다룬, 생산자의 생산·재고문제를 생산자·대리점의 문제로 발전시켜 다루었다. 모형은 「피이드백」 제어이론을 적용하여 연속형과 불연속형으로 나누어 만들었고 이들에 대한 최적해를 도출하였다. 그리고 세가지 적용례를 들어 생산·재고·발송과 관련된 최적의사결정을 유도하였다.

여기에서 다루어진 문제를 앞으로 더욱 발전시키려면 단일제품 뿐만 아니라 다품종의 문제도 다룰 수 있을 것이고, 또한 원재료 구입과 재고도 함께 다룰 수 있을 것이다. 그리고 시간지체가 있는 정차 미분방정식으로 문제를 다룰 수 있을 것이고, 불확실한 상황을 고려하여 확률미분방정식을 이용하여 모형을 만들어 최적해를 구할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

Baetge, J.: *Betriebswirtschaftliche Systemtheorie*, Opladen, 1974.

Baetge, J.: *Grundlagen der Wirtschafts-und Sozialkybernetik*, Opladen, 1975.

Bensoussan, A., E. G. Hurst and B. Näslund: *Management Applications of Modern Control Theory*, Amsterdam, 1974.

Bergstrom, G. L. and B. E. Smith: "Multi-Item Production Planning-An Extension of the HMMS Rules", *Management Science*, vol. 16, no. 10(1970), pp. 614～629.

Bryson, A. H. and Yu-Chi Ho: *Applied Optimal Control*, Washington, 1975.

Chang, R. H. and C. M. Jones: "Production and Workforce Scheduling Extensions", AIIE Transactions, vol. II, no. 4(1970), pp. 326～333.

Dyer, P. and S. R. McReynolds: *The Computation and Theory of Optimal Control*, New York, 1970.

Forrester, J. W.: *Industrial Dynamics*, Massachusetts, 1960.

Holt, C., H. Modigliani, J. Muth and H. A. Simon: *Production Planning, Inventories and Workforce*, New York, 1960.

Pallu de la Barrière, R.: *Automatique Théorique*, Paris, 1966.