

ARIMA 技法을 中心으로한 需要豫測技法의 컴퓨터模型化

姜 錫 昊*

<目 次>

- | | |
|-----------------------|----------------|
| I. 序論 | III. 時系列模型 解析法 |
| II. Box-Jenkins 時系列模型 | IV. 結語 |

時系列分析法중에서 需要豫測技法으로서의 ARIMA(Autoregressive Integrated Moving Average)技法을 分析하고, ARIMA技法을 利用하여 時系列을 模型化시키는 方法을 제시하고 이것을 컴퓨터 模型化하였다.

I. 序 論

시스템에서 전형적인 豫測法을 指摘하라면, 時系列分析法(Time-series Analysis)을 利用한 豫測을 제일 먼저 들 수 있을 것이다. 工程制御(Process Control), 販賣量豫測, 人口增加, 船海統制, 品質管理등은 時系列分析法을 應用한 例이다. 會社의 販賣量에 영향을 미치는 세가지 基本要素를 美國産業會議所(The National Industrial Conference Board)는 다음과 같이 發表하였다.

1. 長期成長傾向(long-term growth trends)
2. 週期的인 景氣變動(cyclical business fluctuations)
3. 季節的 變化(seasonal variations)

以上과 같은 要素들에 존재하는 不規則的인 變化는 全體的인 動向을 把握하는데 視野를 흐리게 한다. 即 이와 같은 不規則한 變化를 “雜音(noise)” 이라고 定義하였다. 이러한 잡음이 存在하여도 우리는 資料를 分析하여 豫測에 利用하여야 한다. 時系列分析的인 豫測을 하는 理由로는 다음과

*서울大學校 産業工學科 助教授

本研究은 產學協同財團의 1977年度 研究費의 支援아래 이루어진 研究의 一部임

같은 것들을 들 수 있다.

1. 過去の 자료에서 注目할만한 傾向(Trend)을 發見할 수 있다.
2. 資料에서 雜音을 除去할 수 있다.
3. 需要에 變化가 發生하였으면, 과감히 適應할 수 있다.
4. 豫測이 必要한 將來의 期間에, 發見된 動向을 適用하여 豫測할 수 있다.
5. 이러한 目的들을 達成하기 爲하여 適切 豫測模型函數를 發見하여 使用하기 爲한 것이다.

時系列分析法를 利用한 豫測의 順序를 說明하면 다음과 같다.³⁾

1. 資料를 圖表로 그리고 分明하게 알 수 있는 資料의 特徵을 規定하고
2. 多項式(Polynomial)이나 指數(Exponential)같은 成長要素가 自明한 部分이 있으면, 그 部分을 資料에서 除去하고,
3. 注目할만한 週期的인 動向의 存在여부를 먼저 決定하고, 分明한 傾向은 첫째段階에서, 把握하거나 아니면 數學的인 方法 即 自動相關(Autocorrelation)이나 스펙트럼 分析法(Spectrum Analysis) 등을 利用하여 週期的인 動向의 關係를 규명하여 그 部分의 資料를 일단 총자료에서 分離시킨다.
4. 週期的인 要因을 뺀 나머지 資料에서 成長要素(Growth factor)를 調査한다. 일단 成長性의 問題로 取扱하여 多項式(Polynomial)이나 指數의 함수에 적용하여 생각한다.
5. 成長의 幅등을 대략 決定하고, 近似函數의 發見에 努力한다. 即 最小自乘法(Method of Least Square)이나 指數型平滑法(Exponential Smoothing)의 適用可能性을 調査한다.
6. 將來를 豫測할 수 있는 函數는 以上の 週期性函數와 成長性函數를 結合하여 最終的인 適合性을 調査한 後에 決定하여, 將來를 豫言(predict)할 수 있다.

7. 새로운 資料가 추가되면, 最近의 資料가 舊資料보다 最近의 動向을 더욱 잘 나타낼 것이므로, 거기에 따른 豫測函數의 修正을 要한다.

以上の 過程에서 週期性和 成長性의 共存은 서로 矛盾點을 包含하고 있다는 것을 注意해야 한다. 即 週期的인 性質을 把握하기 爲하여서는 成長要素들을 資料에서 일단 除去할 것을 추천한다. 또한 成長性의 發見時에는 週期的 要因의 資料를 일단 除去하는 것이 賢明하지, 만약 겹쳐서 생각하면 週期的인 要因이 雜音으로 취급될 수가 있다. 따라서 兩性質을 가지고 있는 資料에서 成長性을 찾으려면 最小自乘法으로 먼저 試圖해보고

그後에 實際資料에 適合하게 修正하는 것이 順序이다. 以上の 時系列分析技法을 集大成하여 모든 경우에 대응될 수 있는 方法이 Box-Jenkins¹⁾의 새로운 ARIMA(Autoregressive Integrated Moving Average)技法이다. 卽週期的인 要因은 自動相關技法(Autocorrelation)으로 對應하고, 成長性은 移動平均法(Moving Average)으로 對應하여 처리하므로 特殊한 경우는 물론이고 一般的인 경우에도 資料의 模型化가 용이한 것이다.

II. Box-Jenkins 時系列 模型

時系列(Time Series)이란 똑같은 시간 간격사이에 얻어진 관찰의 집합이다. (Z_t 라 쓰고 $t=1, 2, \dots, n$ 이다). 관찰기록의 확률적인 獨立性(stochastic independent of observation)의 가정과는 달리 이 測定值들이 서로 連관성이 있다고 가정한다.

Box와 Jenkins는 時系列에서 測定值사이의 連관성을 模型化하기 위하여 반복법을 개발해 왔다. 이 模型은 어떤 가정에 의해서가 아니라 測定資料에 근거를 두고 결정되기 때문에 위의 方法은 模型의 적응이라기 보다는 模型의 확립이라고 보아야 하겠다.

模型의 決定은 媒介變數(parameter)를 설정한 후에 이루어지며, 그 다음에는 模型이 적절한 資料를 提供해 주는지를 판단한다. 만일 판단과정에서 模型이 不完全하다고 판정되면 模型作성과정으로 되돌아가 다음과정을 수행한다. 만족할만한 模型을 얻으면, 將來의 일을 豫測할 수 있는 것이다. 時系列 $\{Z_t\}$ 의 模型決定에 있어서의 基本的인 手段은 自動相關函數(autocorrelation function)와 偏自動相關函數(partial autocorrelation function)이다. 模型決定과정은 자료의 해석이 첫단계이며, 다음 과정으로 넘어가기 전에 완전한 模型을 求해내야 하므로 變數의 추정, 模型의 타당성검정을 거쳐서 模型을 확정지우면, 이 模型을 利用하여 예측과정을 행할 수 있는 것이다.

그럼 먼저 operator B를 다음과 같이 정의한다.

$$BZ_t = Z_{t-1} \quad (1)$$

卽 B는 Z_t 를 Z_{t-1} 로 連관시키는 것이다. 그리고 週期 t 동안에 模型에 작용하는 不規則 影響을 a_t 라고 表示하기로 한다. 이 a_t 는 獨立現象이고, 평균치 0, 편차 σ_a^2 를 갖는 정규분포하는 무작위 변수로 가정한다. 위의 정의를 利用하고 계전적인 要因과 特定한 경향을 무시할 때, 가장 일반적인 형태의 Box-Jenkins模型인 ARIMA(Autoregressive Integrated Moving Avera-

ge)의 基本式이 다음과 같이 된다.¹⁾

$$(1-\phi_1B-\dots-\phi_pB^p)(1-B)^d \dot{Z}_t=(1-\theta_1B-\dots-\theta_qB^q)at, \quad (2)$$

$$\text{이때 } \dot{Z}_t=\begin{cases} Z_t, & d>0 \\ Z_t-\mu, & d=0 \end{cases}$$

μ 는 時系列 平均值

이때 模型을 간단히 ARIMA (p,d,q)로 表示할 수 있다.

이 模型은 時系列 $\{Z_t\}$ 를 안정적(Stationary)인 경우를 模型化했거나, 적절한 d 에 따라 $(1-B)^dZ_t$ 를 만들어 가면서 안정적인 時系列로서 만들 수 있으리라는 假定에 근거를 둔 것이다.

(式-2)를 이미 說明한 바 있는 계절적인 要素와 가능한 경향성을 표시하는 變數 θ_0 를 포함하는 式으로 일반化할 수 있다.

$d>0$ 이거나 $dl<0$ 일 때는 $\dot{Z}_t=Z_t$ 이고, $d=dl=0$ 일 때는 $\dot{Z}_t=Z_t-\mu$ 로 정의하고, 얻어진 일반 형태의 模型을 式으로 표시하면 다음과 같다.¹⁾

$$\begin{aligned} & (1-\phi_1B-\dots-\phi_pB^p)(1-\phi_1'B-\dots-\phi_{p_1}'B^{p_1})(1-B^s)^d \\ & (1-B)^d \dot{Z}_t=\theta_0(1-\theta_1B-\dots-\theta_qB^q) \\ & (1-\theta_1'B-\dots-\theta_{q_1}'B^{q_1})a_t \end{aligned} \quad (3)$$

이것이 本論議에서 컴퓨터 模型化 할 수 있는 가장 一般的인 형태의 Box-Jenkins 模型이다.

위 式에 나타난 매개변수들은 6종류로 分類할 수 있다. 式의 왼쪽에서부터 오른쪽으로 가면서 이 매개변수들을 설명하면 다음과 같다.

- (1) ϕ_1, \dots, ϕ_p ; 正規 自動回歸 매개변수
- (2) $\phi_1', \dots, \phi_{p_1}'$; 계절적 自動回歸 매개변수
- (3) μ ; 자료의 平均值
- (4) θ_0 ; 決定된 경향성 상수
- (5) $\theta_1, \dots, \theta_q$; 正規 移動平均 매개변수
- (6) $\theta_1', \dots, \theta_{q_1}'$; 계절적 移動平均 매개변수

계절적 매개변수가 ϕ' 와 θ' 의 정규함수일지라도, 매개변수 ϕ' 과 θ' 가 계절적 매개변수일 필요는 없다. 또 模型에서 ϕ_1B 나 ϕ_2B^2 의 項을 포함하지 않고 ϕ_3B^3 項만을 취할 수도 있다. 이것은 ϕ', θ, θ' 에 대해서도 마찬가지이다.

위에서 열거하지 않은 기호는 다음과 같다.

d =正式 差異의 數, 即 $(1-B)$ 의 factor

S =계절적 差異의 乘數(order)

dl =계절적 差異의 數, 即 $(1-B^s)$ 의 factor

위의 식에서 보는 바와 같이 模型은 各 매개변수의 差數가 正해져야만 完全히 결정될 수 있다. 매개변수의 差數는 (式-3)으로 표시된 模型方程式에서 그 媒介變數의 乘數 B의 冪수를 표시한다. 예를 들어 $\phi_3 B^2$ 의 項을 갖는 模型에서 매개변수 ϕ_3 의 차수는 3이 된다. 이값의 수는 매개변수의 수와 같을 것이다. 그리고 μ 와 θ_0 에 있어서는 B의 冪수가 0이 된다.

위에서 說明한 대로 模型이 명확히 正해진 다음에는 殘差(residual)나 不規則 영향 a_t 의 供給의 합을 最小화 함으로써 매개변수를 산정한다. 誤差를 校正하고, 주어진 모델의 a_t 와 매개변수들의 값을 구하고 模型의 타당성 조사를 하여야 한다. 模型의 타당성 조사는 模型決定 단계와 같이 正행되지만, Z_t 대신 a_t 에 대해 적용한다는 것이 다른 점이다. 模型을 決定하고, 模型의 正절성을 조사한 다음에는 模型을 利用하여 예측을 한다. Box-Jenkins模型에 따르면 주어진 시점에서의 가장 正절한 예측은 模型에 準한 미래 관측의 條件의 기대값이다.

Ⅲ. 時系列模型 解析法

구체적인 模型 解析法을 說明하기 前에 自動回歸性向과 移動平均性向의 區別은 資料의 自動相關(Autocorrelation)을 圖表로 표시해 보면 求할 수 있다. 自動回歸的인 時系列은 自動相關 圖表가 점차적으로 變하는데 反하여, 移動平均的인 時系列은 特定 自動相關의 돌출현상을 볼 수 있는 것이다. (도표-1참조) 自動相關은 다음과 같이 定義된다. ^{1,2)}

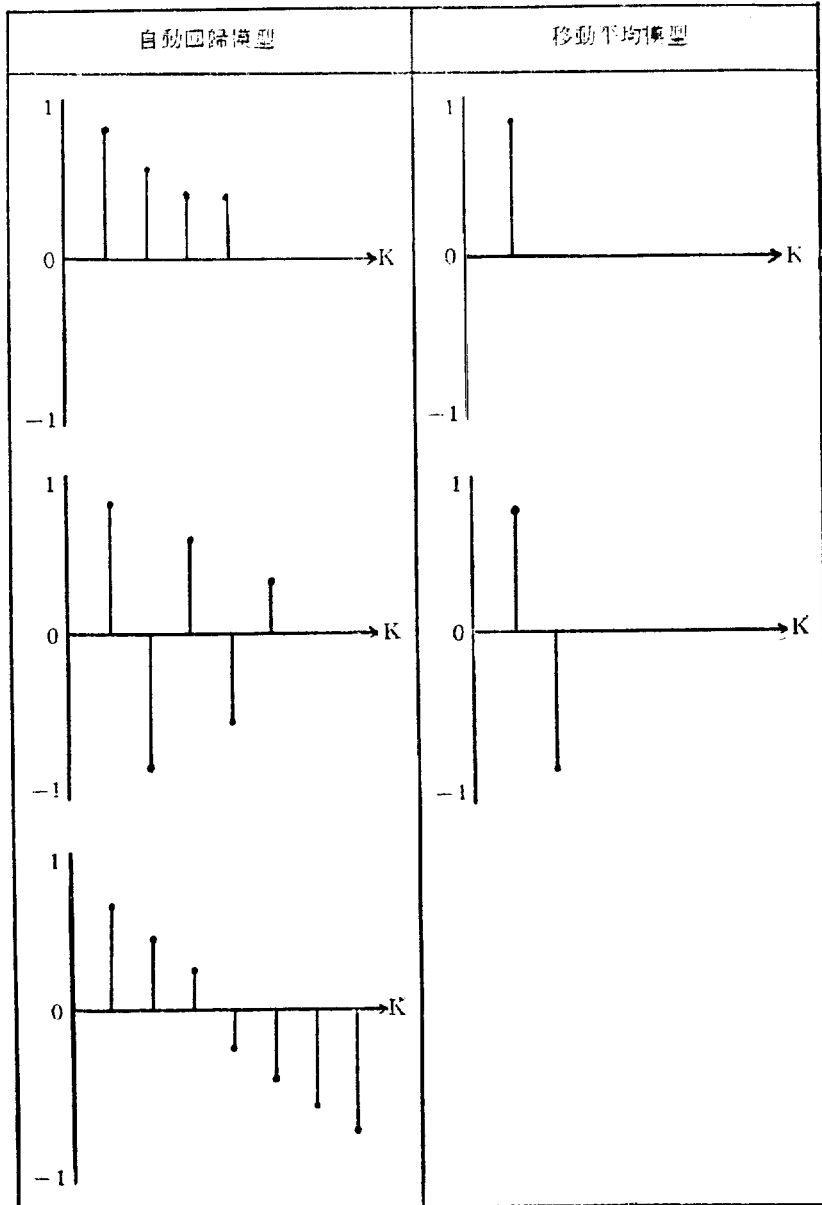
$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)}{\sum_{t=1}^n (z_t - \mu)^2}, \quad k=0, 1, \dots, n. \quad (1)$$

以上の 自動相關만으로는 ARMA模型의 乘數(order)를 正확히 알 수 없으므로 偏自動相關(A_{kk})를 利用하는 것이다. ^{1,2)}

$$A_{kk} = \begin{cases} r_1 & k=1 \\ \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} A_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} A_{k-1,j} r_j}, & k=2, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

$$A_{kj} = A_{k-1,j} - A_{kk} A_{k-1,k-j}, \quad j=1, 2, \dots, k-1 \quad (6)$$

圖五1 自動相關係數 γ_k 圖表



즉 자동상관에서 AR모형인 것을 알면 승수는 편자동상관에서 구할 수 있으며, MA모형은 편자동상관에서 확인하고, 자동상관에서 AR모형인데 편자동상관계에서 점차적인 폭선을 그리면 ARMA模型인 것을 알 수 있는 것이다. (도표-2참조)

以上 說明한 것은 資料가 安定的(Stationary)이라는 가정아래 模型을 作成하였으나, 一般的으로 자료는 不安定的(Nonstationary)인 性質을 갖고 있는 것이다. 이문제를 해결하는 方法은 差異(differencing)를 利用하는 것이다. 即 差異는 $Y_t = Z_t - Z_{t-1} = (1-B)Z_t$ 으로 定義되며, 差異의 승수 d 는

$$Y_t = (1-B)^d Z_t$$

의 關係를 나타내며,

계절적인 要因을 淸부하면

$$Y_t = (1-B^s)^{d'} Z_t$$

이 되는 것이다. Y_t 의 일반적인 정의는

$$Y_t = \begin{cases} (1-B)^d (1-B^s)^{d'} Z_t, & d > 0, d' > 0 \\ Z_t - \mu, & d = 0, d' = 0 \end{cases} \quad (7)$$

가 되는 것이다. 이 式은 ARIMA기본식인 (式-3)의 기본이 되는 것이다. 실질적인 자료를 利用하여 模型 解析法을 說明하기로 하자.

첫번째 경우 :

Lag k	自 動 相 關 係 數 (자료)											
1-12	-.55	.33	.10	-.09	.04	.00	.07	-.18	.24	-.29	.13	-.14
13-24	-.06	.05	-.14	.03	-.03	.01	-.16	.28	-.28	.11	.11	-.22

초기 모형 : $Z_t - \mu = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t$

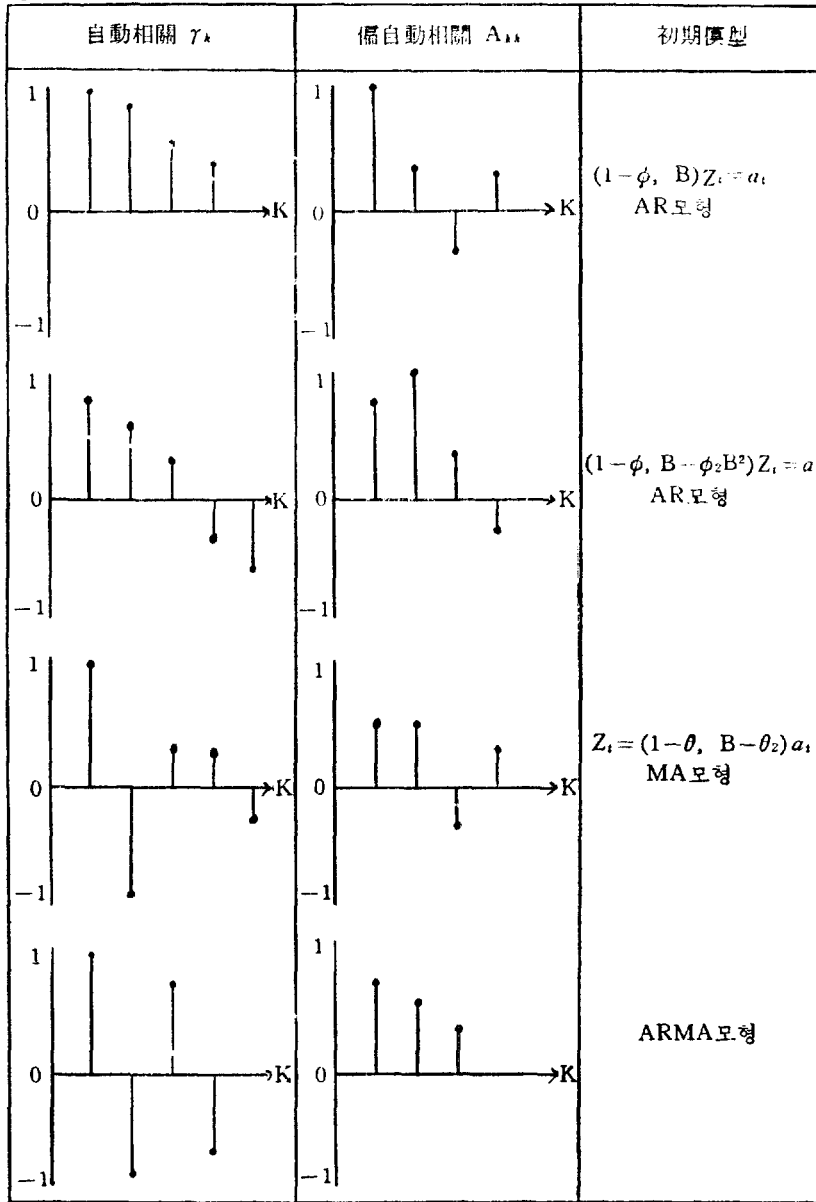
특성 : lag $k=1$ 과 $k=2$ 에서 다른값에 비해 自動相關係數가 크기 때문이다.

두번째 경우 :

Lag k	自 動 相 動 係 數											
1-12	1.00	.99	.97	.95	.93	.91	.89	.87	.85	.83	.81	.80
13-24	.78	.77	.75	.73	.71	.69	.67	.64	.61	.58	.55	.52

Lag k	1 次 差 異 의 自 動 相 關 係 數											
1-12	.79	.55	.37	.15	-.02	-.16	-.22	-.22	-.22	-.18	-.13	-.06
13-24	.05	.11	.11	.15	.17	.13	.11	-.09	-.08	-.01	-.15	-.27

도표2 模型解析例



초기모형 : $(1-\phi_1B) (1-B) Z_t = a_t$

특성 : 원자료의 자동상관계열이 나타나지 않기 때문에 이 주제는 差異를 조사할 必要가 있었다. 1次差異에서 AR模型임을 알 수 있다.

세번째 경우 :

Lag k	自動相關係數											
1-12	.43	.28	.16	.03	-.09	-.42	-.15	-.04	.02	.07	.16	.58
13-24	.16	.10	.04	.01	-.06	-.35	-.03	.00	.07	.07	.07	.35
25-26	-.15	-.25	-.28	-.29	-.3	-.49	-.05	.01	.10	.10	.15	.40

초기모형 : $(1-\phi_1B) (1-\phi_2B^{12}) (z_t - \mu) = a_t$

특성 : lag $k=12, k=24, k=36$ 일때의 자동상관계수는 週期 12의 계절적 특성을 알 수 있고, 자동상관계수의 점차적 감소는 AR模型임을 알 수 있는 것이다.

IV. 結 語

正確한 豫測은 모든 시스템의 成敗를 좌우하는 것이다. 特別히 企業經營의 精確한 수요예측은 企業의 生産計劃, 利益計劃, 財務計劃 수립에 필수적인 情報를 제공하고 있다. 그러나 精確한 예측을 한다는 것은 매우 어려운 일이기 때문에 이를 위하여 多角的이고 綜合的인 分析을 하여야 한다. 예를 들어 販賣量 豫測은 과거의 賣出量은 물론이고 經濟 狀況의 全般的인 추세, 그 企業이 속해 있는 産業의 상태등 여러要因의 影響을 받으나, 모든 要因들을 同時에 생각한다는 것은 實際에 있어서 不可能하고, 이 중 重要한 한 두개의 變數만으로 販賣豫測을 하고 있고, 이 경우까지 一般的인 方法이 없었는데, Box-Jenkins의 時系列 方法이 제시되었다. 그러나 Box-Jenkins의 方法은 時系列全般에 관한 것이고, 우리가 관심있는 需要 豫測에의 應用方法이 미비한점을 여기서 發見的인 方法을 제시하여 보충하였다. 時系列 資料에서 自動相關係數(Autocorrelation)와 偏自動相關係數(Partial Autocorrelation)를 계산하고, 圖表로 그려주는 初期 模型發見 단계를 컴퓨터 模型化 시켰다. 최종적인 模型의 確定은 變數의 推定(Estimation), 模型의 檢定(Diagnostic Checking)을 거쳐야 된다. Box-Jenkins의 模型을 기초로 한 수요예측기법은 어느 예측기법보다도 精確하고 신뢰성 있는 예측을 할 수 있는 것이다.

參 考 文 獻

1. Box G. E.P., and Jenkins G.M., *Time Series Analysis*, 1970, Holden-Day.
2. Mabert V.A., *An Introduction to Short Term Forecasting Using the Box-Jenkins Methodology*, 1975, AIIE.
3. Bedworth D.D. *Industrial Systems*, 1973, The Ronald Press Co., pp.80-151.
4. Brown R.G., *Smoothing, Forecasting, and Prediction of Discrete Time Series*, 1963, Prentice-Hall
5. Stralkowski C.M., Wu S.M. and Devor R.E., "Charts for the Interpretation and Estimation of the Second Order Autoregressive Model, *Technometrics*, Vol. 12, Nov. 3 (August 1970).
6. Pack D.J., Goodman M.L. and Miller R.B., "Computer Programs for the Analysis of Univariate Time Series Using the Methods of Box and Jenkins," Technical Report No. 296, University of Wisconsin' Madison, Wisconsin (April, 1972)

APPENDIX

Computer Program for the Model Identification

```

0001  DIMENSION Z(500), RHO (150,3), STE (150,3), E (3), SM (3),
      PHI(150,3), SCRATC(1200), SERIES(20)
      C  PHI(150,3), SRATC(12000), SERIES(20)
0002  COMMON NCRD,NPRT
0003  COMMON/ACPAR/NRD, NSD, NSEA, NAPL, NCHI, MCSE, ILD
      AC, IPDID, MPRINT, IWTPA
0004  NCRD=5
0005  NPRT=6
0006  READ (NCRD,2) NOB
0007  2 FORMAT (16I5)
0008  READ (NCRD,3) (Z(I),I=1, NOB)
0009  3 FORMAT (20F4.3)
0010  READ (NCRD,4) (SERIES (J), J=1,20)
0011  4 FORMAT (20A4)
0012  READ (NCRD,2) NAC, NPAC, NRD, NSD, NSEA, NAPL, NCHI
0013  READ (NCRD,2) MCSE, ILDAC, IPDID, MPRINT, IWTPA
0014  CALL ACOR (SERIES, Z, NOB, NAC, NPAC, NCHI, RHO, STE,
      E, SM, PHI, SCRATC)
0015  STOP
0016  END
0001  SUBROUTINE ACOR (SERIES, Z, NOB, NAC, NPAC, NDF, RHO,
      STE, E, SM, PHI, C)
0002  DIMENSION SAVE (7)
0003  DIMENSION TITLE (4)
0004  DIMENSION Z (500), RHO (150,3), STE (150,3), E (3), SM
      (3), PHI (150,3), C(1200), SERIES(20)
      C  (3), PHI(150,3), C(12000), SERIES(20)
0005  COMMON NCRD, NPRT
0006  COMMON/ACPAR/NRD, NSD, NSEA, NAPL, NCHI, MCSE,
      ILDAC,
      1 IPDID, MPRINT, IWTPA
    
```

126 姜錫昊

```
0007 DATA SAVE /4HNRD=, 4HNSD=, 4HNSEA, 4HNSEAC=,
      1 4HNAC=, 4HNAPL, 4HNCHI/
0008 DATA TITLE /4HTHE, 4HOBS, 4HSERI, 4HES/
0009 J=0
0010 IF(NRD. GE. 0) GO TO 81
0011 WRITE (NPRT, 64) SAVE (1), NRD
0012 WRITE (NPRT, 67) J
0013 NRD=J
0014 81 IF (NSD. GE. 0) GO TO 81
0015 WRITE (NPRT, 64) SAVE (2), NSD
0016 WRITE (NPRT, 67) J
0017 NSD=J
0018 84 IF (NSEA. GE. 0) GO TO 87
0019 WRITE (NPRT, 64) SAVE (3), NSEA
0020 WRITE (NPRT, 67) J
0021 NSEA=J
0022 87 IF (NPAC. GE. 0). GO TO 90
0023 WRITE (NPRT, 64) SAVE (4), NPAC
0024 WRITE (NPRT, 67) J
0025 NPAC=J
0026 64 FORMAT (////10X, 30HIN SUBROUTINE ACOR, THE VALUE,
      1 A4, 3H=, I4, 11H IS LLEGAL)
0027 67 FORMAT (/10X, 21HIT HAS BEEN RESET TO, I4)
0028 90 IF(NAC. GT. 0) GO TO 71
0029 WRITE(NPRT, 64) SAVE (5), NAC
0030 WRITE (NPRT, 69)
0031 RETURN
0032 69 FORMAT (10X, 38HNO AUTOCORRELATIONS WILL BE
      1 CALULATED)
0033 71 IF (NCHI. LE. NAC) GO TO 72
0034 WRITE (NPRT, 64) SAVE (7), NCHI
0035 WRITE (NPRT, 67) NAC
0036 NCHI=NAC
0037 72 IF(NSD. EQ. 0) GO TO 76
0038 IF (NSEA. GE. 1) GO TO 76
0039 WRITE (NPRT, 64) SAVE (3), NSEA
```

```

0040     WRITE (NPRT, 73) NSD
0041 73 FORMAT (10X, 22HTHIS IS BECAUSE NSD=, I4, 61H INDICATI
      1 NG THAT SEASONAL DIFFERENCE OF ORIGINAL DATA
      2 DESIRED)
0042     WRITE (NPRT, 69)
0043     RETURN
0044 76 MIN=NOB-NSEA*NSD-NAC
0045     IF (MIN. GT. 0) GO TO 116
0046     WRITE (NPRT, 79) J, MIN
0047 79 FORMAT (////10X, 61HTHE EFFECTIVE NUMBER OF OBSERV
      1 AT IONS FOR CACULATION OF LAST, I1, 31H DIFFERENCE
      2 AUTOCORRELATION IS, I4)

0048     WRITE (NPRT, 69)
0049     RETURN
0050 116 IF (NAPL. GT. 0 AND.NAPL. LE. 12) GO TO 118
0051     J=12
0052     WRITE (NPRT, 64) SAVE (6), NAPL
0053     WRITE (NPRT, 67) J
0054     NAPL=J
0055 118 IF (ILDAC. EQ. 0) GO TO 125
0056     WRITE (NPRT, 119)
0057 119 FORMAT (1H1, 9X, 12HDATA LISTING)
0058     WRITE(NPRT, 110) (SERIES (J), J=1, 20), NOB
0059 110 FORMAT (/10X, 7HDATA --, 20A4, 5X, I5, 13H OBSERVATIONS)
0060     WRITE (NPRT, 111)
0061 111 FORMAT(//)
0062     DO 122 , =1, NOB, 8
0063     IHI=MINO (NOB, I+7)
0064 122 WRITE (NPRT, 123) I, IHI, (Z(J), J=I, IHI)
0065 123 FORMAT (10X, I4, 1H-, I4, 1X, 8E12.6)
0066 125 IF(IPDID. EQ. 0) GO TO 128
0067     IVDIM1=500
0068     CALL PLOT (SERIES, Z, NOB, 0, 0, 0, RMIN, RMAX, RMID,
      1 80, TITLE, IVDIM1)
0069 128 DO 1 J=1, NOB
0070     1 (CJ) =Z(J)

```

128 姜錫昊

```
0071      NOBD=NOB
0072      IF (NSD. EQ. 0) GO TO 3
0073      DO 2 I=1, NSD
0074      NOBD=NOBD-NSEA
0075      DO 2 J=1, NOBD
0076      L=J+NSEA
0077      2 C(J)=C(L)-C(J)
0078      3 NRD1=NRD+1
0079      DO 16 L=1, NRD1
0080      IF(L. EQ. 1) GO TO 11
0081      NOBD=NOBD-1
0082      MIN=NOBD-NAC
0083      IF (MIN. GT. 0) GO TO 13
0084      LL=L-1
0085      WRITE (NPRT, 79) LL, MIN
0086      WRITE (NPRT, 69)
0087      13 DO 15 J=1, NOBD
0088      15 (CJ)-(CJ+1)-(CJ)
0089      11 DIV=NOBD
0090      SUM=0
0091      DO 12 J=1, NOBD
0092      12 SUM=SUM+(CJ)
0093      E(L)=SUM/DIV
0094      KWQQR=0
0095      DENOM=CPROXY (C, E(L), KWQQR, E(L), NOBD) 1
0096      DO 14 K=1, NAC
0097      M=NOBD-K
0098      14 RHO (K, L)=CPROXY (C, E(L), K, E(L), M)/DENOM
0099      16 SM (L)=SQRT (DENOM/(DIV*(DIV-1.0)
0100      IF (MCSE. EQ. 0) GO TO 27
0101      DO 21 L=1, NRD1
0102      LL=L-1
0103      DIV=NOB-LL
0104      STE (1, L)=1.0
0105      DO 22 K=2, NAC
0106      22 STE(K, L) STE(K-1, L)+2.0*RHO (K-1, L)**2
```

```

0107     STE (K, L)=(1.0/DIV)**.5
0108     DO 23 K=2, NAC
0109     23 STE(K,L)=(STE(K,L)/DIV)**.5
0110     24 CONTINUE
0111     27 IF(MPRINT, EQ. 0) GO TO 42
0112     MIN=NOB-NSO*NSEA
0113     WRITE (NPRT, 127)
0114     127 FORMAT (1H1, 9X, 16HAUTOCORRELATIONS)
0115     WRITE (NPRT, 110) (SERIES (J), J=1, 20), NOB
0116     IF (NSD. GT. 0) WRITE (NPRT, 113) NSEA, NSD
0117     113 FORMAT (/10X, 56HDIFFERENCING, -ORIGINAL SERIES IS Y
           1 OUR DATA TIMES (×1--B**, 12, 3H)**12)
0118     DO 40 L=1, NRD1
0119     CALL PRPLC (SERIES, RHO, NAC, E, SM, MIN, NAPL, STE,
           1 MCSE, L, 1, 1, C)
0120     RNSTFZ=ABS (E(L)/SM (L))
0121     WRITE (NPRT, 41) RNSTFZ
0122     41 FORMAT (/10X, 27HMEAN DIVIDED BY ST. ERROR=, E12.5)
0123     IF (NDF. LE. 0) GO TO 40
0124     CHI=0
0125     DO 38 K=1, NCHI
0126     38 CHI=CHI+RHO (K, L) **2
0127     CHI=CHI*FLOAT (MIN)
0128     WRITE (NPRT, 43)CHI, NDF
0129     40 MIN=MIN-1
0130     43 FORMAT (/10X, 54HTO TEST WHETHER THIS SERIES IS W
           1 HITE NOISE, THE VALUE, F12.5, /10X, 51HSHOULD BE CO
           2 MPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH, I3, 19H DEGR
           3 EES OF FREEDOM)
0131     42 IF (IWTPA, EQ. 0) GO TO 53
0132     DO 47 L=1, NRD1
0133     47 CALL PRPLC (SERIES, RHO, NAC, E, SM, MIN, NAPL, STE,
           MCSE, L, 1, 2, C)
0134     53 IF (NPAC. EQ. 0) RETURN
0135     DO 58 L=1, NRD1
0136     58 CALL PACOR (NPAC, PHI (1,L), NAC, RHO (1,L), C)

```

130 姜錫昊

```
0137 61 IF (MPRINT.EQ. 0) GO TO 70
0133     MIN=NOB -NSEA*NSD
0139     WRITE (NPRT, 65)
0140 65 FORMAT (1H1, 9X, 24HPARTIAL AUTOCORRELATIONS)
0141     WRITE (NPRT, 110) (SERIES (J), J=1, 20), NOB
0142     IF (NSD.GT. 0) WRITE (NPRT, 113) NSEA, NSD
0143     DO 68 L=1, NRD1
0144     CALL PRPLC (SERIES, PHI, NPAC, E, SM, MIN, NAPL, STE,
0145                0, L, 2, 1, C)
0145 68 MIN=MIN-1
0146 70 IF (IWTPA,EQ. 0) RETURN
0147     DO 75 L=1, NRD1
0148 75 CALL PRPLC (SERIES, PHI, NPAC, E, SM, MIN, NAPL, STE,
0149                0, L, 2, 2, C)
0149     RETURN
0150     END
0001     SUBROUTINE PACOR (NPAC, PCOR, NAC, R, P)
0001     C     DIMENSION P (12000), R (150), PCOR (150)
0002     DIMENSION P (1200), R (150), PCOR (150)
0003     COMMON NCRD, NPRT
0004     P (1)=R (1)
0005     PCOR (1)=R (1)
0006     IF (NPAC, LE, NAC) GO TO 5
0007     WRITE (NPRT, 3) NPAC, NAC
0008     3 FORMAT (////10X, 38HIN SUBROUTINE PACOR, THE VALUE
0009              1 NPAC = , I4, 11H IS ILLEGAL, /10X, 21HIT HAS BEEN
0010              2 RESET TO, I4, 30H BECAUSE THIS IS THE NUMBER OF,/
0011              3 10X, 25HAUTOCORRELATIONS SUPPLIED)
0009     NPAC=NAC
0010     5 DO 100 L=2, NPAC
0011         S1=0.0
0012         S2=0.0
0013         L1=1
0014         II=ILOC (L1, 0)
0015         DO 10 J=1, L1
0016             II=II+1
```

```

0017     LJ=L-J
0018     S1=S1+P (II)*R (LJ)
0019 10 S2=S2+P (II)*R (J)
0020     PCOR(L)=R(L)-S1/(1.-S2)
0021     II=ILOC(L, L)
0022     P(II)=PCOR(L)
0023     IF(L. EQ. NPAC) GO TO 100
0024     II=ILOC(L1, 0)
0025     I2=ILOC(L, 0)
0026     I3=ILOC(L1, L)
0027     DO 20 J=1, L1
0028     II=II+1
0029     I2=I2+1
0030     I3=I3--1
0031 20 P(I2)=P(II)-PCOR(L)*P(I3)
0032 100 CONTINUE
0033     RETURN
0034     END
0001     FUNCTION CPROXY(X, XBAR, K, YBAR, N)
      C     DIMENSION X(12000)
0002     DIMENSION X(1200)
0003     S=0.0
0004     DO 10 I=1, N
0005     M=K+I
0006 10 S=S+(X(I)-XBAR)*(X(M)-YBAR)
0007     CPROXY=S
0008     RETURN
0009     END
0001     SUBROUTINE PRPLC (SERIES, P, NPP, E, SM, MIN, NAPL, S
1 TE, MCSE, L, IT, IWPOP, C)
      C     DIMENSION SERIES (20), P(150, 3), E(3), SM(3), STE(150, 3),
      C(12000)
0002     DIMENSION SERIES (20), P(150, 3), E(3), SM(3), STE(150, 3),
      C(1200)
0003     DIMENSION S1(2), S2(6), S3(4), S4(3), GTIT (4)
0004     COMMON NCRD, NPRT

```

132 姜錫昊

```
0005 DATA S1 /4HORIG, 4HDIFF/
0006 DATA S2 /4H SER, 4HI, 4H2, 4H4, 4H5/
0007 DATA S3 /4HIES, 4HIES, 4HACF, 4HPACF/
0008 DATA S4 /4HACF, 4HPACF, 4H/
0009 IF(1WPOP. EQ. 2) GO TO 141
0010 IF (L. NE. 1) GO TO 29
0011 28 WRITE (NPRT, 90) E(1), SM(1), MIN
0012 GO TO 32
0013 29 LL=L-1
0014 WRITE (NPRT, 91) LL, E(L), SM(L), MIN
0015 32 DO 37 KK=1, NPP, NAPL
0016 JJ=MINO (KK+NAPL-1, NPP)
0017 IF (KK. EQ. NPP. OR. NAPL. EQ. 1) GO TO 35
0018 WRITE (NPRT, 92) KK, JJ, (P (K, L), K=KK, JJ)
0019 GO TO 36
0020 35 WRITE (NPRT, 95) KK, P (KK, L)
0021 36 IF (MCSE. EQ. 0) GO TO 37
0022 WRITE (NPRT, 93 (STE (K, L), K=KK, JJ)
0023 37 CONTINUE
0024 RETURN
0025 41 DO 44 KK=1, NPP
0026 44 C(KK)=P(KK,L)
0027 GTIT(1)=S1(1)
0028 IF(L. GT. 1) GTIT(1)=S1(2)
0029 GTIT(2)=S2(L)
0030 GO TO (50, 70), IT
0031 50 GTIT(3)=S3(1)
0032 IF(L. GT. 1) GTIT(3)=S3(3)
0033 GTIT(4)=S4(1)
0034 IF(L. GT. 1) GTIT(4)=S4(3)
0035 GO TO 47
0036 70 GTIT(3)=S3(2)
0037 IF(L. GT. 1) GTIT(3)=S3(4)
0038 GTIT(4)=S4(2)
0039 IF(L. GT. 1) GTIT(4)=S4(3) 47 IVDIM1=12000
0040 47 IVDIM1=1200
```

```

0041 CALL PLOT (SERIES, C, NPP, 5, 5, 0, -1, 0, DUM, DENOM,
      GTIT, IVDIM1)
0042 90 FORMAT_ (///10X, 15HORIGINAL SERIES, /10X, 20HMEAN OF
      1 THE SERIES=, E12, 5, /10X, 20HST. ERROR OF MEAN =, E12.
      2 5, /10X, 24HNUMBER OF OBSERVATIONS =, I6)
0043 91 FORMAT (///10X, 11HDIFFERENCE, I2, , /10X, 20HMEAN OF THE
      1 SERIES=, E12.5, /10X, 20HST., ERROR OF MEAN=, E12.5, /10X,
      2 20HNUMBER OF OBSERVATIONS =, I6)
0044 92 FORMAT (/10X, I3, 1H-, I3, 5X, 12 (F5.2, 2X))
0045 93 FORMAT (12X, 5HST. E., 5X, 12 (F5.2, 2X))
0046 95 FORMAT (/10X, I3, 9X, F5, 2)
0047 RETURN
0048 END
0001 SUBROUTINE_PLOT (SERIES, Z, NPP, IWTPA, ISMID, DMIN, DMA
      1 X, DMID, SCWD TITLE, IVDIM1)
0002 DIMENSION SERIES_(20), P (101), TITLE (4)
0003 DIMENSION Z (IVDIM1)
0004 COMMON NCRD, NPRT
0005 DATO X, B, D/1HX, 1H, 1H./
0006 IF (ISMAM. EQ. 0) GO TO 201
0007 RMIN=DMIN
0008 RMAX=DMAX
0009 GO TO 20
0010 201 RMIN=7 (1)
0011 RMAX=7(1)
0012 DO 5 J=2, NPP
0013 IF (Z (J). LE RMIN) RMIN=Z(J)
0014 5 IF (Z (J). GE. RMAX) RMAX=Z(J)
0015 IF (IWTPA. EQ. 0) GO TO 10
0016 IF (ABS(RMAX).GT. ABS(RMIN)) RMIN=-RMAX
0017 IF (ABS(RMIN). GT. ABS(RMAX)) RMAX=-RMIN
0018 10 IF (ISMID. NE. 0) GO TO 20
0019 EPS=(RMAX-RMIN) *(1.0-SCWD) *.5/SCWD
0020 RMIN=RMIN-EPS
0021 RMAX=RMAX+EPS
0022 20 RMID=(RMAX+RMIN)/2.0

```

134 姜錫昊

```

0023     IF (IWTPA. NE. 0. OR. ISMAM. NE. 0) GO TO 22
0024     IF (ISMID. EQ. 0) GO TO 22
0025     RMID=DMID
0026     IF ((RMAX-RMID). GT. (RMID-RMIN))RMIN=2.0*RMID-R
        RMAX
0027     IF ((RMAX-RMID). GT. (RMID-RMIN))RMIN2=2.0*RMID-R
        MIX
0028     EPS=(RMAX-RMIN)*.5/SCWD
0029     RMIN=RMIN-EPS
0030     RMAX=RMAX+EPS
0031 22 WRITE(NPRT, 21) (SERIES(J), J=1, 20)
0032 21 FORMAT (1H1, 16X, 20A4)
0033     WRITE (NPRT, 23) (TITLE(J), J=1, 4)
0034 23 FORMAT(/17X, 9HGRAPH OF, 4A4, /)
0035     SQV=(RMAX-RMIN)/100.0
0036     WRITE(NPRT,26) SQV
0037 26 FORMAT(17X, 18HGRAPH INTERVAL IS, E11.4/)
0038     IF (SQV. GT.1.E-05) GO TO 29
0039     WRITE(NPRT, 28)
0040 28 FORMAT (17X, 25HGRAPH INTERVAL ERROR EXIT)
0041     RETURN
0042 29 WRITE(NPRT, 32) RMIN, RMID, RMAX
0043 32 FORMAT(17X, E11.4, 37X, E11.4, 2X, 6HVALUES,/17X, 10 (10H
        + + + + + + + + +), 1H.)
0044     IF(IWTPA. EQ. 0) GO TO 53
0045     DO 48 J=1, NPP
0046     DO 34 K=1, 101
0047     34 P(K) =E
0048     P(51) =X
0049     WRITE(NPRT, 36)P(51)
0050 36 FORMAT(67X, A1)
0051     IF(Z(J). GE. RMID) GO TO 42
0052     TS=(Z(J)-RMIN)/SQV+1.0
0053     MS/TS
0054     US=NS
0055     IF((TS-US). GT. 5)NS=NS+1

```

```

0056     IF(NS. LT. 1. OR. NS. GT. 51) GO TO 188
0057     DO 38 K=NS, 51
0058     P(K)=X
0059     GO TO 48
0060 42 TS=(Z(J)-RMID)/SQV+51.0
0061     NS=TS
0062     US=NS
0063     IF((TS-US). GT. .5) NS=NS+1
0064     IF(NS. GT. 101. OR. NS. LT. 51) GO TO 188
0065     DO 44 K=51, NS
0066 44 P(K)=X
0067 48 WRITE(NPRT, 40) J, (P(K), L=1, 101), Z(J)
0068 40 FORMAT(9X, I3, 5X, 101A1, E12.5)
0069     GO TO 100
0070 53 DO 68 J=1, NPP
0071     DO 56 K=1, 101
0072 56 P(K)=B
0073     TS=(Z(J)-RMIN)/SQV+1.0
0074     NS=TS
0075     US=NS
0076     IF((TS-US). GT. .5) NS=NS+1
0077     IF (NS. LT. 1. OR. NS. GT. 101) GO TO 188
0078     P(NS)=X
0079     IF(P(1). NE. X. AND. ISMID. EQ. 0) P(1)=D
0080     IF(P(51). NE. X. AND. ISMID. NE. 0) P(56)=D
0081     IF ((J/10)*10). EQ. J) GO TO 62
0082     WRITE(NPRT,59) (P(K), K=1, 101), Z(J)
0083 59 FORMAT(17X, 101A1, E12.5)
0084     GO TO 66
0085 62 WRITE(NPRT, 40) J, P=1, 101), Z(J)
0086 66 IF(NPP. GT. 30) GO TO 68
0087     WRITE(NPRT, 67)
0088 67 FORMAT(17X, 1H.)
0089 68 CONTINUE
0090     GO TO 100
0091 188 WRITE (NPRT, 192)

```

136 姜錫昊

```
0092 192 FORMAT(///10X, 27HERROR IN MINIMUM OR MAXIMUM)
0093 100 RETURN
0094     END
0001     FUNCTION NCHOSE(N, K)
0002     IF (K) 2, 4, 6
0003     2 WRITE (NPRT, 12) N, K
0004 12 FORMAT (///10X, 49HIN NCHOSE, ATTEMPTED TO CALCU
    1 LATE COMBINATION OF , 110.7HTHINGS, 110, 10H AT A TIM
    2 E,/10X, 29HUNDEFINED. RESULT SET TO ZERO)
0005     NCHOSF=0
0006     RETURN
0007     4 NCHOSF=1
0008     RETURN
0009     6 IF (N-K) 2, 4, 8
0010     8 KK=MINO (K, N-K)
0011     NN=1
0012     DO 10 I=1, KK
0013     K1=I-1
0014 10 NN=(NN*(N-K1))/I
0015     NCHOSE=NN
0016     RETURN
0017     END
0001     FUNCTION ILOC (I, J)
0002     ILOC=J+I*(I-1)/2
0003     RETURN
0004     END
0001     FUNCTION ACOS(X)
0002     Y=SQRT(1. -X**2)/X
0003     ACOS=ATAN(Y)
0004     RETURN
0005     END
```