

변동성 예측에서 실현 왜도와 첨도가 갖는 정보효과: 이질적 자기회귀모형의 개선을 중심으로*

엄철준(주저자)
부산대학교 경영대학 교수
(shunter@pusan.ac.kr)
박종원(교신저자)
서울시립대학교 경영대학 교수
(parkjw@uos.ac.kr)

금융시장에서 일중 고빈도 자료의 이용이 증대함에 따라 이를 이용한 실현변동성(RV)과 이질적 자기회귀모형(HAR)을 결합하여 미래 변동성의 예측성능을 개선하기 위한 다양한 연구가 진행되고 있다. 본 연구에서는 KOSPI의 일중 고빈도 자료를 이용하여 실현변동성의 측정, 실현왜도와 실현첨도를 새로이 포함하는 이질적 자기회귀모형의 구성과 이에 기초한 미래 변동성의 예측성능을 검증하였다. 연구를 위해 실현변동성을 측정하고 실현변동성으로부터 불연속적 점프요소를 비모수적으로 분리하는 과정에서 기존연구에서 확인되는 문제점을 보완하여 개선된 방법을 이용하였다. 본 연구에서 확인된 주요 결과를 요약·정리하면 다음과 같다. 첫째, 한국주식시장에서 과거기간의 실현변동성을 반영한 이질적 자기회귀모형은 미래 실현변동성의 변화에 대하여 높은 설명력을 보여주며, 상이한 속성을 갖는 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 모형에 적용하는 것은 미래 실현변동성의 변화에 대한 설명력을 개선하는데 유용하다. 둘째, 새로이 실현왜도와 실현첨도를 포함한 HAR-RV모형은 미래 실현변동성에 대한 설명력과 예측성능을 분명하게 개선하는 증거를 보여준다. 즉, 실현왜도와 실현첨도는 이질적 투자자들의 특성에 따른 장단기 변동성의 변화를 보다 잘 설명할 수 있는 추가적 정보를 가지며, 미래 변동성에 대한 설명력과 예측력을 개선할 수 있는 주요한 변수이다. 또한 새로운 설명변수의 유용성은 기존에 알려진 변동성 레버리지효과와 하루 중 수익률 변동성의 특성에 무관하게 성립한다.

주제어: 고빈도자료, 실현변동성, 이질적 자기회귀모형, 실현왜도, 실현첨도

1. 서론

최근 과학기술의 발전과 함께 금융시장은 분, 초간격의 고빈도(high-frequency) 자료를 저비용-고효율의 방법으로 기록·저장할 수 있게 되었고, 이러한 고빈도 자료는 재무금융 분야의 변동성 관련 연구에 중요한 수단으로 이용되고 있다. 그러나 그간 변동성의 측정과 예측에 대표적으로 사용되어 왔으며 일별 자료와 같은 저빈도(low-frequency) 시계열자료와 내표본(in-sample)에서 의미 있는 성과를

보여온 표준적인 GARCH류의 모형(Engle, 1982; Bollerslev, 1986)은 변동성 예측에서 고빈도 자료가 갖는 정보를 잘 반영하지 못하고, 특히 외표본(out-of-sample)에서의 성과가 좋지 않음을 보여준다(Andersen et al., 2003; Corsi, 2009). Andersen and Bollerslev(1998)은 변동성 측정을 위한 새로운 대안으로 고빈도 자료를 이용한 실현변동성(realized volatility, RV)을 제안하고 있다. 이들이 제안한 실현변동성은 특정한 모형에 의존하지 않고, 고빈도 자료를 이용함에 따라 측정오류를 줄이며(Merton, 1980), 시장미시구조에 따

른 잡음의 영향을 경감시켜 추정치의 정확성을 높이는 것으로 확인되었다. 관련하여 Andersen et al. (2001a, 2001b)은 외환시장과 주식시장을 대상으로 실현변동성의 이론적·실증적 증거를 제시하고 있으며, Andersen et al.(2003)에서는 실현변동성을 이용한 변동성 예측의 성과가, 특히 외표본에 있어서 표준 GARCH모형을 포함한 확률변동성 모형들에 비해 우수하다는 실증결과를 제시하고 있다.

주식수익률의 시계열자료는 잘 알려진 실증적인 속성들(stylized facts)을 갖는다(Cont, 2001). 주식수익률 분포의 두꺼운 꼬리는 수익률 측정간격이 증가(분 → 일/월)함에 따라 매우 느리게 정규분포로 수렴하는 경향을 갖고, 이러한 분포의 두꺼운 꼬리는 변동성 측정에 직접적으로 영향을 미친다. 또 변동성의 시계열자료는 높은 변동성 다음에 높은 변동성이 발생하는 변동성 군집현상(volatility clustering) 등에 의하여 자기상관계수가 장기간 지속되는 장기기억속성을 갖는다. GARCH류의 모형은 변동성 군집현상이나 분포의 두꺼운 꼬리 등 주식수익률 자료가 갖는 실증적 속성을 내표본에서는 잘 반영하나 외표본에서는 이러한 특성을 재생산하는 성과가 저조한 것으로 확인되고 있다. Corsi(2009)는 Muller et al.(1993) 등에서 보인 이질적 시장가설(heterogeneous market hypothesis)을 기초로 Andersen and Bollerslev(1998)의 실현변동성을 이용하여, 투자기간의 차이에 따른 이질성을 반영하는 이질적 자기회귀모형(heterogeneous autoregressive model of realized volatility, HAR-RV)을 제안하였다. 즉 시장에는 매우 높은 빈도로 거래하는 딜러나 투기자들이 있는 반면에 매우 낮은 빈도로 큰 규모를 갖고 거래하는 기관투자자들도 존재한다. 시

장 참여자들은 자신의 투자목적에 따라 장단기로 상이한 유형의 거래행위를 하고, 이러한 거래로부터 상이한 변동성이 발생한다. 이를 반영하기 위해 Corsi는 일별, 주별, 월별의 3가지 기간의 실현변동성을 반영하는 HAR-RV모형을 미래변동성 예측 모형으로 제안하고 있다. 이 모형은 선형 자기회귀모형으로 변동성의 장기기억속성을 모형에 직접적으로 반영하지 않았음에도 불구하고, 외표본에서 변동성의 장기기억속성과 분포의 두꺼운 꼬리 등의 특성을 성공적으로 재생산함을 보여준다.

최근 고빈도 자료에 기초한 HAR-RV모형을 이용하여 변동성 예측의 성과를 높이기 위한 다양한 노력이 진행되고 있다. 대표적으로 Andersen et al. (2007)은 실현변동성의 연속적 요소(C)와 불연속적 점프요소(J)를 비모수적으로 분리하는 방법을 제안한 Barndorff-Nielsen and Shephard(2004, 2006)에 근거하여, 이질적 자기회귀모형에 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리 적용함으로써 변동성의 예측성과를 높인 모형들(HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형)을 제시하였다.¹⁾ 즉, 수익률의 조건부 분산은 완만하고 매우 느리게 회귀하는 연속적 요소와 매우 낮은 지속성을 갖는 불연속적 점프요소의 결합으로 이루어져 있으며, 이들 요소를 분리하여 변동성 예측에 적용함으로써 보다 개선된 성과를 달성할 수 있다는 것이다. 한편, 미래 변동성 예측성과를 개선하기 위하여 추가 설명변수를 모형에 도입하는 연구들이 진행되었다. Busch et al.(2011)은 옵션가격으로부터 산출된 내재변동성(implied volatility)을 이질적 자기회귀모형의 추가 설명변수로 포함함으로써 미래 변동성의 예측 능력을 개선할 수 있음을 보였다. Corsi and Reno(2012)는 변동성 레버리

1) Corsi(2009)와 Andersen et al.(2007) 간의 시간순서가 바뀐 것은 이들이 학술지에 게재하기 전 미리 공개한 미게재논문(working paper)의 발표시기가 각각 Corsi(2003), Andersen et al.(2004)이기 때문이다.

지효과(leverage effect)를 이질적 자기회귀모형의 추가 설명변수로 포함하는 경우 예측 능력이 개선된다는 결과를 보여주었다. Byun and Kim(2013)은 옵션가격으로부터 도출된 위험-중립 왜도(risk-neutral skewness)를 미래 변동성 예측을 위한 설명변수로 모형에 추가하였고, Huang et al.(2013)은 중국 주식시장에서 모멘텀 효과(momentum effect)를 이질적 자기회귀모형의 추가 설명변수로 포함하는 경우 예측성능이 개선됨을 보여주고 있다.

국내시장의 관련 연구를 보면, Andersen and Bollerslev(1998), Andersen et al.(2001a, 2001b) 등에 기초하여 한상범·김형태(2002)는 KOSDAQ 지수의 고빈도 자료를 대상으로, 정재식 외 2인(2003)은 원/달러, 엔/달러, 유로/달러 환율의 고빈도 자료를 대상으로, 엄철준(2015)은 KOSPI 200지수와 엔/달러 환율 자료를 대상으로 실현변동성 측정치가 갖는 통계적 속성을 분석하였으며, 전찬수(2013)은 Corsi(2009)와 Andersen et al.(2007) 등에 기초하여, KOSPI와 KOSDAQ을 대상으로 HAR-RV 모형과 ARFIMAX-RV모형을 GARCH 유형의 모형들과 실증적으로 비교하고 있다.

본 연구에서는 위에서 살펴본 연구들에 기초하여, 한국주식시장의 일중 고빈도 수익률자료를 이용하여 실현변동성을 측정하고, 이질적 자기회귀모형의 추정을 통해 모형의 적합성을 검증하며, 나아가 이질적 자기회귀모형의 예측성능을 개선하기 위한 새로

운 설명변수를 찾고 이를 이용하여 미래 변동성에 대한 예측능력 개선을 시도한다. 본 연구에서 이질적 자기회귀모형의 예측성능을 개선하기 위하여 새롭게 도입한 설명변수는 실현왜도(S)와 실현첨도(K)이다. 왜도와 첨도는 수익률 분포에서 분포의 비대칭성과 두꺼운 꼬리에 대한 정보를 반영하는 측정치이다. 따라서 고빈도 자료로부터 산출된 실현왜도와 실현첨도의 도입은 1997년 한국의 외환위기, 2008년 글로벌 금융위기 등과 같은 시장 충격에 의한 영향, 기대수준에서 벗어나는 높은 빈도의 극단적 값들, 그리고 HAR-RV모형에서 설명하는 상이한 투자기간을 갖는 이질적 시장참여자들로부터 발생하는 상이한 장단기 변동성과 그 비대칭적 관계로부터 야기되는 수익률분포의 특징을 보다 잘 반영하는 변동성 예측을 가능하게 해줄 것이다.²⁾ 따라서 본 연구에서는 Corsi(2009)와 Muller et al.(1997)에 기초하여, 고빈도 수익률자료로부터 산출된 실현왜도(S)와 실현첨도(K)를 미래 변동성 예측에 추가적 정보를 제공할 수 있는 새로운 설명변수로 선택하였다. 이들 새로운 설명변수를 포함한 이질적 자기회귀모형(HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, HAR-RV-CJ-SK모형)을 추정하고, 제안된 모형이 기존 모형에 비교해 실현변동성을 잘 설명하고 예측할 수 있는지를 평가하며, 이를 바탕으로 새로이 도입된 실현왜도와 실현첨도가 미래 변동성의 예측에 추가적 정보를 갖는지를 분석한다. 제안된 모형의 유용

2) 실현왜도와 실현첨도는 상이한 투자기간으로부터 발생하는 투자자들의 이질성을 반영한 Corsi(2009)의 HAR-RV모형에 관련된다. 즉, Muller et al. (1997)에 의하면, 상이한 시간간격으로 측정된 변동성은 상이한 시장참여자의 인식과 행동을 반영하기 때문에, 변동성은 이질적 시장참여자가 시장변화에 반응하는 민감도로 해석할 수 있다. 예를 들어, 단기 거래자는 일중 높은 빈도로 가격변화에 대하여 즉각적 채반응 및 극단적 반응을 하고 이는 수익률 분포의 두꺼운 꼬리 속성에 영향을 미치고 변동성 측정에 시장미시적 잡음을 야기한다. 장기 거래자는 시장 추세의 변화에 낮은 빈도로 반응하고 평균적 경향을 형성한다. 또한 단기거래자에게 있어서 장기거래자의 민감도(장기변동성, coarse volatility)는 시장추세의 크기와 그 범위를 예상하는 중요한 요소가 되고, 이를 바탕으로 단기거래자의 민감도(단기변동성, fine volatility)를 형성한다. 즉, 장기변동성을 통하여 단기변동성을 예측할 수 있는 비대칭적 정보 흐름을 갖는다. 실현왜도와 실현첨도는 이러한 상이한 투자자들의 특성에 따라 발생하는 분포의 두꺼운 꼬리와 비대칭적 정보흐름의 특성을 반영한다.

성은 외표본에서 실현변동성의 미래기간 예측력 개선 여부를 회귀식의 설명력과 함께 통계적 유의성을 평가함으로써 검증한다. 일반적으로 미래기간의 예측력 개선은 손실함수(loss function)의 최소화 조건에 근거하여 평가를 한다. 즉, 선택모형(unrestricted model)이 비교모형(restricted model)의 손실함수보다 작은 값을 가지면, 선택모형이 보다 우월한 예측력을 갖는 증거로 해석한다. 하지만, 이러한 평가방법은 자료재사용 편향(data snooping and data mining bias)로부터 영향을 받을 수 있고, 더욱이 통계적 유의성을 기준으로 평가할 수 없다는 단점을 갖는다. 이러한 문제점을 개선하기 위하여 본 연구에서는 외표본에서 추가적 독립변수를 포함한 선택모형의 유용성에 대한 평가를 Mincer-Zarnowitz (1969) 회귀식의 설명력 기준과 함께, 선택모형이 비교모형에 비교하여 실제적 예측력 개선을 갖는지 여부를 McCracken(2007)의 MSE-F 통계량, Clark and McCracken(2001)의 ENC-NEW 통계량을 이용한 유의성 기준을 이용하여 평가함으로써 견고하게 확인한다. 이는 새로운 독립변수를 이질적 자기회귀모형으로 도입하여 그 유용성을 검증한 Busch et al.(2011), Byun and Kim(2013), Huang et al.(2013) 등의 연구에서 시도되지 않은 차별적이고 보다 견고한 평가방법을 실증설계에 채택한 것이다.

한편, 본 연구가 국내의 관련 연구에 비교해 갖는 차별점은 다음과 같다. 첫째, 본 연구에서는 실현변동성의 불연속적 점프요소를 비모수적으로 분리하는 개선된 방법을 실증설계에 반영하였다. Barndorff-Nielsen and Shephard(2004, 2006)는 실현변동성에서 불연속적 점프요소를 비모수적으로 분리할 수 있는 실현된 bipower-변동(realized bipower variation, *RBV*) 측정치를 제안하였다. *RBV* 측정

치는 일중 수익률 자료가 무한히 증가하면 연속적 요소의 일정 추정치에 수렴하기 때문에, 실현변동성에서 *RBV* 측정치를 뺀 부분이 변동성의 불연속적 점프요소가 된다. 그런데, 실제로는 일중 고빈도 자료에 점프요소가 없음에도 불구하고, 하루 중 수익률 변화에서 영(0)이 아닌 작은 양(+)의 값을 갖는 경우도 불연속적 점프요소가 있는 것으로 잘못 판단할 수 있으며, *RBV* 측정치는 시장 미시구조잡음의 영향이 큰 경우 표본의 빈도 수가 증가하더라도 연속적 요소의 일정 추정치에 수렴할 수 없게 되는 문제를 가진다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 Andersen et al.(2012)이 제안한 방법으로 조정된 *RBV* 측정치를 산출하며, Huang and Tauchen(2005), Andersen et al.(2007)에서 사용된 *Z*-통계량을 이용하여 불연속적 점프요소의 유의성을 평가한다. 둘째, 본 연구에서는 거래가 없는 시간 동안의 정보를 반영하여 실현변동성을 측정하고 이를 검증과정에 이용한다. 주식시장은 외환시장과 같이 24시간 연속적으로 거래가 이루어지지 않는다. 즉, 한국주식시장은 하루 중 약 6시간 정도의 거래시간만을 갖는다. 따라서 하루 중 고빈도 수익률자료의 제공 함으로 산출되는 실현변동성은 거래가 발생하지 않는 전일 종가로부터 익일 시가까지의 시장변동에 관련된 정보를 반영하지 못한다. Hansen and Lunde(2006), Andersen et al.(2011) 등은 거래가 발생하지 않는 시간 동안의 변동성이 전체 변동성에서 의미 있는 비중을 갖는다는 것을 보여준다. 이를 반영하여 본 연구에서는 Koopman et al.(2005), Andersen et al.(2011) 등에 기초하여 거래가 없는 시간동안의 시장변동정보를 반영한 조정된 실현변동성을 검증과정에 이용한다.

본 연구의 주요결과는 다음과 같다. 첫째, 한국주식시장의 KOSPI 지수에 대한 과거기간의 실현변동

성을 반영한 이질적 자기회귀모형은 미래 실현변동성의 변화를 성공적으로 설명한다. 또한 실현변동성의 두 가지 구성요소인 연속적 요소와 불연속적 점프요소는 상이한 속성을 갖고 있으며, 이들을 분리하여 모형에 적용하는 것은 미래 실현변동성의 변화를 보다 잘 설명한다. 구체적으로 실현변동성의 이질적 자기회귀모형은 변동성 군집현상, 장기기억속성 등의 실증적 속성을 성공적으로 재생산하며, 외표본을 이용한 예측성과는 이들 모형의 예측성과가 높은 수준이며, 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 적용하는 것이 이점이 있음을 보여준다. 더불어 불규칙적 점프요소가 반영된 HAR-RV-J모형의 예측성과가 대부분의 경우에 다른 모형들에 비하여 우수함을 보여준다. 둘째, 실현왜도와 실현첨도를 모형에 포함시키는 경우 미래 실현변동성에 대한 설명력과 예측성과가 분명하게 개선되는 결과를 보여준다. 즉, 실현왜도와 실현첨도는 기존 모형에서의 설명변수인 과거기간의 실현변동성, 연속적 요소와 불연속적 점프요소와 함께 모형의 설명력과 예측력 개선에 의미 있는 추가적 정보를 제공하는 변수이다. 또 이러한 결과는 변동성 레버리지효과의 포함여부, 하루 중 수익률의 계절성 통제여부 등에 관계없이 나타나는 강건한 결과이다. 본 연구의 결과는 한국주식시장에서 실현변동성을 이용한 이질적 자기회귀모형이 내표본과 외표본 모두에서 미래변동성에 대한 높은 예측성과를 갖는 유용한 모형임을 보여주며 이는 외국시장을 대상으로 한 기존연구와 일관성을 갖는다. 나아가 본 연구의 결과는 하루 중 고빈도 수익률자료로부터 산출된 실현왜도와 실현첨도가 실현변동성을 설명하고 미래변동성을 예측하는데 있어 이질적 자기회귀모형의 새로운 설명변수로 추가적인 정보효과를 가짐을 보여준다. 이는 실현변동성의 설명과 미래기간 예측성과

의 개선을 위해 실현왜도와 실현첨도를 포함하는 이질적 자기회귀모형이 유용하게 이용될 수 있을 보여주는 것으로 학문적 및 실무적 기여도를 갖는다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 다음 장에서는 기존의 실현변동성 측정방법과 개선된 측정방법을 구체적으로 소개한다. III장에서는 본 연구에서 사용한 자료, 기간, 그리고 연구목적에 따라 설정된 실현변동성의 이질적 자기회귀모형들을 제시한다. 그리고 검증목적별로 확인된 실증결과는 IV장에 제시한다. 우선, 검증의 주요 분석대상인 실현변동성의 분포 및 동적 속성에 대한 실증 결과를 제시하고, 다음으로 대표적 실현변동성의 이질적 자기회귀모형들인 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형 각각에 대한 추정 및 예측 결과를 제시한다. 그리고 새로운 설명변수인 실현왜도와 실현첨도를 포함한 HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, HAR-RV-CJ-SK모형 각각에 대한 추정 및 예측성과 개선을 평가한 결과를 설명한다. 이후 변동성 레버리지효과 변수를 추가한 모형들(LHAR-RV-SK모형, LHAR-RV-J-SK모형, LHAR-RV-CJ-SK모형)의 검증결과를 확인한다. V장에서는 관찰된 검증결과를 요약·정리하고 시사점을 제시한다.

II. 실현변동성의 측정과 분해

가격자료의 로그변환된 값($p(t) = \ln P(t)$)은 다음과 같은 확률변동성 점프확산모형을 따르는 것으로 가정한다.

$$dp(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dw(t) + \kappa(t)dq(t) \quad (1)$$

식 (1)에서 $\mu(\cdot)$ 는 평균이고, 확률변동성과정 $\sigma(\cdot)$ 는 양(+)
의 연속적 변동성이고, $w(\cdot)$ 는 표준 브라운 운동이다. $dq(t)$ 는 점프에 대하여 구분이 가능하고, t 시점에 점프가 있는 경우 $dq(t)=1$ 이고, 그렇지 않는 경우는 $dq(t)=0$ 이다. $\kappa(t)$ 는 t 시점에서 점프가 존재하는 경우($dq(t)=1$)의 무작위 점프크기(jump size)를 나타낸다.

거래일(t)의 일중 연속수익률($r_{t,i}$)은 다음과 같이 로그변환된 가격($p(t)$)의 차이에 의하여 산출한다.

$$r_{t,i} = p_{t,i} - p_{t,i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, M, t = 1, 2, \dots, T) \quad (2)$$

식 (2)에서, M 는 t 거래일에서 포함된 일중 관찰치의 숫자이고, T 는 표본기간의 거래일을 나타낸다. 본 연구는 일중 가격자료에서 변동성의 측정오류와 시장미시구조잡음을 경감할 수 있는 5분 단위의 자료를(Anderson and Bollerslev, 1998) 이용하기 때문에, 하루 중 거래자료 숫자는 $M=73$ 이다. 그리고 거래일수는 2004년 1월부터 2014년 6월까지의 $T=2,607$ 거래일이다.

Andersen and Bollerslev (1998), Andersen et al. (2001a, 2001b) 등에서 제안되고 사용된 실현변동성은 일중 수익률의 제곱 값들의 합이다($\sum_{i=1}^M r_{t,i}^2$). 그러나 앞서 언급하였듯이 한국주식시장은 전일($t-1$) 거래장이 마감한 후 익일(t) 거래장이 열리기까지 거래가 없는 시간이 존재한다. 따라서 일중 수익률의 제곱 값들의 합으로 산출되는 실현변동성은 거래가 없는 기간에서 시장변동정보를 반영하지 못하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위하여 Koopman et al.(2005), Andersen et al.(2011), Huang et al.(2013) 등에서 사용된 거래가 없는

시간의 시장변동정보를 반영한 조정된 실현변동성(RV_t)을 다음의 식으로 산출하여 이용한다.

$$RV_t = \sum_{i=1}^M r_{t,i}^2 + r_{t,n}^2 \quad (3)$$

식(3)에서, $r_{t,n}$ 은 전일($t-1$) 종가($P_{t-1,c}$)에서 익일(t) 시가($P_{t,0}$)까지의 거래가 없는 시간에서의 수익률, 즉 $r_{t,n} = \ln P_{t,0} - \ln P_{t-1,c}$ 이다.

수익률의 변동성은 완만하고 매우 느리게 회귀하는 연속적 요소와 매우 낮은 지속성을 갖는 불연속적 점프요소의 결합으로 이루어져 있다. Andersen et al.(2007)에 의하면, 일중 관찰치의 숫자가 증가함($M \rightarrow \infty$)에 따라 수익률의 누적 수익률 과정에 대한 실현변동성은 다음을 만족시킨다.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} RV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds + \sum_{j=1}^{N_t} \kappa_{t,j}^2 \quad (4)$$

식(4)에서, N_t 는 t 시점 내에서 발생한 점프의 숫자이고, $\kappa_{t,j}$ 는 t 시점에서 점프가 존재하는 경우의 무작위 점프크기를 나타낸다. 따라서 실현변동성은 연속적 요소인 통합된 분산의 일정 추정치 $\int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds$ 와 불연속적 부분인 점프요소 $\sum_{j=1}^{N_t} \kappa_{t,j}^2$ 의 결합으로 구성된다.

Barndorff-Nielsen and Shephard(2004, 2006)는 실현된 bipower-변동(RBV)추정치와 실현된 tripower-량(RTQ)추정치를 이용하여 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 비모수적으로 분리하는 방법을 제안하였다. 우선 표준화된 RBV_t 추정치는 다음의 식으로 산출된다.

$$RBV_t = \mu_1^{-2} \frac{M}{M-(k+1)} \sum_{i=k+2}^M |r_{t,i}| |r_{t,i-k-1}| \quad (5)$$

식(5)에서, $\mu_1^{-1} = \sqrt{\pi/2}$ ($\therefore \mu_1^{-2} = \frac{\pi}{2}$)는 표준화 정규분포에서의 평균이고, $M/(M-(k+1))$ 는 표본 숫자의 조정이다.³⁾ Merton (1980)에 의하면, 하루 중에 충분히 잘 정제된 관찰치의 숫자가 증가함에 따라 보다 정확한 변동성 추정치를 만들 수 있지만, 이는 실무적으로 보다 많은 시장 미시구조잡음을 만들어낼 수 있다. 예를 들어, 매수호가와 매도호가 간의 차이, 진실한 정보를 반영하지 못하는 가격, 측정오류, 인위적 음(-)의 시계열상관 등이다. Huang and Tauchen(2005)은 식(6)에서 $k \geq 1$ 인 경우에 인접한 수익률($r_{t,i}, r_{t,i-1}$)간의 곱으로 고빈도 자료에서 야기될 수 있는 시장 미시구조잡음을 경감시킬 수 있음을 보였고, 역시 k 의 선택이 점근적 결과에 영향을 미치지 않는다는 것을 보였다.

$$RBV_t = \mu_1^{-2} \left(\frac{M}{M-2} \right) \sum_{i=3}^M |r_{t,i-2}| |r_{t,i}| \quad (6)$$

그리고 RBV_t 추정치는 하루 중 관측치의 숫자가 증가할 경우에 불연속적 점프요소의 영향이 없는 실현변동성의 연속적 요소의 일정 추정치에 수렴한다.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} RBV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds, \quad (7)$$

따라서 실현변동성의 연속적 요소의 추정치를 식(6)의 RBV_t 추정치를 통하여 측정한 후, 식(3)에서 측정된 실현변동성과 연속적 요소 추정치 간의 차이로 실현변동성의 불연속적 점프요소(J)를 산출한다 [$J_t = RV_t - RBV_t$]. 그리고 실현변동성의 불연속적 점프요소의 비음(-)조건을 만족시키기 위하여 다음과 같이 조정한다.

$$J_t = \max[RV_t - RBV_t, 0] \quad (8)$$

한편, 하루 중 고빈도 수익률 자료로부터 측정된 실현변동성에 불연속적 점프요소가 없음에도 불구하고, 하루 중 수익률의 변동에 기인하여 영(0)이 아닌 작은 양(+의 값을 갖는 관찰치를 변동성의 불연속적 점프요소로 잘못 판단할 수 있기 때문에, Huang and Tauchen(2005), Andersen et al. (2007) 등은 통계적으로 유의한 실현변동성의 불연속적 점프요소를 평가하기 위한 Z -통계량을 제안했다. Z -통계량은 Barndorff-Nielsen and Shephard (2004, 2006)의 연구에서 제안한 RBV 추정치와 RTQ 추정치를 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$Z_t = \frac{(RV_t - RBV_t)RV_t^{-1}}{\sqrt{[(\pi/2)^2 + \pi - 5][1/M] \max(1, RTQ_t/RBV_t^2)}} \rightarrow N(0,1) \quad (9)$$

Huang and Tauchen(2005)의 연구에 근거한

3) Barndorff-Nielsen and Shephard(2004), Andersen et al. (2012, p.77, 주석6)에서 실현변동성에 관련된 산출식에 표기된 정규분포를 따르는 평균(μ_p)에 대한 식은 다음과 같다.

$$\mu_p = E|U|^p = 2^{p/2} [\Gamma(\frac{1}{2}(p+1)) / \Gamma(\frac{1}{2})], \quad U \sim N(0,1)$$

즉, 관련 연구들에서 표기되는 대표적 예들에 대하여 위의 식으로 계산하면, $\mu_1 = \sqrt{2/\pi} = 0.7979$, $\mu_2 = 1$, $\mu_3 = 2\sqrt{2/\pi} = 1.5958$, $\mu_4 = 3$ 등이 된다.

$k \geq 1$ 조건을 적용하면 식(9)에서의 RTQ_t 추정치는 다음과 같다.

$$RTQ_t = [\mu_{4/3}^{-3}] \left[\frac{M^2}{(M-4)} \right] \sum_{i=5}^M |r_{t,i-4}|^{4/3} |r_{t,i-2}|^{4/3} |r_{t,i}|^{4/3} \quad (10)$$

따라서 식(19)의 Z -통계량을 근거로 통계적으로 유의한 변동성의 불연속적 점프요소를 결정한다. 만약, 실현변동성에 불연속적 점프요소가 없다면, Z -통계량으로부터 귀무가설($H_0, J=0$)을 기각하지 못하므로 t 시점에 불연속적 점프요소가 없지만, 반면에 의미 있는 큰 양(+)의 값은 갖는다면 귀무가설을 기각($H_a, J \neq 0$)함에 따라 t 시점에 불연속적 점프요소가 발생한다. 즉, 미리 설정된 유의수준 α 에 대한 임계치($\Phi_{1-\alpha}$)와 식(9)로 계산된 Z -통계량의 비교를 통하여 실현변동성의 유의한 불연속적 점프요소를 평가한다.

$$J_t = I_{[Z_t > \Phi_{1-\alpha}]} (RV_t - RBV_t) \quad (11)$$

식(11)에서 $I_{[Z_t > \Phi_{1-\alpha}]}$ 는 지시함수(indicator function)이다. 예를 들어, $Z_t > \Phi_{1-\alpha}$ 인 경우 (즉, 통계적으로 유의적)는 $I=1$ 이 되고, $J_t = RV_t - RBV_t$ 을 통하여 실현변동성의 불연속적 점프요소를 인정한다. 반면에 $Z_t \leq \Phi_{1-\alpha}$ 의 경우 (즉, 통계적으로 비유의적)는 $I=0$ 이 되고, 통계적으로 의미 없는 $J_t = 0$ 이 된다. 그리고 실현변동성에서 유의한 불연속적 점프요소의 포함여부에 따라 실현변동성의 연속적 요소는 다음과 같이 산출된다.

$$C_t = RV_t - J_t, \quad (12)$$

통계적으로 유의한 변동성의 불연속적 점프요소의 평가를 위해 유의수준(α)의 선택이 필요하다.⁴⁾ 본 연구에서는 Andersen et al.(2007), Byun and Kim(2013) 등의 연구에서 사용된 유의수준을 참고하여 불연속적 점프요소의 평가를 위해 $\alpha=0.001$ 수준(신뢰수준 99.9%)을 이용한다.

한편 앞서 언급하였듯이, 실현변동성의 불연속적 점프요소를 분리하는 방법의 개선을 위해 Andersen et al.(2012)에서 제안한 방법을 사용한다. 불연속적 점프요소를 분해하기 위하여 사용한 Barndorff-Nielsen and Shephard(2004, 2006)의 RBV 추정치는 표본의 빈도 숫자에 높은 관련성을 갖는다. RBV 추정치는 실현변동성의 연속적 요소의 일정 추정치로, 실현변동성의 불연속적 점프요소의 산출 및 통계적 유의성의 Z -통계량, 그리고 RTQ 추정치에 영향을 미친다. 만약, RBV 추정치가 하루 중 고빈도 수익률자료의 빈도 숫자에 높은 관련성을 갖는다면, 자료의 빈도 숫자가 증가함에 따라 RBV 추정치는 시장 미시구조잡음 등의 영향에 기인하여 변동성의 연속적 요소의 일정추정치에 수렴할 수 없다는 문제점을 갖는다(즉, $RBV_t \neq \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds$). 이러한 문제점은 실현변동성에서 RBV 추정치를 뺀 부분으로 결정되는 불연속적 점프요소의 산출과정에 오류를 야기할 수 있다. Andersen et al.(2012)의 연구는 이러한 문제점을 개선할 수 있는 방법으로 조정된 RBV 추정치(= $MedRV$)를 제안하였다. 이들이 제안한 방법을 이용하여 RBV_t 추정치의 식(6), Z -통

4) Huang and Tauchen(2005), Andersen et al.(2007) 등은 유의수준 변화에 따른 불연속적 점프요소의 평가에 대한 영향을 조사하였고, 유의수준의 변화는 기간 내의 유의한 불연속 점프요소의 빈도에 의미 있는 영향을 미치지만, 불연속 점프요소의 표본 평균에는 큰 영향이 없음을 보였다.

계량과 RTQ_t 추정치의 식(9) 등을 다음의 방법으로 조정하였다.

첫째, RBV_t 추정치 대신에 조정된 $MedRV_t$ 추정치를 이용한다.

$$MedRV_t = \frac{\pi}{6 - 4\sqrt{3} + \pi} \left(\frac{M}{M-2} \right) \sum_{i=2}^{M-1} Med(|r_{t,i-1}|, |r_{t,i}|, |r_{t,i+1}|)^2 \quad (13)$$

둘째, RTQ_t 추정치 대신에 조정된 $MedRTQ_t$ 추정치를 이용한다.

$$MedRTQ_t = \frac{3\pi M}{9\pi + 72 - 52\sqrt{3}} \left(\frac{M}{M-2} \right) \sum_{i=2}^{M-1} Med(|r_{t,i-1}|, |r_{t,i}|, |r_{t,i+1}|)^4 \quad (14)$$

셋째, $MedRV_t$ 추정치와 $MedRTQ_t$ 추정치를 반영한 Z_t 통계량은 다음과 같다.

$$Z_t = \frac{(RV_t - MedRV_t)RV_t^{-1}}{\sqrt{[(\pi/2)^2 + \pi - 5][1/M]\max(1, MedRTQ_t/MedRV_t^2)}} \quad (15)$$

따라서 본 연구에서는 실현변동성을 구성하는 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 비모수적 방법에 의하여 분해하는데 있어서, 개선된 식(13)의 $MedRV_t$, 식(15)의 Z -통계량과 식(14)의 $MedRTQ_t$ 를 이용하여, 식(18)의 비음(-)의 조건을 만족하는 불연속적 점프요소를 산출하고, 산출된 점프요소에 대한 통계적 유의성을 평가한다. 그리고 통계적 유의성

평가에 따른 불연속적 점프요소로부터 실현변동성의 연속적 요소는 식(12)에서 산출한다.

III. 표본자료와 실증모형

3.1 자료 및 기간

본 연구에서는 한국주식시장의 대표적 주가지수인 종합주가지수(KOSPI)에 대한 2004년 1월부터 2014년 6월의 10년 6개월 동안 2,607거래일의 일중 5분 단위 수익률 자료(190,179개)를 이용한다.⁵⁾ KOSPI의 일중 고빈도 자료는 한국거래소로부터 구입하였고, 이들 자료로부터 연구목적 및 실증설계에 부합하는 5분 단위 수익률자료를 생성하였다. 거래일에 있어서 일중 5분 단위 수익률자료는 평균적으로 73개이다. 일중 5분 단위 수익률자료는 앞의 II장에서 제시하였듯이 가격간의 로그차분방법에 의하여 산출하였다.

3.2 실현변동성 추정을 위한 이질적 자기회귀모형

본 연구에서는 실증분석에서 확인되는 검증결과와 신뢰성과 견고성을 높이기 위해 다음과 같은 실증설계를 이용한다. 먼저, 시장 미시구조잡음의 영향을 줄이기 위하여(Andersen et al., 2001a, 2001b), KOSPI에 대한 2004년 1월~2014년 6월의 표본기간의 일중 5분 단위 수익률 자료를 이용한다(Merton, 1980). 다음으로, Corsi(2009), Andersen et al. (2007) 등에서 제안된 실현변동성의 이질적 자기회

5) Andersen and Bollerslev(1998)은 시장 미시구조 문제가 존재하는 현실에서 연속적 자료에 근접하는 충분히 짧은 시간간격의 수익률자료를 이용함으로써 시장 미시구조잡음의 영향을 축소할 수 있음을 보여준다.

귀모형(HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형)을 비교기준으로 설정하고, 내표본과 외표본 모두에 있어서 이들 모형의 속성들을 체계적으로 관찰한다. 또한 Andersen et al.(2001b), Corsi and Reno(2012), Byun and Kim(2013) 등의 연구에서 고려된 변동성 레버리지효과의 설명변수를 함께 고려하여 분석한다.⁶⁾ 그리고 Wood et al.(1985) 등의 연구에서 보인 일중 수익률의 개장 시점과 폐장 시점에 변동성에 높아지는 U자 형태 계절성 효과를 통제한다. 즉, 본 연구에서 새롭게 도입하는 실현왜도와 실현침도로부터의 미래 변동성 예측능력 개선이 변동성 레버리지효과, 일중 수익률의 계절성 등을 반영한 경우에도 강건한 결과인지를 확인한다.

먼저, KOSPI 수익률자료를 이용한 실현변동성 이질적 자기회귀모형의 추정과 미래 실현변동성의 예측을 위한 모형은, Corsi(2009)에 의하여 제안된 표준 HAR-RV모형과 Andersen et al.(2007)의 HAR-RV-J모형 및 HAR-RV-CJ모형의 3가지이다. Corsi (2009)는 Muller et al.(1993)에 의하여 제안된 시장참여자들 간의 이질성의 존재를 인식한 이질적 시장가설에 근거를 두고, 미래 실현변동성이 과거 상이한 기간에 걸쳐 지체된 실현변동성의 선형함수로 표현되는 HAR-RV모형을 제안하였다. 즉, 투자기간의 상이함으로부터 발생하는 시장참여

자들의 이질성을 실현변동성의 선형 자기회귀모형으로 고안한 것이다. 다양한 기간의 실현변동성 간의 비교 관찰을 위하여 다기간의 실현변동성은 단일기간 실현변동성의 합으로 표준화한다.

$$RV_{t-h,t} = \frac{1}{h}[RV_{t-1} + RV_{t-2} + \dots + RV_{t-h}] \quad (16)$$

식(16)에서 RV_t 는 식(3)에 따라 거래가 없는 시간의 시장변동정보를 반영하고, 하루 중 고빈도 수익률자료의 제공에 대한 합으로 산출된 조정된 t 거래일의 실현변동성이다. h 는 기간길이를 나타낸다. 즉, $RV_{t-h,t}$ 은 과거기간 $t-h$ 시점에서 검증 t 시점까지의 기간에 대한 실현변동성을 나타낸다. 이후 실현변동성 첨자 표기 및 이를 이용한 다양한 모형들의 표기 간소화를 위하여 $RV_{t-h} \equiv RV_{t-h,t}$ 으로 표시한다. 본 연구에서 과거기간의 상이한 기간설정 은 기존연구들에 따라 일별(d), 주별(w), 월별(m)의 기간길이를 각각 $h=1$, $h=5$, $h=22$ 로 설정한다. 따라서 식(16)에 근거한 3가지 실현변동성은 다음과 같다: $RV_{t-d} = RV_{t-1}$, $RV_{t-w} = \frac{1}{5}[RV_{t-1} + RV_{t-2} + \dots + RV_{t-5}]$, $RV_{t-m} = \frac{1}{22}[RV_{t-1} + RV_{t-2} + \dots + RV_{t-22}]$.

6) Busch et al.(2011), Byun and Kim(2013) 등에서 사용된 내재변동성은 본 연구에서는 설명변수로 포함하지 않는다. 이유는 다음과 같다. 첫째, Busch et al.(2011)는 콜옵션가격으로부터 만기일기준 월단위의 내재변동성을 산출한 후, 월단위의 실현변동성 이질적 자기회귀모형의 검증과정을 수행했다. 그러나 본 연구에서는 일별, 주별, 월별의 3가지 예측기간을 검증과정에서 설정하므로 이를 이용할 수 없다. 둘째, Byun and Kim(2013)은 S&P 500 시장지수를 대상으로 CBOE에서 제공하는 S&P 500에 대한 일별 VIX를 내재변동성 자료로 이용했다. 그러나 본 연구에서는 지수옵션의 기초자산인 KOSPI 200이 아닌, KOSPI를 대상으로 하기 때문에 KOSPI 200 옵션으로부터의 일별 내재변동성을 사용하기가 용이하지 않다. 셋째, Busch et al.(2011), Byun and Kim(2013) 등의 연구에서 실현변동성 이질적 자기회귀모형의 새로운 설명변수로 내재변동성을 포함하였을 때, 기존모형에서의 주요 설명변수들의 회귀계수에 큰 변화가 야기된다. 즉, 내재변동성은 실현변동성의 설명력과 예측성고를 개선하는 새로운 설명변수로서의 역할보다는 실현변동성의 다른 대체적 측정치로서의 역할을 할 수 있기 때문에 모형의 해석, 더욱이 추가된 새로운 설명변수로부터의 개선을 명확히 평가할 수 없는 어려움이 있다. 다음으로 기존연구에서 Huang et al.(2013) 등에서 사용한 모멘텀효과는 본 연구에서 설명변수로 포함하지 않는다. Huang et al.(2013)는 중국시장을 대상으로 이질적 자기회귀모형의 예측성과 개선을 위한 새로운 설명변수로 Jegadeesh and Titman(1993)의 모멘텀 변수를 도입하였고, 그 유용성을 실증적으로 제시하였다. 하지만 국내연구에서 모멘텀의 유용성을 확인하기 어려우며, 특히 Chui et al.(2010)은 한국주식시장에 모멘텀의 유용성이 없다는 실증적 증거를 제시하고 있다.

앞의 식에 의하여 생성된 각 과거기간의 지체된 실현변동성으로부터 미래 실현변동성의 예측을 위하여 설정한 HAR-RV모형은 다음과 같다.

$$RV_{t+h} = \alpha + \beta_D RV_{t-d} + \beta_W RV_{t-w} + \beta_M RV_{t-m} + \epsilon_{t+h} \quad (17)$$

식(17)에서, RV_{t+h} 는 미래 예측기간 h 에 대한 실현변동성으로, 본 연구는 미래 실현변동성의 예측능력을 평가하기 위하여 기존연구들에서와 같이 일별, 주별, 월별의 3가지 예측기간에 대한 각각의 검증결과를 비교 관찰한다.

실현변동성의 추정치는 Andersen and Bollerslev (1998)의 연구에서 제안한 실현분산(RV_t), 실현표준편차($RV_t^{1/2}$), 로그변환 실현표준편차($\ln(RV_t^{1/2})$)의 3가지를 이용한다. 추정치들에 대한 기초통계분석의 결과에 의하면, 실현분산과 실현표준편차는 로그정규분포의 속성에 근접하고, 로그변환 실현표준편차는 정규성에 매우 근접한 속성을 갖는다. 즉, 실현변동성의 추정치들 간에 상이한 분포 속성을 갖기 때문에, 관찰결과의 강건성을 위하여 이들 추정치들에 대한 각각의 HAR-RV모형의 검증을 수행한다. 즉, 식(3)에 의하여 산출된 실현분산을 식(17)의 HAR-RV모형에 적용하였고, 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차에 대한 HAR-RV모형은 다음과 같다.

$$RV_{t+h}^{1/2} = \alpha + \beta_D RV_{t-d}^{1/2} + \beta_W RV_{t-w}^{1/2} + \beta_M RV_{t-m}^{1/2} + \epsilon_{t+h} \quad (18)$$

$$\ln(RV_{t+h}^{1/2}) = \alpha + \beta_D \ln(RV_{t-d}^{1/2}) + \beta_W \ln(RV_{t-w}^{1/2}) + \beta_M \ln(RV_{t-m}^{1/2}) + \epsilon_{t+h} \quad (19)$$

Andersen et al.(2007)은 실현변동성을 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소로 분해하고, 이들을 이질적 자기회귀모형에 분리 적용 및 확장하였다. 즉, 변동성은 완만하고 매우 느리게 회귀하는 연속적 요소와 매우 낮은 지속성을 갖는 불연속적 점프요소의 상이한 속성을 갖는 두가지 구성요소의 결합이다. 따라서 다른 속성을 갖는 두가지 요소를 분리하여 Corsi(2009)의 HAR-RV모형에 적용하였고, 이를 통해 보다 개선된 성과를 실현할 수 있다는 것을 보였다. 이들이 제안한 HAR-RV-J모형과 HAR-RV-CJ모형은 다음과 같다.

$$RV_{t+h} = \alpha + \beta_D RV_{t-d} + \beta_W RV_{t-w} + \beta_M RV_{t-m} + \beta_D^{(J)} J_{t-d} + \epsilon_{t+h} \quad (20)$$

$$RV_{t+h} = \alpha + \beta_D^{(C)} C_{t-d} + \beta_W^{(C)} C_{t-w} + \beta_M^{(C)} C_{t-m} + \beta_D^{(J)} J_{t-d} + \beta_W^{(J)} J_{t-w} + \beta_M^{(J)} J_{t-m} + \epsilon_{t+h} \quad (21)$$

식(20)은 HAR-RV모형에 유의한 불연속적 점프요소(J_{t-d})를 반영한 HAR-RV-J모형이고, 식(21)은 실현변동성을 연속적 요소($C_{t-d}, C_{t-w}, C_{t-m}$)와 불연속적 점프요소($J_{t-d}, J_{t-w}, J_{t-m}$)로 분리 적용한 HAR-RV-CJ모형이다. 두 가지 확장된 이질적 자기회귀모형은 앞의 HAR-RV모형과 동일한 검증과정의 설정을 하였다. 즉, 첫째, 미래 변동성의 예측기간에 따라 일별, 주별, 월별의 3가지 기간길이를 설정한다. 즉, $C_{t-h} = \frac{1}{h} \sum_{k=1}^h C_{t-k}$ 과 $J_{t-h} = \frac{1}{h} \sum_{k=1}^h J_{t-k}$. 둘째, 실현변동성의 3가지 측정치인 실현분산, 실현표준편차, 로그변환 실현표준편차에 대한 연속적 요소($C_t, C_t^{1/2}, \log(C_t^{1/2})$)와 불

연속적 점프요소($J_t, J_t^{1/2}, \log(1+J_t^{1/2})$)를 사용한 다.⁷⁾ 언급된 모든 실현변동성의 이질적 자기회귀모형은 Newey-West (1987)의 방법으로 이분산성과 시계열상관관계가 조정된 회귀계수를 추정한다.

다음으로, 실현왜도(S)와 실현첨도(K)를 이질적 자기회귀모형의 새로운 설명변수로 포함하고, 이로부터 모형의 예측능력 개선에서 새로운 설명변수가 미래 변동성의 예측을 위한 추가적 정보를 갖는지를 확인한다. 본 연구에서 제안한 새로운 설명변수인 실현왜도(S_t)와 실현첨도(K_t)는 Amaya et al.(2013)에서 사용된 방법으로 각각 다음과 같이 산출한다.

$$S_t = [\sqrt{M} \sum_{i=1}^M r_{i,t}^3] / RV_t^{3/2} \quad (22)$$

$$K_t = [M \sum_{i=1}^M r_{i,t}^4] / RV_t^2 \quad (23)$$

식(22)와 (23)에서 M 은 일중 고빈도 수익률의 자료 숫자로, 평균 $M=73$ 개이다. 한편, 실현왜도는 일중 수익률자료에서 매우 좁은 범위에서 양(+)/음(-)의 값을 갖기 때문에 검증과정에서 보다 분명한 속성 반영을 위하여 CBOE(Chicago Board Exchange)에서 소개한 왜도지수(Skew Index)의 산출방법, 즉 $S_t^* = 100 - 10 \times S_t$ 에 의하여 조정된 실현왜도(S^*)를 이용한다.⁸⁾ 이에 따라 실현왜도와 실현첨도를 새

로운 설명변수로 포함한 실현변동성의 이질적 자기회귀모형은 다음과 같다.

$$RV_{t+h} = \alpha + \beta_D RV_{t-d} + \beta_W RV_{t-w} + \beta_M RV_{t-m} + \gamma_D^{(S)} S_t + \gamma_D^{(K)} K_t + \epsilon_{t+h} \quad (24)$$

$$RV_{t+h} = \alpha + \beta_D RV_{t-d} + \beta_W RV_{t-w} + \beta_M RV_{t-m} + \beta_D^{(J)} J_{t-d} + \gamma_D^{(S)} S_t + \gamma_D^{(K)} K_t + \epsilon_{t+h} \quad (25)$$

$$RV_{t+h} = \alpha + \beta_D^{(C)} C_{t-d} + \beta_W^{(C)} C_{t-w} + \beta_M^{(C)} C_{t-m} + \beta_D^{(J)} J_{t-d} + \beta_W^{(J)} J_{t-w} + \beta_M^{(J)} J_{t-m} + \gamma_D^{(S)} S_t + \gamma_D^{(K)} K_t + \epsilon_{t+h} \quad (26)$$

여기서, 식(24)는 Corsi(2009)의 HAR-RV모형 [식(17)]에 실현왜도와 실현첨도를 반영한 HAR-RV-SK모형이고, 식(25)와 식(26)은 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소에 대한 Andersen et al.(2007)의 확장된 HAR-RV-J모형[식(20)]과 HAR-RV-CJ모형[식(21)]에 각각 실현왜도와 실현첨도를 반영한 HAR-RV-J-SK모형과 HAR-RV-CJ-SK모형이다.

한편, 본 연구는 새로운 설명변수인 실현왜도와 실현첨도에 대한 검증결과의 강건성을 확인하기 위하여 변동성 레버리지효과와 일중 수익률의 계절성을 고려한다. 먼저, 변동성 레버리지 효과의 고려이다.

7) 본 연구는 Andersen et al.(2007)의 연구에 근거하여, 실현변동성의 2가지 구성요소인 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리한다. 즉, Z-통계량에 따라 통계적으로 유의한 불연속적 점프요소는 양(+의 값을 갖는 반면에 비유의한 경우는 영(0)의 값을 갖는다. 그리고 3가지 실현변동성 측정치인 분산, 표준편차, 표준편차 로그변환값 각각에 대한 이질적 자기회귀모형의 검증을 한다. 여기서 통계적으로 비유의한 불연속적 점프요소의 값(0)을 로그변환할 수 없기 때문에, 기존연구에서와 같이, 우리는 1의 조정 숫자를 더한 후에 로그변환하는 방법을 사용한다.

8) 본 연구에서 매우 작은 범위에서 음(-)의 값을 갖는 실현왜도에 대한 조정방법으로 CBOE에서 소개한 왜도지수(웹사이트, <http://www.cboe.com/micro/skew/introduction.aspx>)의 산출방법을 이용한다. 즉, $S_t^* = 100 - 10 \times S_t$. 여기서, 조정된 실현왜도(S_t^*)는 100을 기준으로, 음(-)의 실현왜도는 100보다 큰 값을, 양(+의 실현왜도는 100보다 작은 값을 갖는다. 논문의 표기 간소화를 위하여 $S_t \equiv S_t^*$ 동일하게 표기한다.

이를 위해 과거기간의 상이한 기간에 대한 음(-)의 수익률을 실현왜도와 실현첨도가 반영된 식 (24)~(26)의 이질적 자기회귀모형에 추가적으로 함께 고려한다. 여기서 과거기간의 일별, 주별, 월별 각각에 대한 음(-)의 수익률은 다음의 방법으로 산출한다.

$$r_{t-h}^{(-)} = \min[(r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-h}), 0] \quad (27)$$

그리고 식(27)에 의하여 생성된 상이한 기간의 변동성 레버리지효과에 대한 음(-)의 수익률은 실현왜도와 실현첨도가 반영된 이질적 자기회귀모형에 다음과 같이 추가된다.

$$\begin{aligned} RV_{t+h} = & \alpha + \beta_D RV_{t-d} + \beta_W RV_{t-w} + \beta_M RV_{t-m} \\ & + \gamma_D^{(S)} S_t + \gamma_D^{(K)} K_t + \lambda_D r_{t-d}^{(-)} + \lambda_W r_{t-w}^{(-)} \\ & + \lambda_M r_{t-m}^{(-)} + \epsilon_{t+h} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} RV_{t+h} = & \alpha + \beta_D RV_{t-d} + \beta_W RV_{t-w} + \beta_M RV_{t-m} \\ & + \beta_D^{(J)} J_{t-d} + \gamma_D^{(S)} S_t + \gamma_D^{(K)} K_t + \lambda_D r_{t-d}^{(-)} \\ & + \lambda_W r_{t-w}^{(-)} + \lambda_M r_{t-m}^{(-)} + \epsilon_{t+h} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} RV_{t+h} = & \alpha + \beta_D^{(C)} C_{t-d} + \beta_W^{(C)} C_{t-w} + \beta_M^{(C)} C_{t-m} \\ & + \beta_D^{(J)} J_{t-d} + \beta_W^{(J)} J_{t-w} + \beta_M^{(J)} J_{t-m} + \gamma_D^{(S)} S_t \\ & + \gamma_D^{(K)} K_t + \lambda_D r_{t-d}^{(-)} + \lambda_W r_{t-w}^{(-)} \\ & + \lambda_M r_{t-m}^{(-)} + \epsilon_{t+h} \end{aligned} \quad (30)$$

식(28)은 LHAR-RV-SK모형, 식 (29)와 (30)은 LHAR-RV-J-SK모형과 LHAR-RV-CJ-SK모형으로 부르기로 한다. 다음으로, 하루 중 수익률 변동성의 계절성 효과를 통제한다. 하루 중 고빈도 수익률자료에서 일반적으로 관찰되는 개장 시점과 폐장 시점의 높은 변동성으로 인한 U자 형태의 계절성이

본 연구에서 설계한 검증모형 및 그 결과에 영향을 미칠 수 있다. 따라서 우리는 일중 수익률 변동성의 계절성 효과가 미치는 영향을 통제하기 위하여, 하루 중 거래시간들에서 시작 시점 이후 30분(09:01~09:30)과 끝 시점 이전 30분(14:30~15:00)의 자료를 제외한 자료(09:31~14:29)를 이용하여, 앞에서 제시한 식(26)~(26)의 실현왜도와 실현첨도를 반영한 HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, HAR-RV-CJ-SK모형으로부터 동일한 검증과정에서 관찰된 결과를 통하여 강건성을 확인한다.

IV. 실증결과

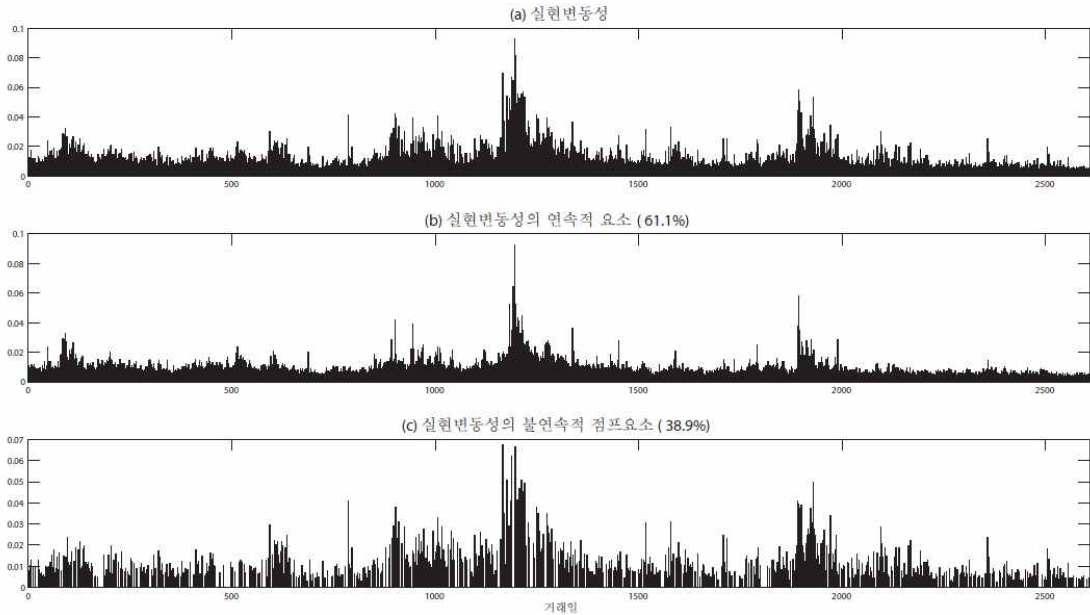
본 장에서는 앞에서 설정한 연구목적 및 실증설계에 따라 관찰된 검증결과를 제시한다.

4.1 실현변동성의 분포특성과 기초통계량

본 절에서는 실현변동성과 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소 등의 자료들에 대한 분포 및 동적 속성을 분석한 결과를 제시한다. 실현분산, 실현표준편차, 로그변환 실현표준편차 각각에 대한 분석을 하였지만, 지면관계로 실현변동성의 속성에서 분명한 차이를 보이는 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차의 2가지를 중심으로 검증결과를 제시한다.

먼저, 실현표준편차의 2004년 1월부터 2014년 6월까지 2,607거래일에 대한 시계열 추이를 <그림 1>에 제시하였다.

<그림 1>에서, (a) 실현변동성, (b) 실현변동성의 연속적 요소, (c) 실현변동성의 불연속적 점프요소



그림은 전체기간에 있어서 실현표준편차를 이용하여, (a) 실현변동성, (b) 실현변동성의 연속적 요소, (c) 실현변동성의 불연속적 점프요소의 시계열추이를 나타낸 것이다. 괄호 속의 값은 총 분석자료들 중에서 통계적으로 유의한 불연속적 점프요소 비율과 이를 차감한 연속적 요소의 비율을 나타낸다.

〈그림 1〉 실현변동성과 분해된 구성요소들의 시계열 추이: 실현표준편차 이용

의 3가지 자료의 시계열 추이를 나타낸다. 〈그림 1〉의 (c)에서 통계적으로 유의한 실현변동성의 불연속적 점프요소는 Andersen et al. (2012)의 개선된 방법을 이용하여 계산하였고 그 비율은 38.9%이다.⁹⁾ 그리고 나머지 비율(61.1%)의 자료 숫자가 실현변동성의 연속적 요소(〈그림 1〉의 (b))가 된다. 검증결과에 의하면, 실현변동성은 금융시계열자료에 있어서 잘 알려진 변동성 군집현상을 시각적으로 쉽게 확인할 수 있다. 특히 2008년 9월 15일 이후 본격화된 미국 신용위기의 영향권 기간에 높은 실현변

동성들이 군집되어 있다. 또한 동일한 기간에서 높은 불연속적 점프요소를 확인할 수 있다. 이러한 시계열 추이에서 큰 실현변동성의 많은 부분들이 불연속적 점프요소에 관련된 것을 확인할 수 있다.

한편 실현변동성에 대한 보다 구체적인 분포 속성은 〈표 1〉과 〈그림 2〉의 검증결과를 통하여 확인된다. 〈표 1〉은 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차에 대한 변동성, 연속적 요소, 불연속적 점프요소의 3가지 자료들의 기초통계량 검증결과이다. 표에서 실현표준편차에 비교하여 로그변환 실현표준편차

9) 본 연구는 Andersen et al.(2012)의 개선된 방법으로 실현변동성의 불연속적 점프요소를 분리하지만, Andersen et al.(2007)의 기준방법에 의하면 유의하지 않은 불연속적 점프요소는 42.12%이다. Huang and Tauchen(2005)은 유의수준(α)의 선택이 불연속적 점프요소의 빈도에는 민감한 영향을 미치지만, 불연속적 점프요소의 표본평균에는 큰 영향이 없음을 제시했다. 따라서 본 연구에서도 기존연구에서와 같이 유의수준 $\alpha=0.1\%$ 를 선택하여 사용했다.

〈표 1〉 실현변동성 측정치들에 대한 기초 통계량

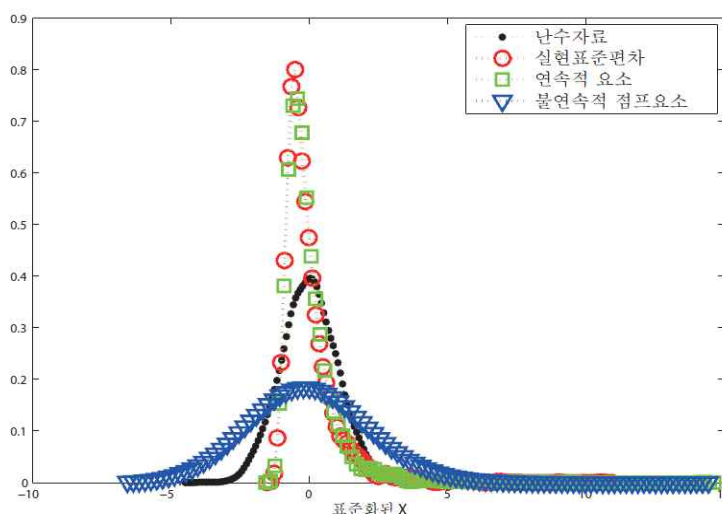
표는 실현변동성과 분해된 연속적 요소와 불연속적 점프요소 각각의 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차에 대한 기초 통계량과 상관관계 결과를 제시한다. 패널 A는 평균, 분산, 왜도, 첨도, 그리고 분포적 속성에 대한 최댓값, 95% 위치값, 중위수, 5% 위치값, 최솟값을 제시한다. 또한 자료의 동적 속성에 대한 자기상관관계의 Ljung-Box 통계량을 함께 표시하였다. 패널 B는 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차 각각에 대한 실현변동성, 실현변동성의 연속적 요소, 실현변동성의 불연속적 점프 요소 간의 상관관계 분석결과를 나타낸다.

	실현변동성		연속적 요소		불연속적 점프요소	
	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$C^{1/2}$	$\ln(C^{1/2})$	$J^{1/2}$	$\ln(1+J^{1/2})$
패널 A: 기초통계량						
평균	0.0118	-4.5780	0.0095	-9.5666	0.0044	0.0001
표준편차	0.0077	0.4995	0.0058	0.9301	0.0074	0.0002
왜도	3.2086	0.6412	4.0741	0.6643	2.6118	9.1653
첨도	20.03	3.66	34.87	4.07	13.44	124.35
최댓값	0.0927	-2.3782	0.0927	-4.7564	0.0673	0.0045
95% 분위수	0.0253	-3.6776	0.0187	-7.9535	0.0187	0.0003
중위수	0.0097	-4.6348	0.0080	-9.6612	0.0000	0.0000
5% 분위수	0.0049	-5.3127	0.0042	-10.9280	0.0000	0.0000
최솟값	0.0031	-5.7843	0.0026	-11.9406	0.0000	0.0000
Ljung-Box	17887.5	19427.4	19225.3	22260.3	938.8	1617.1
패널 B: 상관관계						
	실현표준편차			로그변환 실현표준편차		
	$RV^{1/2}$	$C^{1/2}$	$J^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$\ln(C^{1/2})$	$\ln(1+J^{1/2})$
실현변동성	1			1		
연속적 요소	80.59%	1		79.25%	1	
점프요소	65.80%	10.56%	1	53.17%	21.43%	1

의 기초통계량이 보다 정규분포에 근접한다는 것을 알 수 있다. 특히 왜도와 첨도의 비교에서 분명해진다. 다소 상이한 결과를 보이는 실현변동성의 불연속적 점프요소는 통계적으로 비유의한 불연속적 점프요소(0의 값을 갖는 자료)의 시계열자료를 로그변환할 때 조정과정에서 1을 더한 것에 기인한 것이

다.¹⁰⁾ 한편, 실현변동성을 구성하는 요소들간의 분포 속성을 시각적으로 확인하기 위하여 〈그림 2〉에서와 같이 커널추정법(kernel density estimation method)을 이용하여 표준화된 실현변동성(○), 실현변동성의 연속적 요소(□), 실현변동성의 불연속적 점프요소(▽)의 3가지 측정치에 대한 분포를 제

10) 분리된 불연속적 점프요소의 표준편차 로그변환값을 실현변동성으로 이용할 때, 1의 조정 숫자들 더한 후에 로그변환한다. 그런데, 만약, 1의 조정 숫자를 사용하지 않고, 비유의한 불연속적 점프요소(0)를 자료에서 제외한다면, 통계적으로 유의한 불연속적 점프요소만의 표준편차 로그변환값의 왜도와 첨도는 각각 0.34와 2.94으로 정규성에 매우 근접한다. 즉, 다른 측정치로부터 관찰된 검증결과와 일관된다. 따라서 〈표 1〉에 제시된 불연속적 점프요소의 높은 왜도와 첨도는 1의 조정숫자를 사용한 것에 기인한다.



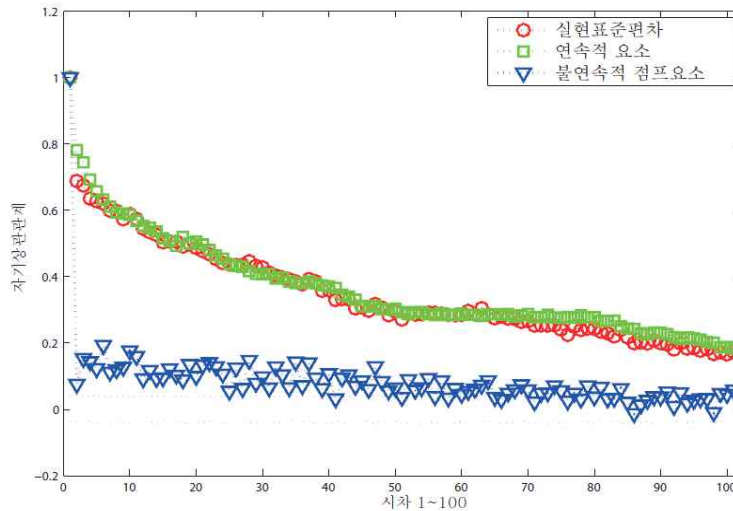
그림은 실현표준편차에 대한 분포적 속성을 시각적으로 관찰하기 위하여, 표준화된 실현변동성(○), 실현변동성의 연속적 요소(□), 실현변동성의 불연속적 점프요소(▽)의 3가지 측정치를 이용한 커널추정법으로부터 도출한 빈도분포를 나타낸다. 비교기준으로 표준정규분포를 따르는 난수자료(●)로부터의 빈도분포를 함께 표시하였다.

〈그림 2〉 실현변동성의 분포 속성: 실현표준편차 이용

시하였다. 관찰결과에 의하면, 연속적 요소와 불연속적 점프요소 간에 분명한 분포 속성의 차이가 존재하고, 2가지 구성요소들 중에서 연속적 요소가 전체 실현변동성에 매우 유사한 분포 속성을 가짐을 확인할 수 있다.

다음으로, 실현변동성의 동적 속성을 확인하기 위하여, 〈표 1〉패널 A의 Ljung-Box통계량과 〈그림 3〉의 자기상관관계 Correlogram 그래프를 관찰한다. Ljung-Box통계량에 의하면, 실현변동성과 각 구성요소들은 통계적으로 유의한 높은 시계열 지속성을 갖는다는 것을 알 수 있다. 즉, 기존연구에서와 같이 시차 22에 대하여 산출된 Ljung-Box통계량은 매우 큰 값을 갖는다. 실현변동성의 연속적 요소에 대한 Ljung-Box통계량이 불연속적 점프요소에 비교하여 현저히 높은 값을 갖는다. 이는 Andersen et

al.(2007)에서 확인되었듯이 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소 간에 상이한 동적 속성이 존재한다는 것을 의미하고, 또한 실현변동성의 불연속적 점프요소는 연속적 요소에 비교하여 현저히 낮은 지속성으로 예측이 어렵다는 것을 나타낸다. 이러한 점은 〈그림 3〉의 자기상관관계 Correlogram 그래프에서 분명하게 확인된다. 그래프에서 실현변동성과 실현변동성의 연속적 요소는 각각 0.69와 0.78에서 시작하여 자기상관관계의 100번째 시차에서 각각 0.17과 0.18의 매우 천천히 감소하는 시계열 지속성을 나타낸다. 반면에 실현변동성의 불연속적 점프요소는 연속적 요소와 대조적으로 자기상관관계의 100번째 시차까지 0.08~0.06의 매우 작고 좁은 범위에 있다는 것을 확인할 수 있다. 〈표 1〉에서 확인된 Ljung-Box통계량의 관찰결과에서 실현변동성



그림은 실현표준편차에 대한 동적 속성을 시각적으로 관찰하기 위하여 실현변동성(○), 실현변동성의 연속적 요소(□), 실현변동성의 불연속적 점프요소(▽)의 3가지 측정치에 대한 자기상관관계의 Correlogram 그래프를 나타낸 것이다. X축은 시차 1에서 시차 100까지를 표시하였고, 점선은 유의성 평가에 대한 이론적 기준선이다.

〈그림 3〉 실현변동성의 동적 속성: 실현표준편차 이용

의 불연속적 점프요소는 실현변동성과 실현변동성의 연속적 요소의 Ljung-Box통계량 크기에 비교하여 5% ($J^{1/2}$)와 8% ($\ln(J^{1/2})$)수준에 불과하다. 또한 〈표 1〉의 패널 B의 상관관계 결과에서, 실현변동성에서 분리된 연속적 요소는 전체 실현변동성에 80%수준의 높은 상관관계 값을 갖는 반면에, 실현변동성의 연속적 요소는 분리된 실현변동성의 불연속적 점프요소에 대하여 10%~21%의 낮은 수준의 관련성을 갖는다.

〈표 1〉, 〈그림 1〉, 〈그림 2〉, 〈그림 3〉에서 실현변동성을 구성하는 연속적 요소와 불연속적 점프요소가 차별적인 분포 및 동적 속성을 가진다는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 Andersen et al. (2007) 등에서 보인 것과 같이 실현변동성을 연속적 요소와 불연속적 점프요소로 분리하여 이질적 자

기회귀모형에 적용하는 방법에 대한 긍정적 증거이다. 또한 이는 Andersen and Bollerslev(1998), Andersen et al.(2001a, 2001b), Corsi(2009), 그리고 Andersen et al.(2007) 등의 연구에서 확인된 결과와 다르지 않다.

4.2 실현변동성의 이질적 자기회귀모형 추정

본 절에서는 Corsi(2009), Andersen et al.(2007) 등에서 제안된 이질적 자기회귀모형인 HAR-RV모형, 그리고 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리 확장한 모형인 HAR-RV-J모형과 HAR-RV-CJ모형 각각에 대한 검증결과를 〈표 2〉에 제시하였다. 표의 구성에서, 열은 모형의 종속변수인 미래기간 일별, 주별, 월별의 3가지 실현변동성에 대한 구분이

고, 행은 모형의 독립변수인 과거기간의 일별, 주별, 월별에 대한 실현변동성, 실현변동성의 연속적 요소, 실현변동성의 불연속적 점프요소의 3가지에 대한 구분이다. 그리고 실현변동성 추정치는 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차로 구분 제시하였다. 표의 패널 A는 HAR-RV모형, 패널 B는 HAR-RV-J모형, 패널 C는 HAR-RV-CJ모형의 결과이다. 표에서 괄호 안의 t 값은 잔차의 자기상관성과 이분산성을 Newey-West(1987)의 방법으로 조정한 값이다.

패널 A에 제시한 Corsi(2009)의 HAR-RV모형에 대한 결과를 보면, 일별과 주별의 예측기간 실현변동성에 있어서 독립변수인 과거기간의 일별, 주별, 월별 실현변동성의 모든 회귀계수는 1% 수준에서 유의한 양(+)¹⁾의 값을 갖는다. 하지만 월별 예측기간의 경우 회귀계수는 모두가 통계적으로 유의하지는 않으며, 실현표준편차의 경우 주별 실현변동성, 로그변환 실현표준편차의 경우 주별과 월별 변동성만 유의하다. 조정된 R^2 는 58.90%~75.40%의 범위에 있어 미래 실현변동성의 예측에 있어서 과거기간의 실현변동성의 선형회귀식인 HAR-RV모형이 높은 설명력을 가짐을 보여준다. 3가지 예측기간들 중에서 주별에 대한 설명력이 가장 높은 75.40%를 갖고, 로그변환 실현표준편차에 의한 실현변동성의 설명력이 실현표준편차에 비교하여 다소 높다. 이는 <표 1>에서 확인하였듯이 실현표준편차에 비교하여 로그변환 실현표준편차가 보다 정규성에 근접하고, 이러한 속성이 회귀분석의 추정과정에 영향을 미친 것으로 볼 수 있다.

패널 B는 실현변동성의 불연속적 점프요소를 반영한 Andersen et al.(2007)의 HAR-RV-J모형에 대한 검증결과이다. 검증결과를 보면 HAR-RV모형에 실현변동성의 불연속적 점프요소를 새로운 설명변수로 추가하였지만, 모형의 기존 설명변수들

인 과거기간의 일별, 주별, 월별 실현변동성에 대한 회귀계수는 앞의 HAR-RV모형으로부터 확인된 유의한 양(+)²⁾의 회귀계수 결과와 동일하다. 그리고 분리된 실현변동성의 불연속적 점프요소에 대한 회귀계수는 예측기간의 길이에 관계없이 유의한 음(-)³⁾의 값을 갖는다. 이는 미래기간의 실현변동성은 과거기간에 실현변동성에 대하여 높은 지속성을 갖지만, 실현변동성의 단기 불연속적 점프요소에 대해서는 반대로 감소한다는 것을 의미한다. 조정된 R^2 를 보면 HAR-RV-J모형의 설명력은 60.45%~77.29%의 범위에 있고, 앞의 HAR-RV모형의 설명력과 비교하면 최소 0.3%에서 최대 3.24%의 설명력이 증가하여 불연속적 점프요소가 미래 실현변동성에 대한 설명력을 개선하는 추가적 정보를 포함하고 있다는 것을 나타낸다.

패널 C는 분리된 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 이질적 자기회귀모형에 함께 적용한 Andersen et al.(2007)의 HAR-RV-CJ모형에 대한 검증결과이다. 결과는 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 함께 적용하였을 때, 앞의 HAR-RV모형에서 확인된 미래 실현변동성에 대한 설명력은 대부분 실현변동성의 연속적 요소에 기인했음을 보여준다. 즉, 실현변동성의 연속적 요소는 앞의 HAR-RV모형에서 확인된 것과 유사하게 회귀계수는 대부분 유의한 양(+)⁴⁾의 값을 갖지만, 실현변동성의 불연속적 점프요소는 대부분 유의하지 않고, 유의한 경우는 양(+)⁵⁾의 값으로 부호가 변했다. 이러한 결과는 <표 1>과 <그림 3>에서 확인하였듯이, 연속적 요소는 전체 실현변동성과 매우 높은 상관관계를 갖고, 높은 시계열 지속성을 갖는 반면에, 불연속적 점프요소는 실현변동성의 연속적 요소와 낮은 상관관계를 갖고, 더욱이 시계열 지속성을 갖지 않는다는 것에서 가능한 이유를 찾을 수 있다. 조정된 R^2 에 의

〈표 2〉 실현변동성-이질적 자기회귀모형별 검증결과

표는 2004년 1월부터 2014년 6월의 기간에 실현변동성 이질적 자기회귀모형에 대한 시계열 회귀분석결과이다. 표의 열은 모형의 종속변수인 일별, 주별, 월별의 3가지 예측기간으로 구분하고, 표의 행은 모형의 독립변수인 과거기간에 지체된 일별, 주별, 월별 실현변동성, 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소로 구분하였다. 그리고 검증결과는 실현 표준편차와 로그변환 실현표준편차로 구분 제시하였다. 패널 A는 HAR-RV모형, 패널 B는 HAR-RV-J모형, 그리고 패널 C는 HAR-RV-CJ모형에 대한 결과이다. 괄호 속의 t 값은 잔차의 자기상관성과 이분산성을 Newey-West(1987)의 방법으로 조정한 표준오차로부터 계산하였다. 그리고 위첨자 'a', 'b', 'c'는 각각 유의수준 '1%', '5%', '10%'에서 유의한 결과를 표시한 것이다. 각 모형의 회귀적 관계에 대한 통계적 유의성은 F-통계량으로 표시하였고, 제시된 모든 결과는 유의적이다. 그리고 종속변수에 대한 독립변수의 설명력 정도는 다중회귀분석의 조정된 R^2 로 제시하였다.

	일별 예측		주별 예측		월별 예측	
	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$
패널 A: HAR-RV 모형						
β_D	0.1712 ^a (2.99)	0.1321 ^a (4.90)	0.2270 ^a (3.47)	0.1261 ^a (3.34)	-0.0896 (-1.44)	-0.0463 (-0.58)
β_W	0.5341 ^a (6.41)	0.5271 ^a (11.02)	0.4330 ^a (6.71)	0.4611 ^a (6.46)	0.7382 ^a (3.13)	0.6202 ^a (3.91)
β_M	0.2245 ^a (3.57)	0.2824 ^a (6.38)	0.2396 ^a (4.17)	0.3300 ^a (5.10)	0.2051 (1.26)	0.2820 ^a (2.81)
F-통계량	1225.15	1290.00	496.51	520.17	57.26	86.23
조정 R^2	58.90%	60.14%	74.53%	75.40%	60.53%	69.79%
패널 B: HAR-RV-J 모형						
β_D	0.4446 ^a (6.47)	0.1815 ^a (6.27)	0.4277 ^a (4.50)	0.1902 ^a (4.54)	0.1590 (0.93)	0.0488 (0.38)
β_W	0.3926 ^a (4.64)	0.5117 ^a (10.41)	0.3047 ^a (3.61)	0.4296 ^a (6.18)	0.5947 ^a (3.10)	0.5621 ^a (3.25)
β_M	0.2194 ^a (3.77)	0.2777 ^a (6.12)	0.2515 ^a (3.90)	0.3334 ^a (5.33)	0.1528 (0.75)	0.2600 ^b (2.52)
$\beta_D^{(j)}$	-0.2631 ^a (-7.43)	-133.98 ^a (-3.19)	-0.2068 ^a (-4.23)	-208.40 ^a (-3.38)	-0.1852 ^c (-1.80)	-188.70 (-1.44)
F-통계량	1052.18	979.62	432.15	398.91	45.30	65.43
조정 R^2	62.14%	60.45%	77.29%	75.85%	62.01%	70.22%
패널 C: HAR-RV-CJ 모형						
$\beta_D^{(c)}$	0.4835 ^a (5.61)	0.1620 ^a (9.28)	0.4366 ^a (4.39)	0.1141 ^a (5.40)	0.1194 (0.59)	0.0717 ^c (1.79)
$\beta_W^{(c)}$	0.4349 ^a (3.26)	0.1749 ^a (7.10)	0.4075 ^a (4.30)	0.1888 ^a (5.84)	1.0348 ^b (2.52)	0.2480 ^a (3.19)
$\beta_M^{(c)}$	0.0829 (0.93)	0.1170 ^a (4.58)	0.0470 (0.44)	0.1277 ^a (3.57)	-0.3542 (-0.64)	0.0641 (0.76)
$\beta_D^{(j)}$	0.0271 (1.11)	32.5917 (1.33)	0.0762 ^b (2.54)	120.97 ^b (2.15)	-0.0560 (-1.14)	3.7269 (0.04)
$\beta_W^{(j)}$	0.1204 ^c (1.91)	205.76 ^b (2.01)	0.0337 (0.34)	130.02 (0.85)	0.0581 (0.38)	-243.15 (-0.72)
$\beta_M^{(j)}$	0.2543 ^a (2.63)	165.32 (1.03)	0.3647 ^b (2.11)	235.29 (0.87)	0.5519 (1.58)	664.19 (1.53)
F-통계량	727.67	727.84	298.83	289.76	33.53	47.93
조정 R^2	63.02%	63.03%	77.99%	77.46%	64.86%	72.51%

한 HAR-RV-CJ모형의 설명력은 63.02%~77.99%의 범위에 있고, 앞의 HAR-RV모형과 비교하여 2.1%~4.3%의 설명력 증가를 가져왔으며, 또한 HAR-RV-J모형과의 비교에서 0.7%~2.9%의 설명력을 개선하였다. 즉, 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 각 모형에 적용하는 것이 미래 실현변동성의 예측에 도움이 될 수 있다는 것이다.

4.3 실현변동성의 이질적 자기회귀모형의 예측력 평가

본 절에서는 앞의 2절에서 확인한 3가지 실현변동성의 이질적 자기회귀모형들에 대한 미래 실현변동성의 예측력을 내표본과 외표본 각각에서 평가한 결과를 살펴본다. 먼저, 내표본에서 실현변동성 이질적 자기회귀모형들에 대한 예측력을 추정 실현변동성의 분포 및 동적 속성의 관점에서 비교 관찰한다.¹¹⁾ 다음으로 외표본에서 실현변동성의 이질적 자기회귀모형들에 대한 미래기간 실현변동성의 예측성결과를 평가한다.¹²⁾

4.3.1 내표본에 대한 예측성과

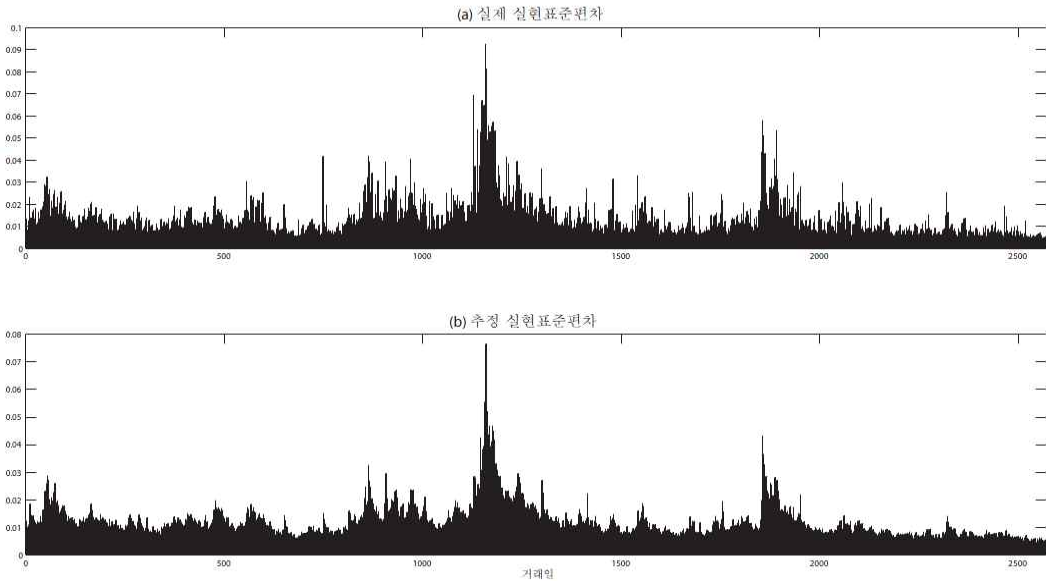
전체 검증기간인 2004년 1월부터 2014년 6월까지의 기간에서 앞의 <표 2>에서 추정된 실현변동성의 이질적 자기회귀모형으로부터 실현변동성을 추정하고, 이를 이용하여 추정 실현변동성의 분포 및 동적 속성을 분석한다. 비교대상은 동일한 기간에서의 실제 실현변동성이다. 검증결과는 실현변동성의 시계열 추이와 분포를 관찰한 <그림 4>와 <그림 5>에

제시한다. 또한 수익률과 달리 실현변동성은 시계열 지속성의 잘 알려진 실증적 속성을 갖기 때문에, 이를 확인한 검증결과를 <그림 5>에 함께 제시한다.

HAR-RV-J모형을 이용하여 추정된 실현표준편차와 동일기간에서의 실제 실현표준편차 간의 시계열 추이를 비교한 결과를 <그림 4>에 나타내었다. 그림에서 실제 실현표준편차가 큰 폭으로 상승 혹은 하락하는 기간에 추정된 실현표준편차도 역시 큰 폭으로 상승 혹은 하락한다는 것을 쉽게 관찰할 수 있다. 또한 실현표준편차의 시계열추이에서 잘 알려진 변동성 군집현상을 관찰할 수 있다. 이러한 관찰결과는 실현변동성의 동적 속성을 함께 제시한 <그림 5>에서 확인할 수 있다. 그림은 커널추정법(kernel estimation method)을 이용하여 표준화된 HAR-RV모형으로부터 추정된 실현표준편차(○), HAR-RV-J모형으로부터 추정된 실현표준편차(□), HAR-RV-CJ모형으로부터 추정된 실현표준편차(▽), 그리고 실제 실현표준편차(●)로부터 도출한 분포와 자기상관관계의 Correlogram 그래프이다. 그림에서 모형들로부터 추정된 실현표준편차가 실제 실현표준편차와 매우 유사한 분포 속성을 갖는다는 것을 알 수 있다. 자기상관관계 그래프는 추정된 실현변동성이 실제 실현변동성과 같이 매우 천천히 지속적으로 감소하는 속성을 가짐을 보여준다. 이러한 결과는 모형으로부터 추정된 실현변동성이 실제 실현변동성과 매우 유사한 분포 및 동적 속성을 가짐을 보여주는 것이며, 실현변동성의 이질적 자기회귀모형이 잘 알려진 변동성 군집현상, 장기기억속성 등의 속성들을 성공적으로 재생산함을 말해주는 것이다.

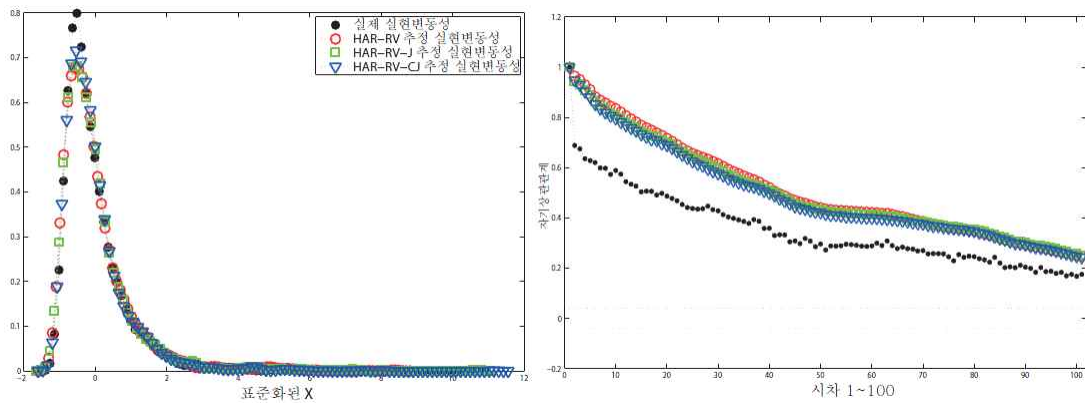
11) Corsi(2009)는 금융시계열자료에 널리 알려진 속성들, 즉 분포의 두꺼운 꼬리, 변동성의 군집현상, 장기기억속성 등이 표준 GARCH 모형에서는 재생산되지 않지만 실현변동성 이질적 자기회귀모형에서는 성공적으로 재생산된다는 결과를 제시했다.

12) Andersen et al.(2003)은 외표본에서 실현변동성의 이질적 자기회귀모형은 표준 GARCH 등의 기존 모형들에 비교하여 우수한 예측성결과를 갖는다는 결과를 보여준다.



그림은 2004년 1월부터 2014년 6월까지의 검증기간에 있어서 실제 실현표준편차와 추정된 실현표준편차의 시계열 추이를 비교한 것이다. 즉, 그림(a)는 실제 실현표준편차의 시계열추이이고, 그림(b)는 분리된 불연속적 점프요소가 반영된 HAR-RV-J모형으로부터의 추정된 실현표준편차의 시계열추이이다.

〈그림 4〉 실제 실현변동성과 추정된 실현변동성간의 비교: HAR-RV-J모형 이용



그림은 2004년 1월부터 2014년 6월까지의 검증기간에 있어서 실제 실현변동성과 모형으로부터 추정된 실현변동성 간의 분포적 및 동적 속성을 비교한 것이다. 왼쪽 그림은 실현변동성의 분포적 속성을 비교 관찰한 것으로, HAR-RV모형으로부터 추정된 실현변동성(○), HAR-RV-J모형으로부터 추정된 실현변동성(□), 그리고 HAR-RV-CJ모형으로부터 추정된 실현변동성(▽)의 3가지 빈도분포와 실제 실현변동성(●)로부터의 빈도분포를 함께 표시하였다. 오른쪽 그림은 실현변동성의 동적 속성을 비교 관찰한 것으로, 3가지 추정된 실현표준편차와 실제 실현표준편차에 대한 자기상관관계의 Correlogram 그래프를 나타낸다. X축은 시차 1에서 시차 100까지를 표시하였고, 점선은 유의성 평가에 대한 이론적 기준선이다.

〈그림 5〉 실제 실현변동성과 모형별 추정 실현변동성 간의 분포 및 동적 속성

4.3.2 외표본에 대한 예측성과

외표본을 이용하여 실현변동성의 이질적 자기회귀 모형으로부터 추정된 실현변동성과 미래기간의 실제 실현변동성 간의 직접적 비교를 통하여 모형의 예측성과를 평가한다. 외표본에 대한 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형 각각에 대한 예측성과의 검증결과는 <표 3>에 제시하였다.

우선, 외표본 검증과정에 대한 실증설계 및 주요 평가 방법을 소개한다. 첫째, 과거기간과 미래기간으로 구분된 외표본의 반복실험 시뮬레이션 설계의 주요내용은 다음과 같다. 전체검증기간인 2004년 1월부터 2014년 6월까지의 기간에서, 모형으로부터의 첫번째 예측시점은 2009년 1월 2일로 설정하였고, 과거기간 모형의 추정은 거래일수 기준으로 약 4년에 해당하는 1,000일로 하였다. 설정된 과거기간에서 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ 모형의 각 종속변수는 미래기간 일별, 주별, 월별의 3가지 실현변동성이고, 독립변수는 모형별로 설정된 과거기간의 지체된 실현변동성, 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소이다. 그리고 반복실험 시뮬레이션의 이동기간은 예측기간 간의 자료와 겹치지 않도록 예측기간 길이만큼씩 이동한다. 따라서 설정된 일별, 주별, 월별 각각의 예측기간으로부터 산출되는 예측치의 숫자(N)는 각각 1,368개, 273개, 62개이다. 둘째, 본 연구에서 설정한 외표본에 대한 예측성과 평가는 선택모형 자체에 대한 예측력 평가와 비교기준 모형과의 비교에서 개선된 예측력 평가의 2가지 관점으로 구분하여 수행한다. 선택모형 자체의 예측력 평가방법으로 널리 이용되는 것은 RMSE(root mean squared error), MAE(mean absolute error) 등의 손실함수(loss function)와 함께 예측치와 실제치 간의 설명력으로 평가하는

Mincer-Zarnowitz(1969) 회귀식이다. 본 연구는 Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력(R^2)을 이용한다. 즉,

$$RV_{t+h} = b_0 + b_1 \widehat{RV}_{t+h} + e \rightarrow \text{설명력 } R^2 \quad (31)$$

여기서, RV_{t+h} 와 \widehat{RV}_{t+h} 는 각 예측기간($t+h$)에서의 실제 실현변동성과 예측된 실현변동성을 나타낸다. h 는 기간 구분자로 일별, 주별, 월별을 나타내고, $t=1,2,\dots,N$ 은 외표본의 미래기간 예측시점으로 일별, 주별, 월별의 예측기간에 따라 각각 $N=1368$ 개, $N=273$ 개, $N=62$ 개이다. 그리고 비교기준 모형에 대하여 선택모형의 예측력 개선은 Theil's U 통계량, McCracken(2007)의 MSE-F 통계량, Clark and McCracken(2001)의 ENC-NEW 통계량의 3가지를 이용한다. Theil's U 통계량은 MSE-F 통계량과 ENC-NEW 통계량 모두의 공통분모인 MSE(mean squared error)를 이용하며, 두가지 모형들로부터 측정된 MSE 간의 비율로 산출한다. 즉,

$$\text{Theil's U 통계량} = \frac{MSE_1}{MSE_0} \quad (32)$$

여기서, $MSE_i = \frac{1}{T-R-k+1} \sum_{t=R}^{T-k} (\widehat{RV}_t - RV_t)^2$, (T : 전체기간의 길이, R : 모형의 추정기간 길이, k : 예측기간의 길이, $i=0,1$)로, MSE_0 는 비교기준 모형으로부터 산출된 예측력이고, 반면에 MSE_1 은 선택모형으로부터 산출된 예측력이다. 만약, Theil's U 통계량이 1보다 작은 값($U < 1$)을 갖는다면, 이는 선택모형이 비교기준 모형에 비교하여 예측력을 개선한다는 것을 의미한다. 한편, 본 연구는 비교기준

모형에 대하여 선택모형의 예측력 개선 여부를 통계적 유의성에 근거하여 평가하기 위하여 McCracken (2007)의 MSE-F 통계량과 Clark and McCracken (2001)의 ENC-NEW 통계량을 함께 이용한다. MSE-F 통계량과 ENC-NEW 통계량은 다음의 산출식을 갖는다. 즉,

$$MSE-F = (T-R-k+1) \frac{\bar{d}}{MSE_1} \quad (33)$$

여기서,

$$\bar{d} = \frac{1}{T-R-k+1} \sum_{t=R}^{T-k} \widehat{d}_{t+k} = MSE_0 - MSE_1$$

$$ENC-W = (T-R-k+1) \frac{\bar{c}}{MSE_1} \quad (34)$$

$$\text{여기서, } \bar{c} = \frac{1}{T-R-k+1} \sum_{t=R}^{T-k} \widehat{c}_{t+k},$$

$$(\widehat{c}_{t+k} = \epsilon_0(\epsilon_0 - \epsilon_1), \epsilon = RV - \widehat{RV})$$

비교기준 모형의 예측력과 선택모형의 예측력 간의 우수성 비교에 대한 통계적 유의성 평가 가설은 다음과 같다. 귀무가설은 비교기준 모형의 MSE_0 가 선택모형의 MSE_1 와 동일하다는 것이고, 대립가설은 선택모형의 MSE_1 이 비교기준 모형의 MSE_0 보다 작다는 것이다. 예측력 개선의 통계적 유의성 평가를 위한 임계치(critical value)는 Clark and McCracken(2004)의 붓스트랩 과정(bootstrap process)으로부터 제공된 임계치를 기준으로 평가한다.¹³⁾

본 연구는 선택모형의 예측력 개선에 대한 보수적이고 견고한 평가를 위하여 앞에서 제시한 Theil's

U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량 3가지 모두가 비교기준 모형보다 통계적으로 유의적인 우수성을 갖는 경우로 한다. 실현변동성의 미래 기간 예측력 개선 여부를 평가에 사용되는 비교기준 모형과 선택모형의 설정은 다음과 같다. 기존연구에 근거하여 Corsi(2009), Andersen et al.(2007)에 의하여 제안된 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형 간의 예측력 개선 여부를 평가한다. 즉, 비교기준 모형인 HAR-RV모형에 대하여 선택모형인 HAR-RV-J모형과 HAR-RV-CJ모형이 갖는 예측력 개선여부, 비교기준 모형인 HAR-RV-J모형에 대하여 선택모형인 HAR-RV-CJ모형의 예측력 개선여부를 평가하고, 그 결과는 <표 3>에 제시하였다. 또한 본 연구가 국내외 기존연구와 차별적으로 시도하는 실현왜도와 실현첨도를 추가적 설명변수로 포함한 선택모형들의 예측력 개선에 대한 평가 결과는 앞으로 설명할 <표 5>에 제시한다. 즉, 비교기준 모형은 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형이고, 각각에 대한 선택모형은 실현왜도와 실현첨도를 설명변수로 반영한 HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, HAR-RV-CJ-SK모형으로, 이들 모형의 예측력 개선 여부를 평가한다.

그럼, 3가지 모형들(HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, HAR-RV-CJ-SK모형)간 예측성과 평가에 대한 검증결과인 <표 3>은 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차에 대하여 보고한다.

먼저 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, 그리고 HAR-RV-CJ모형에 대한 예측성과의 검증결과를 살펴보면, 불연속적 점프요소를 분리하여 적용한 HAR-RV-J모형이 평균적으로 우수한 예측력을 보인다. Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력에 있어서, 실현표준편차

13) 붓스트랩과정의 임계치는 http://www.kansascityfed.org/publicat/other/criticalvalues_tec.xls 사이트에서 제공하는 통계량 표에 근거하며, 이는 Rapach and Wohar(2006), Naes et al.(2011) 등의 연구에서 사용된 기준과 동일하다.

〈표 3〉 외표본에서 실현변동성-이질적 자기회귀모형별 예측성과

전체기간에서 외표본을 이용한 실현변동성 이질적 자기회귀모형의 미래 실현변동성에 대한 예측성과를 평가한 결과이다. 모형의 예측 시작 거래일은 2009년 1월 2일이고, 모형의 추정기간은 과거기간의 1,000거래일이다. 미래 예측기간은 일별, 주별, 월별의 3가지로 설정하였으며, 반복실험 시뮬레이션에서의 이동기간은 설정한 예측기간 내 자료가 겹쳐지지 않도록 하기 위하여 예측기간의 길이만큼씩 이동한다. 각 모형별 예측성과 평가는 실제치와 예측치 간의 Mincer-Zarnowitz (1969) 회귀식의 설명력(R^2)을 이용하였다. 비교기준 모형에 대한 선택모형의 예측력 개선 여부는 Theil's U 통계량, McCracken (2007)의 MSE-F 통계량, Clark and McCracken (2001)의 ENC-NEW 통계량을 이용하였다. 위첨자 'a', 'b', 'c'는 각각 유의수준 '1%', '5%', '10%'에서 유의한 결과를 표시한 것이다.

	실현표준편차 (SRV)			로그변환 실현표준편차 (LSRV)		
	HAR-RV	HAR-RV-J	HAR-RV-CJ	HAR-RV	HAR-RV-J	HAR-RV-CJ
패널 A: 일별 예측						
M-Z R2	47.43%	48.50%	48.33%	51.81%	51.75%	50.76%
▶ 비교기준 모형		<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV-J</u>	<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV</u>
Theil's U		0.9751	0.9789	1.0039	1.0022	1.0162
MSE-F		34.9345 ^a	29.5495 ^a	-5.2509	-2.9830	-2.9830
ENC-NEW		68.5725 ^a	78.2679 ^a	11.0378 ^a	0.4065	93.0239 ^a
패널 B: 주별 예측						
M-Z R2	45.29%	45.62%	45.35%	56.97%	57.18%	56.67%
▶ 비교기준 모형		<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV-J</u>	<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV</u>
Theil's U		0.9859	1.0006	1.0149	0.9946	0.9785
MSE-F		3.9050 ^a	-0.1609	-4.0085	1.4693 ^b	5.9876 ^a
ENC-NEW		2.5370 ^c	1.9899 ^b	-0.5012	0.9220 ^c	19.4234 ^a
패널 C: 월별 예측						
M-Z R2	45.48%	44.80%	59.35%	59.35%	57.63%	55.10%
▶ 비교기준 모형		<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV-J</u>	<u>HAR-RV</u>	<u>HAR-RV</u>
Theil's U		1.0199	1.1128	1.0911	1.0477	1.0950
MSE-F		-1.2106	-6.2853	-5.1757	-2.8199	-5.3764
ENC-NEW		-0.2491	-1.3518	-1.0785	-0.4835	0.8640 ^c

와 로그변환 실현표준편차의 일별과 주별 예측기간에서 HAR-RV-J모형이 높은 설명력을 보인다. 예측력 개선의 통계적 유의성 평가에서 Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량을 근거로 하였을 때, 실현표준편차의 경우는 일별과 주별 예측기간, 그리고 로그변환 실현표준편차의 경우는 주별 예측기간에서 HAR-RV-J모형이 HAR-RV모

형의 외표본 예측력을 유의적으로 개선한다. HAR-RV-CJ모형은 실현표준편차의 일별 예측기간과 로그변환 실현표준편차의 주별 예측기간에서 HAR-RV 모형의 예측력을 통계적으로 유의적인 개선을 하지만, 비교기준 HAR-RV-J모형의 예측력을 유의적으로 개선하는 경우는 로그변환 실현표준편차의 주별 예측기간에 불과하다. 따라서, Andersen et al.(2007)

의 연구에서와 같이 미래 실현변동성의 예측에 과거 기간 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 적용하는 모형의 예측성고가 높다. 한편, 월별 예측기간에 있어서는 Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력의 크기가 일별과 주별 예측기간에 비교하여 다소 높은 경우가 있지만, 통계적 유의성 관점에서 비교기준 HAR-RV모형에 비교하여 선택된 HAR-RV-J모형과 HAR-RV-CJ모형을 통한 예측력 개선을 확인하기 어렵다.

다음으로 예측기간별 예측성고의 검증결과를 살펴보면, 일별 예측기간에 대한 예측력이 전반적으로 높은 것을 알 수 있다. 즉, Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력에 있어서, 실현표준편차에 대한 3가지 이질적 자기회귀모형의 평균값은 일별 예측기간이 48.09%로 주별 예측기간의 45.42%보다 높다. 월별 예측기간(49.88%)에 있어서 일별 예측기간의 평균 설명력이 낮은 것은 높은 설명력을 갖는 특정 모형(HAR-RV-CJ모형)의 결과에 기인한다. 외표본을 이용한 1단계 예측(one-ahead forecast)으로부터 예측기간인 일별, 주별, 월별 각각에 대한 예측치를 생성하기 때문에, 1단계 예측기간의 실제 거래일의 길이가 1일, 5일, 22일임을 고려하였을 때 일별 예측기간에 대한 모형의 예측력이 높은 것은 쉽게 예상된다. 한편, 로그변환 실현표준편차에 대한 3가지 모형의 평균 설명력은 월별 예측기간이 가장 높다. 즉, 일별, 주별, 월별 예측기간의 Mincer-Zarnowitz 회귀식의 평균 설명력은 각각 51.44%, 56.94%, 57.36%이다. 가능한 이유는 실현표준편차의 변동성을 로그변환과정에서 큰 변화는 작게, 작은 변화는 다소 높게 조정되는 변환 특성에서 찾을 수 있다. 더욱이 평균방법으로 산출한 월별 실현변동성이 기간 내에서 불규칙적 변화의 조정된 추세를 갖기 때문에, 로그변환과정에 의하여 보다 완만한 변화패

턴이 만들어진 것에 기인할 수 있다.

이상의 외표본을 이용한 실현변동성의 이질적 자기회귀모형에 대한 예측성고 평가 결과에 의하면, 실현변동성의 이질적 자기회귀모형으로부터의 미래 기간 실현변동성에 대한 예측성고는 매우 높은 수준이고, 특히 Andersen et al.(2007)의 연구에서와 같이 미래기간 실현변동성의 예측에 있어서 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 적용하는 것이 예측력 개선에 도움이 된다는 것을 Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량에 의한 통계적 유의성 평가를 통하여 분명하게 확인할 수 있다. 특히 한국주식시장의 KOSPI 지수의 고빈도 자료의 경우 불규칙적 점프요소가 반영된 HAR-RV-J모형의 예측성고가 대부분의 경우에 다른 모형들에 비교하여 우수한 예측력 개선을 갖는 것을 발견하였다.

4.4 실현변동성의 이질적 자기회귀모형의 개선

본 연구는 기존연구에서 이질적 자기회귀모형으로부터 내표본과 외표본 모두에서 높은 예측성고를 확인하였지만, 보다 개선된 예측성고는 학문적, 실무적으로 기여도를 갖기 때문에, 새로운 추가 설명변수의 고안 및 이를 통한 이질적 자기회귀모형의 예측성고 개선을 시도한다. 본 연구에서 도입하는 새로운 설명변수는 일중 고빈도 수익률자료로부터 산출된 실현왜도와 실현첨도이다. 실현왜도와 실현첨도는 시장붕괴에 의한 급격한 가격변화, 기대수준에서 벗어나는 극단적 값들의 높은 빈도 등의 특징뿐만 아니라 상이한 시간관점에서의 이질적 시장참여자들로부터의 상이한 변동성에 직접적 관련성을 갖는 고차 적률로서, 이질적 투자자들로 인한 장단기 변동성의 특성을 이해하는데 추가적인 정보를 제공

할 수 있는 변수들이다. 더불어 실현왜도와 실현침도가 갖는 추가적 정보가치에 대한 검증결과의 강건성을 확인하기 위하여 변동성 레버리지효과와 일중 수익률 계절성 효과를 함께 고려한다.

4.4.1 새로운 설명변수: 실현왜도와 실현침도

먼저, 본 연구에서 제안하는 새로운 설명변수인 실현왜도와 실현침도의 기초통계량을 <표 4>에서 확인한다. 앞의 III장에서 언급하였듯이, 실현왜도는 고빈도 수익률자료의 이용으로 매우 좁은 범위에서 양

(+)/음(-)의 값을 갖기 때문에 분명한 속성 관찰 및 회귀계수 추정의 용이성 등을 위하여 CBOE에서 소개한 왜도지수의 산출방법에 기초하여 조정된 실현왜도를 검증과정에 이용한다.

<표 4>에 제시된 조정 전과 후의 실현왜도 간의 자료 값에 차이가 있지만, 분포 및 동적 속성에 대한 결과해석에서 큰 차이는 없다. 즉, 조정과정에 관계 없이 전과 후의 실현왜도 간에는 동일한 자료의 속성을 갖는다. 그리고 검증결과에서 실현왜도의 Ljung-Box통계량은 통계적으로 비유의한 매우 작은 값을 갖고, 실현침도도 비록 유의하지만 역시 작은 값을

<표 4> 실현왜도와 실현침도에 대한 기초 통계량

표는 실현변동성과 고빈도 수익률자료를 이용하여 식(26)과 식(27)에 의하여 산출된 실현왜도와 실현침도에 대한 기초통계량과 상관관계 결과를 나타낸다. 실현왜도는 CBOE 왜도지수의 산출방법을 이용한 조정전과 조정후를 함께 제시하였다. 패널 A는 실현왜도와 실현침도의 평균, 분산, 왜도, 침도, 그리고 분포적 속성에 대한 최댓값, 95%위치값(percentile), 중위수, 5%위치값, 최솟값, 그리고 자기상관관계의 Ljung-Box 통계량을 제시하였다. 패널 B는 실현왜도와 실현침도에 대한 실현변동성, 실현변동성의 불연속적 점프요소 간의 상관관계 검증결과를 나타낸다.

	실현왜도		실현침도
	조정전	조정후	
패널 A: 기초통계량			
평균	0.3476	96.5241	14.8916
표준편차	2.8235	28.2354	14.6445
왜도	0.0218	-0.0218	1.5816
침도	3.6499	3.6499	4.6221
최대값	8.1180	180.4920	68.1853
95% 분위수	5.5807	148.4202	49.1232
중위수	0.1581	98.4186	7.8407
5% 분위수	-4.8420	44.1928	3.4004
최소값	-8.0492	18.8198	2.3325
Ljung-Box	33.4	33.4	156.7
패널 B: 상관관계			
	조정후 실현왜도		실현침도
실현변동성	10.68%		28.20%
불연속적 점프요소	8.02%		52.16%

갖는다. 이는 실현변동성의 측정치들과 달리 실현왜도와 실현첨도는 시계열 지속성을 갖지 않는다는 것을 의미한다. 패널 B는 실현변동성과 불연속적 점프 요소에 대한 실현왜도와 실현첨도간의 상관관계를 보여준다. 실현변동성의 연속적 요소는 앞에서 확인되었듯이 전체 실현변동성과 매우 높은 관련성을 갖기 때문에 <표 4>의 결과에는 포함하지 않았다. 검증 결과에서 실현첨도는 실현변동성에 대해서 28%의 낮은 상관관계를 갖지만, 분리된 실현변동성의 불연속적 점프요소와는 52%의 비교적 높은 상관관계를 갖는다. 실현왜도는 실현변동성과 분리된 불연속적 점프요소 모두와 매우 낮은 상관관계를 갖는다. 이는 극단적 값들로부터의 분포의 대칭성과 꼬리 두꺼움에 대한 영향을 반영한 실현첨도가 실현변동성의 큰 변화 값들에 의하여 결정되는 불연속적 점프요소와 높은 관련성을 갖는다는 것이다.

4.4.2 실현왜도와 실현첨도를 포함한 모형의 예측 성과

실현왜도와 실현첨도를 포함한 3가지 이질적 자기회귀모형인 HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, HAR-RV-CJ-SK모형 각각에 대한 내표본과 외표본의 검증결과를 <표 5>에 제시하였다. 내표본에 대한 검증결과는 각 모형별 회귀계수와 그 통계량, F 통계량, 조정된 R^2 를 제시하였고, 외표본으로부터 미래기간 실현변동성에 대한 예측성과의 평가 지표는 Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력, Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량을 제시하였다. 제시된 검증결과의 비교기준은 실현왜도와 실현첨도를 포함하지 않는 모형들(HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형)로부터의 회귀분석결과인 <표 2>와 그 모형들의 외표본에 대

한 예측성과 평가결과인 <표 3>이다. 앞에서 보고한 표와의 일관성을 위하여 <표 2>와 같이 일별, 주별, 월별의 3가지 예측기간, 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차의 실현변동성 측정치에 대한 검증결과를 구분 제시하였다.

패널 A의 HAR-RV-SK모형의 결과를 보면, 과거 기간의 실현변동성은 예측기간과 실현변동성 측정치의 종류에 관계없이 <표 2>에서 확인된 결과와 동일하게 미래 변동성과 유의한 양(+)의 관계를 갖는다. 즉, 새로운 독립변수인 실현왜도와 실현첨도의 포함여부와 관계없이 미래변동성을 설명한다. 실현왜도는 일별과 주별의 예측기간에서 유의한 양(+)의 회귀계수를 갖고, 실현첨도는 거의 모든 경우에 통계적으로 유의한 음(-)의 값을 갖는다. 이는 기존 HAR-RV모형에 추가된 실현왜도와 실현첨도가 미래 실현변동성의 변화를 설명하는 의미 있는 변수이며 미래 실현변동성에 대한 추가 정보를 제공함을 의미한다. 결정계수 R^2 를 보면 실현왜도와 실현첨도를 포함한 HAR-RV-SK모형의 설명력은 62.2% ~ 79.1%의 범위로 기존 모형에 비해 최소 1.71%에서 최대 5.40%의 설명력 개선이 이루어졌음을 나타낸다. 또 <표 3>의 외표본에 대한 예측성과 평가 결과에 비교하여 보다 높아진 예측치를 통한 실제치 설명력(Mincer-Zarnowitz's R^2)을 확인할 수 있다. 예측기간에서 일별과 주별에서 비교기준 HAR-RV모형에 비교하여 선택된 HAR-RV-SK모형이 통계적 유의성 기준으로 보다 개선된 예측력을 갖는다는 것을 Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량 3가지가 모두에서 확인할 수 있다.

패널 B의 HAR-RV-J-SK모형의 결과를 보면, 우선 과거기간의 실현변동성의 회귀계수는 역시 예측기간과 실현변동성 측정치 종류에 관계없이 <표 2>에서 확인된 결과와 유사하다. 하지만, 불연속적 점

〈표 5〉 실현왜도와 실현첨도를 포함한 확장된 모형의 검증결과

2004년 1월부터 2014년 6월의 기간에 새로운 설명변수인 실현왜도와 실현첨도를 포함한 이질적 자기회귀모형에 대한 시계열 회귀분석결과이다. 표의 열은 모형의 종속변수인 일별, 주별, 월별의 3가지 예측기간별 실현변동성으로 구분하고, 표의 행은 모형의 독립변수인 과거기간에 지체된 일별, 주별, 월별 실현변동성, 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점 프요소, 그리고 실현왜도와 실현첨도로 구분하였다. 검증결과는 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차로 구분 제시하였다. 패널 A는 HAR-RV-SK모형, 패널 B는 HAR-RV-J-SK모형, 그리고 패널 C는 HAR-RV-CJ-SK모형에 대한 결과이다. 괄호 속의 t 값은 잔차의 자기상관성과 이분산성을 Newey-West(1987)의 방법으로 조정한 표준오차로부터 계산하였다. 그리고 위첨자 'a', 'b', 'c'는 각각 유의수준 '1%', '5%', '10%'에서 유의한 결과를 표시한 것이다. 각 모형의 회귀적 관계에 대한 통계적 유의성은 F-통계량으로 표시하였고, 제시된 모든 결과는 유의적이다. 그리고 종속변수에 대한 독립변수의 설명력 정도는 다중회귀분석의 조정된 R^2 로 제시하였다. 외표본을 이용한 각 모형별 예측성과 평가는 전제기간에서 예측 시작 거래일은 2009년 1월 2일이고, 모형의 추정기간은 과거기간의 1,000거래일이다. 미래 예측기간은 일별, 주별, 월별의 3가지로 설정하였으며, 반복실험 시뮬레이션에서의 이동기간은 설정한 예측기간 내 자료가 겹치지 않기 위하여 예측기간의 길이만큼씩 이동한다. 각 모형별 예측성과 평가는 실제치와 예측치 간의 Mincer-Zarnowitz(1969) 회귀식의 설명력(R^2)을 이용하였다. 비교기준 모형에 대한 선택모형의 예측력 개선 여부는 Theil's U 통계량, McCracken(2007)의 MSE-F 통계량, Clark and McCracken(2001)의 ENC-NEW 통계량을 이용하였다.

	일별 예측		주별 예측		월별 예측	
	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$
패널 A: HAR-RV-SK 모형						
β_D	0.3861 ^a (5.58)	0.40561 ^a (2.73)	0.3799 ^a (4.34)	0.2957 ^a (7.20)	0.0055 (0.04)	0.0928 (0.74)
β_W	0.4033 ^a (4.86)	0.3696 ^a (8.24)	0.3305 ^a (4.41)	0.3639 ^a (5.44)	0.7153 ^a (3.24)	0.6042 ^a (3.56)
β_M	0.1682 ^a (3.08)	0.1967 ^a (4.98)	0.2041 ^a (3.37)	0.2749 ^a (4.96)	0.1452 (0.76)	0.1687 (1.58)
$\gamma_D^{(S)} \times 100$	0.0010 ^b (2.50)	0.1255 ^a (6.17)	0.00041 (0.68)	0.0910 ^a (2.88)	0.0011 (1.04)	0.0950 (1.23)
$\gamma_D^{(K)} \times 100$	-0.0119 ^a (-8.18)	-0.8782 ^a (-16.03)	-0.0086 ^a (-4.39)	-0.5777 ^a (-6.97)	-0.0057 (-1.57)	-0.5299 ^a (-2.68)
F-통계량	872.16	974.73	351.40	383.87	36.26	59.24
조정 R^2	62.98%	65.54%	77.61%	79.10%	62.24%	72.92%
■ 외표본에 대한 예측성과						
M-Z R^2	48.60%	53.39%	45.27%	57.28%	41.43%	55.59%
▶ 비교기준 모형: HAR-RV 모형						
Theil's U	0.9751	0.9657	0.9923	0.9863	1.1409	1.1217
MSE-F	34.9983 ^a	48.6236 ^a	2.1175 ^b	3.8037 ^a	-7.6546	-6.7273
ENC-NEW	128.4224 ^a	121.3688 ^a	12.0055 ^a	12.6531 ^a	-1.3659	-0.7284

〈표 5〉 실현왜도와 실현첨도를 포함한 확장된 모형의 검증결과 (계속)

	일별 예측		주별 예측		월별 예측	
	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$
패널 B: HAR-RV-J-SK 모형						
β_D	0.4406 ^a (5.92)	0.4016 ^a (12.60)	0.4198 ^a (4.04)	0.2920 ^a (6.84)	0.0863 (0.46)	0.1087 (0.76)
β_W	0.3848 ^a (4.51)	0.3678 ^a (8.25)	0.3063 ^a (3.60)	0.3649 ^a (5.46)	0.6630 ^a (3.20)	0.5937 ^a (3.34)
β_M	0.1830 ^a (3.41)	0.1957 ^a (4.99)	0.2262 ^a (3.50)	0.2722 ^a (4.94)	0.1390 (0.69)	0.1669 (1.56)
$\beta_D^{(J)}$	-0.1254 ^a (-2.72)	36.5559 (1.59)	-0.1087 ^c (-1.92)	35.8586 (0.68)	-0.1175 (-0.86)	-71.2950 (-0.53)
$\gamma_D^{(S)} \times 100$	0.0012 ^a (2.99)	0.1213 ^a (5.91)	0.0006 (1.12)	0.0876 ^a (2.70)	0.0013 (1.20)	0.1063 (1.37)
$\gamma_D^{(K)} \times 100$	-0.0080 ^a (-6.14)	-0.9048 ^a (-15.73)	-0.0052 ^a (-3.80)	-0.6000 ^a (-7.06)	-0.0026 (-0.64)	-0.4851 ^a (-2.37)
F-통계량	738.62	812.66	298.13	319.45	30.34	49.04
조정 R^2	63.37%	65.56%	77.95%	79.11%	62.54%	72.97%
■ 외표본에 대한 예측성과						
M-Z R^2	48.91%	53.39%	45.16%	57.44%	40.62%	53.02%
▶ 비교기준 모형: HAR-RV-J 모형						
Theil's U	0.9929	0.9634	1.0117	0.9849	1.1366	1.1481
MSE-F	9.7872 ^a	51.9977 ^a	-3.1679	4.1975 ^a	-7.4514	-7.9994
ENC-NEW	36.9024 ^a	119.2792 ^a	8.9005 ^a	14.2224 ^a	-1.5236	-0.5257
패널 C: HAR-RV-CJ-SK 모형						
$\beta_D^{(C)}$	0.4504 ^a (4.83)	0.1267 ^a (6.52)	0.4025 ^a (3.97)	0.0992 ^a (4.43)	-0.0162 (-0.07)	0.0395 (0.80)
$\beta_W^{(C)}$	0.4579 ^a (3.29)	0.2051 ^a (8.04)	0.4426 ^a (4.61)	0.2033 ^a (6.29)	1.1659 ^a (2.87)	0.2765 ^a (3.37)
$\beta_M^{(C)}$	0.0371 (0.42)	0.1184 ^a (4.57)	0.0078 (0.07)	0.1276 ^a (3.68)	-0.3836 (-0.70)	0.0628 (0.75)
$\beta_D^{(J)}$	0.1145 ^a (2.88)	14.9952 (0.55)	0.1227 ^a (2.76)	43.2963 (0.68)	-0.0434 (-0.44)	-15.4809 (-0.14)
$\beta_W^{(J)}$	0.1222 ^c (1.90)	232.1480 ^b (2.17)	0.0259 (0.25)	127.1946 (0.86)	0.1149 (0.67)	-196.7182(- (0.59)
$\beta_M^{(J)}$	0.2771 ^a (2.90)	168.1075 (1.05)	0.4057 ^b (2.28)	281.6952 (1.03)	0.5598 (1.61)	649.7548 (1.49)
$\gamma_D^{(S)} \times 100$	0.0013 ^a (3.10)	0.1529 ^a (7.07)	0.0011 ^b (2.15)	0.1001 ^a (2.96)	0.0017 (1.43)	0.0878 (1.22)
$\gamma_D^{(K)} \times 100$	-0.0056 ^a (-4.06)	-0.0296 (-0.58)	-0.0027 ^c (-1.81)	0.1050 (1.11)	-0.0026 (-0.54)	-0.0638 (-0.35)
F-통계량	563.91	561.46	228.56	220.99	25.44	35.89
조정 R^2	63.80%	63.70%	78.39%	77.82%	65.55%	72.85%
■ 외표본에 대한 예측성과						
M-Z R^2	48.50%	51.52%	45.00%	57.00%	36.41%	50.89%
▶ 비교기준 모형: HAR-RV-CJ 모형						
Theil's U	0.9986	0.9845	1.0074	0.9917	1.1394	1.1776
MSE-F	1.8902 ^b	21.4697 ^a	-1.9925	2.2755 ^b	-7.5862	-9.3512
ENC-NEW	22.7610 ^a	23.2311 ^a	7.9224 ^c	4.8920 ^a	-0.5075	-0.4409

프요소에 대한 회귀계수는 다소 차이를 나타낸다. 즉, 실현표준편차의 경우에서만 불연속적 점프요소의 회귀계수가 유의한 음(-)의 회귀계수를 갖는다. 이러한 변화에 대한 가능한 설명은 실현침도와와의 관련성에서 찾는다. 즉, <표 4>에서, 실현왜도와 실현침도는 실현변동성과 낮은 상관관계를 갖기 때문에 실현변동성의 회귀계수 검증결과에 의미 있는 영향을 미치지 않지만 비교적 높은 수준의 상관관계를 갖는 불연속적 점프요소에 대해서는 변화를 발생시킬 수 있다. 한편, 실현왜도와 실현침도의 회귀계수에 대한 유의성 결과는 앞의 HAR-RV-SK모형에서 확인된 것과 다르지 않다. 즉, 실현왜도는 유의한 양(+)의 회귀계수를 갖고, 실현침도는 유의한 음(-)의 회귀계수를 갖는다. 이는 새로운 독립변수인 실현왜도와 실현침도가 HAR-RV-J모형에 더하여 의미 있는 설명변수로서 역할을 하고, 설명력(R^2)과 예측성과의 개선을 제공함을 말해주는 것이다. HAR-RV-J모형의 미래 실현변동성에 대한 설명력은 60.45%~77.29%의 범위에 있지만, 실현왜도와 실현침도를 포함한 HAR-RV-J-SK모형은 62.54%~79.11%의 범위로 최소 0.53%에서 최대 5.11%의 설명력 개선을 보여주어 이러한 해석을 뒷받침한다. 또한 외표본에 대한 예측성과에서도 대표본의 검증결과와 다르지 않다. 기존 모형들에 비교하여 실현왜도와 실현침도를 추가적 설명변수로 모형에 포함하여 예측치의 실제치에 대한 높아진 Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력을 확인할 수 있다. 그리고 일별 예측기간에서 비교기준 HAR-RV-J모형에 비교하여 선택된 HAR-RV-J-SK모형이 Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량 3가지 모두에서 유의적으로 예측력 개선을 하였고, 주별 예측기간에서 로그 변환 실현표준편차의 경우에 3가지 통계량이 모두 비교기준 모형들에 비교하여 본 연구에서 제안한 선

택모형이 예측력을 개선한다는 것을 보여준다.

패널 C의 HAR-RV-CJ-SK모형의 결과를 보면, 패널 A와 B와 마찬가지로, 앞에서 확인된 HAR-RV-CJ모형에 대한 결과와 유사한 결과를 확인할 수 있다. 즉, 실현변동성의 연속적 요소들에 대한 회귀계수는 <표 2>에서 확인된 동일한 위치(예측기간과 실현변동성 측정치)에서 유의한 양(+)의 값을 갖고, 실현변동성의 불연속적 점프요소에 대한 회귀계수는 유의한 양(+)의 값을 갖는 6가지 경우들 중에서 5가지에서 동일한 결과를 보여준다. 한편, 앞의 HAR-RV-SK모형과 HAR-RV-J-SK모형에 비교하여 실현왜도는 유사하게 유의한 양(+)의 회귀계수를 갖지만, 실현침도는 실현변동성의 종류에 따라 차이가 있다. 즉, 실현표준편차에 대한 일별과 주별 예측기간에서 유의한 음(-)의 회귀계수를 갖는다. 이러한 변화에 대한 가능한 설명은 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소 간의 상이한 속성과 불연속적 점프요소가 실현침도와 갖는 높은 상관관계에서 찾을 수 있다. 즉, <표 2>에서 미래기간의 실현변동성에 대하여 연속적 요소는 유의한 회귀계수를 갖는 반면에 불연속적 점프요소는 낮은 유의성과 부호의 변화 등을 갖는다. 그리고 이러한 부분을 불연속적 점프요소와 높은 상관관계를 갖는 실현침도의 검증결과에서도 유사하게 확인할 수 있다. 한편, <표 2>의 HAR-RV-CJ모형의 확인된 설명력은 63.02%~77.99%의 범위에 있지만, HAR-RV-CJ-SK모형은 63.70%~78.39%의 범위로 실현왜도와 실현침도가 모형의 설명력을 개선함을 보여준다. 외표본에 대한 예측성과는 앞의 패널 B에서 확인된 것과 유사하다. 즉, 비교기준 HAR-RV-CJ모형들에 비교하여 선택된 HAR-RV-CJ-SK모형으로부터의 예측치에 대한 실제치의 Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력이 높아졌고, 일별 예측기간에서 비교기준 모형에 비교

하여 선택모형이 통계적으로 유의적인 예측력 개선을 갖는다는 증거를 확인할 수 있다. 지금까지 살펴본 패널 A, B, C의 결과는 미래 실현변동성의 설명력 및 예측성과 개선에 있어서, 실현왜도와 실현첨도가 의미 있는 설명변수로서 추가적인 정보를 가치를 나타낸다.

4.4.3 강건성 검증

앞의 <표 5>에서 확인된 실현왜도와 실현첨도가 설명변수로서 갖는 정보가치를 변동성 레버리지 효과와 일중 수익률 계절성을 고려한 검증결과와의 비교를 통하여 강건성을 확인한다. 즉, Corsi and Reno (2012), Byun and Kim(2013) 등의 연구에서 고려된 변동성 레버리지효과를 추가적 설명변수로 함께 고려하여 분석한다. 그리고 Wood et al.(1985) 등의 연구에서 관찰된 하루 중 수익률 변동성의 U자 형태 계절성 효과를 추가적으로 통제한 후의 검증결과를 확인한다.

먼저, 변동성 레버리지 효과의 고려이다. 과거기간의 수익률이 미래의 변동성과 음(-)의 상관관계를 갖는 변동성 레버리지효과는 널리 알려져 있는 변동성의 속성이다. Corsi and Reno(2012), Byun and Kim(2013) 등은 실현변동성의 이질적 자기회귀모형에 변동성 레버리지효과를 반영하는 것이 모형의 설명력과 예측성과의 개선에 유용하다는 결과를 보여주었다. 우리는 실현왜도와 실현첨도의 설명력에 대한 강건성을 확인하기 위하여 과거기간의 음(-)의 수익률을 모형에 포함하여 변동성 레버리지효과를 고려한 LHAR-RV-SK모형, LHAR-RV-J-SK모형, 그리고 LHAR-RV-CJ-SK모형을 추가 분석하였다. 지면의 절약을 위해 일별 예측기간에 대한 대표본과 외표본의 검증결과만을 <표 6>에 보고하였

다. 그리고 표에는 보다 신뢰할 수 있는 강건성 검증 결과를 확인하기 위하여, 실현왜도와 실현첨도를 제외하고 단지 변동성 레버리지효과 변수만을 반영한 모형들(LHAR-RV모형, LHAR-RV-J모형, LHAR-RV-CJ모형)에 대한 검증과정을 수행하고 확인된 결과들 중에서 모형으로부터의 설명력(SK제의 R^2)을 함께 표시하였다.

검증결과에 의하면, 변동성 레버리지효과와 고려 여부에 관계없이, 이질적 자기회귀모형에서 실현왜도와 실현첨도는 미래 실현변동성 설명력과 예측력 개선에 고유한 추가적 정보가치를 갖는다는 증거를 분명하게 확인할 수 있다. 즉, 대표본에 대한 검증결과에서, 실현왜도와 실현첨도에 대한 회귀계수는 변동성 레버리지효과와 설명변수를 반영하지 않은 <표 5>의 검증결과와 매우 유사하다. 변동성 레버리지효과와 설명변수는 기존연구에서와 같이 모형에 관계없이 모두 음(-)의 회귀계수를 가지며, 특히 단기간 측정치에 대하여 유의한 음(-)의 값을 가져 단기간 변동성 레버리지효과와 존재를 확인할 수 있다. 변동성 레버리지효과와 설명변수만을 고려한 모형들(LHAR-RV모형, LHAR-RV-J모형, LHAR-RV-CJ모형)의 설명력(SK제의 R^2)에 비교하여, 실현왜도와 실현첨도를 함께 포함한 모형들(LHAR-RV-SK모형, LHAR-RV-J-SK모형, LHAR-RV-CJ-SK모형)의 설명력(조정 R^2)이 보다 큰 값을 가져 실현왜도와 실현첨도가 포함되는 경우 모형의 설명력이 분명하게 개선되었음을 보여준다. 외표본의 검증결과에 의하면, 변동성 레버리지효과와 설명변수만을 고려한 비교기준 LHAR-RV모형에 비교하여 실현왜도와 실현첨도를 함께 포함한 LHAR-RV-SK모형의 예측력 개선에 대하여 Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량의 3가지 모두에서 통계적으로 유의적인 증거를 확인할 수 있다.

〈표 6〉 강건성 검증: 변동성 레버리지효과의 고려

2004년 1월부터 2014년 6월의 기간에 변동성 레버리지효과의 과거기간의 음(-)의 수익률 설명변수를 포함한 이질적 자기회귀모형에 대한 시계열 회귀분석결과이다. 검증결과는 일별 예측기간에 대한 LHAR-RV-SK모형, LHAR-RV-J-SK모형, 그리고 LHAR-RV-CJ-SK모형으로 구분하였고 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차로 구분하여 설명변수에 대한 회귀계수 결과를 제시하였다. 괄호 속의 t 값은 잔차의 자기상관성과 이분산성을 Newey-West(1987)의 방법으로 조정된 표준오차로부터 계산하였다. 위첨자 'a', 'b', 'c'는 각각 유의수준 '1%', '5%', '10%'에서 유의한 결과를 표시한 것이다. 각 모형의 회귀적 관계에 대한 통계적 유의성은 F-통계량으로 표시하였고, 제시된 모든 결과는 유의적이다. 종속변수에 대한 독립변수의 설명력 정도는 다중회귀분석의 조정된 R^2 로 제시하였다. 또한 실현왜도와 실현첨도를 포함하지 않고, 변동성 레버리지효과의 음(-)의 수익률만을 설명변수로 포함한 모형으로부터의 설명력을 SK제의 조정된 R^2 부분에 구분 제시하였다. 외표본을 이용한 예측성과 평가는 전체기간에서 2009년 1월을 예측 시작 거래일로 하고, 관련 검증설계는 앞의 검증과정과 동일하게 설정을 하였다. 각 모형별 예측성과 평가는 Mincer-Zarnowitz(1969) 회귀식의 설명력 (R^2)을 이용하고, 비교기준 모형에 대한 선택모형의 예측력 개선 여부는 Theil's U 통계량, McCracken(2007)의 MSE-F 통계량, Clark and McCracken(2001)의 ENC-NEW 통계량을 이용하였다.

	LHAR-RV-SK 모형		LHAR-RV-J-SK 모형		LHAR-RV-CJ-SK 모형	
	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$
$\beta_D^{(C)}$	0.2648 ^a (4.05)	0.3305 ^a (10.89)	0.3142 ^a (4.45)	0.3316 ^a (10.98)	0.3020 ^a (3.33)	0.0921 ^a (5.11)
$\beta_W^{(C)}$	0.3617 ^a (4.82)	0.3037 ^a (6.32)	0.3464 ^a (4.37)	0.3037 ^a (6.30)	0.4542 ^a (3.77)	0.1668 ^a (6.67)
$\beta_M^{(C)}$	0.1742 ^b (2.44)	0.2601 ^a (5.34)	0.1880 ^a (2.72)	0.2596 ^a (5.32)	0.0441 (0.53)	0.1572 ^a (5.55)
$\beta_D^{(J)}$			-0.1065 ^b (-2.56)	-14.0737 (-0.65)	0.0679 ^c (1.73)	-28.8195 (-1.14)
$\beta_W^{(J)}$					0.0827 (1.17)	161.5485 ^c (1.73)
$\beta_M^{(J)}$					0.2245 ^b (2.39)	46.9388 (0.29)
$\gamma_D^{(S)} \times 100$	-0.0007 (-1.45)	0.0411 ^c (1.75)	-0.0005 (-1.14)	0.0421 ^c (1.77)	-0.0004 (-0.80)	0.0617 ^b (2.35)
$\gamma_D^{(K)} \times 100$	-0.0112 ^a (-7.86)	-0.8474 ^a (-16.08)	-0.0079 ^a (-5.84)	-0.8370 ^a (-14.32)	-0.0059 ^a (-4.26)	-0.1181 ^b (-2.33)
λ_D	-0.1132 ^a (-5.20)	-5.0883 ^a (-5.61)	-0.1098 ^a (-5.10)	-5.1226 ^a (-5.70)	-0.1136 ^a (-5.52)	-5.6454 ^a (-5.53)
λ_W	-0.0495 ^a (-2.58)	-3.1129 ^a (-4.66)	-0.0488 ^b (-2.52)	-3.1332 ^a (-4.66)	-0.0432 ^b (-2.26)	-3.8141 ^a (-5.19)
λ_M	-0.0160 (-0.99)	0.3825 (0.63)	-0.0151 (-0.95)	0.3378 (0.54)	-0.0265 (-1.62)	-0.2650 (-0.28)
F-통계량	590.15	639.98	530.77	568.72	443.73	436.18
조정 R^2	64.84%	66.67%	65.12%	66.67%	65.62%	65.23%
SK제의 R^2	62.03%	62.84%	64.37%	63.45%	65.20%	65.04%
■ 외표본에 대한 예측성과						
M-Z R^2	49.35%	54.28%	49.68%	54.31%	49.26%	53.07%
▶ 비교모형	LHAR-RV		LHAR-RV-J		LHAR-RV-CJ	
Theil's U	0.9882	0.9891	1.0033	0.9917	1.0071	1.0030
MSE-F	16.2692 ^a	15.0094 ^a	-4.4601	11.4378	-9.6923	-4.0929
ENC-NEW	83.6678 ^a	76.6675 ^a	15.7785 ^a	64.7088 ^a	4.9176 ^a	1.6214

(표 7) 강건성 검증: 하루 중 수익률 변동성의 계절성 통제

2004년 1월부터 2014년 6월의 기간에 하루 중 수익률 변동성의 계절성 효과를 통제한 경우로, 하루 중 거래시간에서 시작시점 이후 30분(09:01~09:30)과 끝시점 이전 30분(14:30~15:00)을 제외한 나머지 거래시간의 수익률자료만을 이용한 이질적 자기회귀모형에 대한 시계열 회귀분석결과이다. 검증결과는 일별 예측기간에 대한 HAR-RV-SK모형, HAR-RV-J-SK모형, 그리고 HAR-RV-CJ-SK모형으로 구분하였고 실현표준편차와 로그변환 실현표준편차로 구분하여 설명변수에 대한 회귀계수 결과를 제시하였다. 괄호 속의 t 값은 잔차의 자기상관성과 이분산성을 Newey-West(1987)의 방법으로 조정한 표준오차로부터 계산하였다. 위첨자 'a', 'b', 'c'는 각각 유의수준 '1%', '5%', '10%'에서 유의한 결과를 표시한 것이다. 각 모형의 회귀적 관계에 대한 통계적 유의성은 F -통계량으로 표시하였고, 제시된 모든 결과는 유의적이다. 종속변수에 대한 독립변수의 설명력 정도는 다중회귀분석의 조정된 R^2 로 제시하였다. 또한 실현왜도와 실현첨도를 포함하지 않고, 변동성 레버리지효과의 음(-)의 수익률만을 설명변수로 포함한 모형으로부터의 설명력을 SK제의 조정된 R^2 부분에 구분 제시하였다. 외표본을 이용한 예측성과 평가는 전체기간에서 2009년 1월을 예측 시작 거래일로 하고, 관련 검증절차는 앞의 검증과정과 동일하게 설정을 하였다. 각 모형별 예측성과 평가는 Mincer-Zarnowitz(1969) 회귀식의 설명력(R^2)을 이용하고, 비교기준 모형에 대한 선택모형의 예측력 개선 여부는 Theil's U 통계량, McCracken(2007)의 MSE-F 통계량, Clark and McCracken(2001)의 ENC-NEW 통계량을 이용하였다.

	HAR-RV-SK 모형		HAR-RV-J-SK 모형		HAR-RV-CJ-SK 모형	
	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$	$RV^{1/2}$	$\ln(RV^{1/2})$
$\beta_D^{(C)}$	0.4640 ^a (7.22)	0.3455 ^a (9.33)	0.4645 ^a (7.25)	0.3455 ^a (9.32)	0.4641 ^a (7.14)	0.1464 ^a (8.16)
$\beta_W^{(C)}$	0.3162 ^a (3.51)	0.3730 ^a (8.54)	0.3142 ^a (3.49)	0.3730 ^a (8.53)	0.3027 ^a (3.35)	0.1949 ^a (9.06)
$\beta_M^{(C)}$	0.1499 ^b (2.14)	0.2249 ^a (5.74)	0.1549 ^b (2.20)	0.2249 ^a (5.73)	0.1825 ^a (2.65)	0.1298 ^a (6.14)
$\beta_D^{(J)}$			-0.0506 (-0.86)	-3.4771 (-0.06)	0.1738 ^a (3.51)	165.4437 (1.04)
$\beta_W^{(J)}$					0.0930 (0.97)	0.7571 (0.00)
$\beta_M^{(J)}$					-0.2329 (-1.58)	-301.8296 (-0.61)
$\gamma_D^{(S)} \times 100$	0.0006 (0.95)	0.1724 ^a (3.01)	0.0006 (1.09)	0.1726 ^a (2.99)	0.0007 (1.21)	0.1854 ^a (3.12)
$\gamma_D^{(K)} \times 100$	-0.0168 ^a (-4.78)	-1.2742 ^a (-5.55)	-0.0148 ^a (-4.10)	-1.2718 ^a (-5.01)	-0.0127 ^a (-3.56)	-0.3985 (-1.45)
F -통계량	1213.85	1229.07	1012.37	1023.83	766.20	745.35
조정 R^2	70.31%	70.57%	70.33%	70.57%	70.54%	69.96%
■ 외표본에 대한 예측성과						
M-Z R^2	50.83%	59.60%	50.75%	59.62%	50.86%	58.99%
▶ 비교모형	HAR-RV		HAR-RV-J		HAR-RV-CJ	
Theil's U	0.9517	0.9682	0.9662	0.9703	0.9732	0.9877
MSE-F	69.4732 ^a	44.9253 ^a	47.8443 ^a	41.8793 ^a	37.6050 ^a	17.0368 ^a
ENC-NEW	84.5938 ^a	38.9001 ^a	57.6220 ^a	37.2120 ^a	45.7792 ^a	15.6358 ^a

LHAR-RV-J-SK모형에 있어서는 로그변환 실현표준편차의 경우에서 3가지 통계량이 모두 통계적으로 유의적으로 비교기준 LHAR-RV-J모형의 예측력을 개선하는 것을 알 수 있다.

다음으로 하루 중 수익률 변동성의 U자 형태 계절성을 통제한 경우이다. 일중 수익률 변동성의 계절성 효과는 하루 중 거래시간에서 시작시점과 끝 시점에서 비교적 높은 변동성을 갖는 일상적 속성(stylized facts)이다. 우리는 실현왜도와 실현침도의 설명력에 대한 강건성을 확인하기 위하여 앞의 <표 5>의 검증과정에 이용된 하루 중 수익률자료에 대하여 시작 거래시간 이후 30분(09:01~09:30)과 끝 거래시간 이전 30분(14:30~15:00)의 자료를 제외한 나머지 거래시간의 수익률 자료만을 이용하여 동일한 검증과정으로부터 확인된 검증결과를 <표 7>에 보고하였다. 역시 지면의 절약을 위해 일별 예측기간에 대한 대표본과 외표본의 검증결과만을 제시하였다.

검증결과에 의하면, 이질적 자기회귀모형에서 실현왜도와 실현침도는 하루 중 수익률의 계절성 효과에 관계없이, 실현변동성 설명력과 미래기간 예측력 개선에 고유한 추가적 정보가치를 가진다는 것을 분명하게 확인할 수 있다. 특히, 관찰된 모형이 검증결과에 대한 긍정적 증거가 <표 5>에 비교하여 <표 7>에서의 검증결과에서 보다 높기 때문에, 하루 중 수익률의 계절성 효과는 실현변동성에 의한 이질적 자기회귀모형의 설명력과 미래기간 예측성과에 부정적 영향을 미치는 요소임을 추정케 한다. 즉, 대표본에 의한 검증결과에서, 실현왜도와 실현침도에 대한 회귀계수는 하루 중 수익률의 계절성을 통제하지 않은 <표 5>의 검증결과와 다르지 않다. 그리고 하루 중 수익률 계절성을 통제하지 않은 모형들의 설명력에 비교하여, 하루 중 수익률 계절성을 통제한 모형들의 설명력이 보다 큰 값을 보이고, 이는 모형의 설명

력이 분명하게 개선되었음을 의미한다. 즉, 하루 중 수익률의 계절성을 통제하지 않은 모형들로부터의 설명력 R^2 는 62.98~65.56%의 범위에 있지만, 하루 중 수익률의 계절성을 통제한 모형들로부터는 69.96~70.57%의 높아진 설명력 범위를 보인다. 외표본의 검증결과에서도 대표본의 검증결과와 같이 하루 중 수익률 계절성 효과의 통제가 미친 긍정적 영향을 확인할 수 있다. 예측치에 대한 실제치 Mincer-Zarnowitz 회귀식 설명력에 의하면, <표 5>은 48.50~53.39%의 범위에 있지만, <표 7>은 50.75~59.62%의 범위로 보다 높아진 설명력을 확인할 수 있다. 더욱이 HAR-RV모형, HAR-RV-J모형, HAR-RV-CJ모형 모두에서 하루 중 수익률의 계절성을 통제하였을 때, 미래기간 예측력 개선에 대한 Theil's U 통계량, MSE-F 통계량, ENC-NEW 통계량 3가지 모두가 통계적으로 유의적인 결과를 보여준다.

이상의 결과를 통하여, 변동성 레버리지효과와 하루 중 수익률의 계절성에 관계없이, 실현왜도와 실현침도는 실현변동성 이질적 자기회귀모형을 통한 미래 실현변동성의 설명력과 예측성과 개선에 도움이 되는 자체적인 정보를 갖는다는 결론을 얻을 수 있다. 또한 하루 중 수익률 변동성의 계절성 효과는 실현변동성의 이질적 자기회귀모형의 설명력과 미래기간 예측력 개선에 부정적 영향을 미치는 요소임을 추가적으로 확인하였다.

V. 결론 및 시사점

본 연구는 한국주식시장의 대표적 주가지수인 종합주가지수(KOSPI)의 일중 고빈도 수익률자료를 이용

한 실현변동성의 측정, 실현왜도와 실현첨도를 새로이 포함하는 이질적 자기회귀모형의 추정과 이에 기초한 미래 변동성의 예측성과에 대한 평가를 체계적으로 검증하였다. 연구를 위해 보다 개선된 변동성 측정 및 예측을 위하여 실현변동성의 측정에 대한 실증설계를 개선하였고, 새로운 설명변수의 도입을 통하여 이질적 자기회귀모형의 미래 변동성에 대한 예측능력을 개선하기 위한 시도를 하였다. 즉, 본 연구는 기존연구들과 다음과 같은 차별점을 갖는다. 첫째, 실현변동성의 이질적 자기회귀모형을 통한 미래 변동성의 예측능력 개선에 필요한 새로운 설명변수로 실현왜도와 실현첨도의 도입을 시도하였다. 둘째, 실현변동성의 이질적 자기회귀모형을 통한 미래 변동성의 예측능력 개선에 영향을 미칠 수 있는 실증설계 부분인 실현변동성의 측정방법과 실현변동성으로부터 불연속적 점프요소를 비모수적으로 분리하는 방법을 개선하였다. 본 연구에서 확인된 주요 결과를 요약·정리하면 다음과 같다.

첫째, KOSPI에 대한 과거기간의 실현변동성을 반영한 이질적 자기회귀모형은 미래 실현변동성의 변화에 대하여 높은 설명력을 보여주며, 상이한 속성을 갖는 실현변동성의 연속적 요소와 불연속적 점프요소를 분리하여 모형에 적용하는 것은 미래 실현변동성의 변화에 대한 설명력을 개선하는데 유용하다. 또한 한국주식시장에서 실현변동성의 불규칙적 점프요소가 반영된 HAR-RV-J모형으로부터의 예측성과가 다른 모형들에 비교하여 우수한 예측성과를 나타낸다.

둘째, 새로운 설명변수인 실현왜도와 실현첨도의 포함한 실현변동성 이질적 자기회귀모형은 미래 실현변동성에 대한 설명력과 예측성과를 분명하게 개선하는 실증 증거를 보여준다. 즉, 실현왜도와 실현첨도는 상이한 투자기간을 갖는 이질적 투자자들의

특성에 따른 장단기 변동성의 변화를 보다 잘 설명할 수 있는 추가적 정보를 가지며, 미래 변동성에 대한 설명력과 예측력을 개선할 수 있는 독립적인 변수이다. 특히 실현첨도가 갖는 미래 실현변동성의 예측성과 개선에 대한 기여 정도가 실현왜도보다 크게 나타난다. 이는 한국주식시장에서 실현변동성의 불연속적 점프요소가 미래 실현변동성의 예측성과에 의미 있게 기여한다는 결과와 일관성을 갖는다. 또한 새로운 설명변수의 유용성은 기존에 알려진 변동성 레버리지효과에 무관하게 성립하는 강건한 결과이고, 더욱이 하루 중 수익률 변동성의 계절성 효과에 관계없는 강건한 결과이다.

본 연구의 결과는 한국주식시장에서 실현변동성에 대한 이질적 자기회귀모형이 단순성과 확장성의 측면에서 매우 유용하게 사용될 수 있는 모형임을 말해주는 것이다. 특히 새로운 설명변수로 도입된 실현왜도와 실현첨도는 HAR-RV모형을 이용한 미래 실현변동성 예측성과를 개선하는데 있어서 이질적 투자자들의 특성에 따른 장단기 변동성 변화를 보다 잘 이해하는데 유용한 정보가치를 갖는 변수이다. 재무금융 분야에서 변동성에 대한 보다 개선된 예측성과는 학문적으로 뿐만 아니라 실무적으로도 매우 중요하다. 향후 관련분야의 의미 있는 후속연구가 계속되기를 기대한다.

참고문헌

- 엄철준(2015), "고빈도 수익률과 실현변동성을 이용한 금융자료의 통계적 속성에 관한 재고찰," **재무연구**, 28(3), 453-485.
- 전찬수(2013), "Value-at-Risk를 통한 실현변동성 모형

- 과 GARCH 계열 모형의 예측성과 비교,” **선물연구**, 21(2), 135-167.
- 정재식 · 주상영 · 이승문(2003), “원/달러 환율의 실현변동성,” **대외경제연구**, 2, 55-78.
- 한상범 · 김형태(2002), “코스닥지수 및 벤처지수의 변동성 분석,” **경제학연구**, 50(1), 117-143.
- Amaya D., P. Christoffersen, K. Jacobs and A. Vasquez(2013), “Does Realized Skewness Predict the Cross-Section of Equity Returns?,” Working Paper Available in SSRN Website.
- Andersen, T. G., and T. Bollerslev(1998), “Answering the Skeptics: YES, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts,” *International Economic Review*, 39(4), 885-905.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold and P. Labys(2001a), “The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility,” *Journal of the American Statistical Association*, 96, 42-55.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold and H. Ebens(2001b), “The Distribution of Realized Stock Return Volatility,” *Journal of Financial Economics* 61, 43-76.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold and P. Labys(2003), “Modeling and Forecasting Realized Volatility,” *Econometrica* 71, 579-625.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev and F. X. Diebold (2007), “Roughing it up: including Jump Components in the Measurement, Modeling, and Forecasting of Return Volatility,” *Review of Economics and Statistics* 89, 701-720.
- Andersen T. G., T. Bollerslev, and X. Huang(2011), “A Reduced Form Framework for Modeling Volatility of Speculative Prices based on Realized Variance Measures,” *Journal of Econometrics* 160(1), 176-189.
- Andersen T. G., D. Dobrev and E. Schaumburg (2012), “Jump-robust Volatility Estimation using Nearest Neighbor Truncation,” *Journal of Econometrics* 169, 75-93.
- Bardorff-Nielsen, O. E., and N. Shephard(2004), “Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps (with discussion),” *Journal of Financial Economics* 2, 1-57.
- Bardorff-Nielsen, O. E., and N. Shephard(2006), “Econometrics of Testing for Jumps in Financial Economics using Bipower Variation,” *Journal of Financial Economics* 4, 1-30.
- Bollerslev T.(1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity,” *Journal of Econometrics* 31(3), 307-327.
- Busch T., B. J. Christensen, and M. Nielsen(2011), “The Role of Implied Volatility in Forecasting Future Realized Volatility and Jumps in Foreign Exchange, Stock, and Bond markets,” *Journal of Econometrics* 160, 48-57.
- Byun S. J., and J. S. Kim(2013), “The Information Content of Risk-Neutral Skewness for Volatility Forecasting,” *Journal of Empirical Finance* 23, 142-161.
- Chui, A. C., S. Titman and K. C. J. Wei(2010), “Individualism and Momentum around the World,” *Journal of Finance* 65(1), 361-392
- Clark, T. E., and McCracken, M. W.(2001), “Tests of Equal Forecast Accuracy and Encompassing for Nested Models,” *Journal of Econometrics* 105, 85-110.
- Clark, T. E., and McCracken, M. W.(2004), “Evaluating Long-Horizon Forecasts,” *Manuscript*, University of Missouri at Columbia.
- Cont R.(2001), “Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues,”

- Quantitative Finance* 1, 223-236.
- Corsi F.(2009), "A Simple Approximate Long-memory Model of Realized Volatility," *Journal of Financial Econometrics* 7(2), 174-196.
- Corsi F., and R. Reno(2012), "Discrete-time Volatility Forecasting with Persistent Leverage Effect and the Link with Continuous-time Volatility Modeling," *Journal of Business and Economic Statistics* 30(3), 368-380.
- Engle R. F.(1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica* 50(4), 987-1001.
- Hansen P. R., and A. Lunde(2006), "Consistent Ranking of Volatility Models," *Journal of Econometrics* 131(1-2), 97-121.
- Huang C., X. Gong, X. Chen and F. Wen(2013), "Measuring and Forecasting Volatility in Chinese Stock Market using HAR-CJ-M Model," *Abstract and Applied Analysis Volume 2013*, Article ID 143194, 13 pages.
- Huang X., and G. Tauchen(2005), "The Relative Contribution of Jumps to Total Price Variance," *Journal of Financial Econometrics* 3(4), 456-499.
- Jegadeesh, N., and S. Titman(1993), "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency," *Journal of Finance* 48, 65-91.
- Koopman S. J., B. Jungbacker and E. Hol(2005), "Forecasting Daily Variability of the S&P 100 Stock Index using Historical, Realized and Implied Volatility Measurements," *Journal of Empirical Finance* 12, 445-475.
- McCracken, M. W.(2007), "Asymptotics for Out-of-Sample Tests of Granger Causality," *Journal of Econometrics* 140, 719-752.
- Merton R.(1980), "On Estimating the Expected Return on the Market: An explanatory Investigation," *Journal of Financial Economics* 8, 323-361
- Mincer J., and V. Zarnowitz(1969), The Evaluation of Economic Forecasts. in Mincer, J. (Ed.) *Economic Forecasts and Expectations*, NBER, New York, 3-46.
- Muller, U., M. Dacorogna, R. Dave, O. Pictet, R. Olsen, and J. Ward(1993), "Fractals and Intrinsic Time - A Challenge to Econometricians," 39th International AEA Conference on Real Time Econometrics, 15-15 October, Luxembourg.
- Muller, U., M. Dacorogna, R. Dave, R. Olsen, O. Pictet, J. Weizsacker(1997), "Volatilities of Different Time Resolutions - Analyzing the Dynamic of Market Components," *Journal of Empirical Finance* 4, 213-239.
- Naes R., J. A. Skjeltorp and B. A. Odegaard(2011), "Stock Market Liquidity and the Business Cycle," *Journal of Finance* 66(1), 139-176.
- Newesy W. K., and K. West(1987), "A Simple, Positive Semi-definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix," *Econometrica* 55, 703-708.
- Rapach, D. E., and M. E. Wohar(2006), "In-sample vs. Out-of-Sample Tests of Stock Return Predictability in the Context of Data Mining," *Journal of Empirical Finance* 13, 231-247.
- Wood, R. A., T. H. McNish and J. K. Ord(1985), "An Investigation of Transactions Data for NYSE Stocks," *Journal of Finance* 40(3), 723-739.

A Study on the Information Effect of Realized Skewness and Kurtosis in Volatility Forecasting Using the Heterogeneous Autoregressive Model*

Cheoljun Eom** · Jong Won Park***

Abstract

In financial markets, there are many studies for improving the predictability of future volatility by combining the heterogeneous autoregressive (HAR) model and realized volatility (RV) using intraday high-frequency data. We examine the predictability of future volatility based on expanded HAR-RV models including realized skewness and realized kurtosis proposed newly in this study using the intraday high-frequency data of KOSPI. In the study, we utilize a modified method that improves the problems from the previous studies, which may occur in the process of separating the continuous elements and the discontinuous jump elements from the realized volatility. The main results are as follows. First, the HAR-RV model shows the high explanatory power with respect to changes in future volatility, and application of the continuous element and discontinuous jump element of realization volatility into the model separately is useful for enhancing the explanatory power. Second, the HAR-RV model including realized skewness and kurtosis proposed in this study shows obviously improvement of both the predictability and explanatory power for the future volatility. Realized skewness and kurtosis can have additional information reflecting the volatility characteristics resulting from the action and reaction of various heterogeneous investors with different time horizons. And our results suggest that realized skewness and kurtosis are useful variables with additive information for predicting the future volatility in the HAR-RV model. The usefulness of these variables is well

* This work was supported by the 2015 Research Fund of the University of Seoul

** Professor, School of Business, Pusan National University, First Author

*** Professor, College of Business Administration, University of Seoul, Corresponding Author

established regardless of controlling the volatility leverage effect and intra-day return seasonality effect in the model.

Key words: Intraday high frequency data, Realized Volatility, Heterogenous autoregressive model, Realized skewness, Realized kurtosis

-
- 저자 임철준은 현재 부산대학교 경영대학 재무관리 전공 교수로 재직 중이다. 부산대학교 경영대학 및 대학원 경영학과를 졸업하였으며, 박사 취득 이후에는 POSTECH 전산수학연구센터와 뇌연구센터에서 박사후연구원으로 일했다. 주요연구분야는 포트폴리오 최적화 선택, 계량금융 설계 및 실험, 학제간연구(Econo-physics) 등이다.
 - 저자 박종원은 현재 서울시립대학교 경영대학 재무금융 전공 교수로 재직 중이다. 국민대학교 경영학과를 졸업하였으며, 서울대학교 대학원 경영학과에서 재무금융전공으로 경영학 석사 및 박사를 취득하였다. 주요연구분야는 자산가격결정이론의 실증, 금융시장 변동성, 위험관리, 금융제도, 파생상품시장 등이다.