보험금의 불확실성과 보험 수요의 재고찰*

홍지민(주저자)
대구대학교 경상대학 금융보험학과 조교수
(jmhong@daegu.ac.kr)

본 연구는 불확실한 보험금이 보험 수요에 미치는 영향을 살펴보고 있다. 그 결과 첫째, 계약자의 신중성(검약, prudence)에 따라 보험의 수요가 달라졌다. 신중한 계약자의 경우 보험금에 불확실성이 존재하더라도 공정한 보험료 하에서 여전히 보험을 구입하였다. 둘째, 신중성에 따라 계약자는 공정한 보험료라도 일부보험을 구입할 수 있다. 셋째, 절대적위험회피도(ARA) 및 상대적위험회피도(RRA)의 수준에 따라 더 위험 회피적인 계약자는 보험 수요를 증가시킨다. 넷째, 불확실성의 분포가 평균보유확산에 따라 변화하는 경우 절대적, 상대적 위험회피도 및 절대적, 상대적 신중성이 보험 수요의 증감에 영향을 미쳤다. 다섯째, 손실의 크기가 변할 때 보험 수요는 불확실성의 분산, 불확실성의 하한 및 효용함수의 신중성에 영향을 받는다. 마지막으로 계약자의 효용함수가 감소하는 절대적위험회피도를 갖는 형태일 때, 보험은 정상재일 수 있다.

주제어: 보험금 불확실성, 보험 수요, 신중성, 절대적위험회피도, 상대적 위험회피도, 평균보유확산

Ⅰ. 서 론

일반적으로 보험수요를 다루는 모형에서는 보험금이 손실에 따라 확실한 것으로 보고 있다. 즉 보험사는 발생한 손실에 따라 계약으로 약정된 금액을 지급한다는 것인데, 이러한 보험금이 항상 확실한(certain) 것은 아니다. 현실적으로 보험 계약이 사고에 관한 모든 사항을 담고 있는 완비계약(complete contract)이기도 어려우며, 보험계약자가 특정 사고에 관해 보험 약관의 보장 사항 및 비보장(exclusion) 사항들을 모두 이해하기는 어려울 수 있으므로 계약자의 입장에서 보험금은 사고 수준에 따라 고정된 금액이 아닌 불확실한 금액이 될 수 있다. 특히 책임보험의 경우 같은 보험 증권 내에서도 보상하지 않는 위험의 적용에 따라 담보의 범위가 크게 달라질 수 있다는 점에서, 보험금을 불확실한 변수로 바라보는 관점은 보험 수요에 관해 좀 더 깊이 있는 분석을 가능하게 할 수 있다. 또한 손해 발생 이후 손해사정 과정에서의 오류 가능성, 즉 손실 측정 오차도 배제할 수 없다. 데이터 및 경험의 축적을 통해 손해사정 과정의 평균적인 오류는 사라질 수 있으나 개별 사고에 대한 손해사정의 오류는 충분히 존재할 수 있다는 점에서 보험금 역시 불확실한 변수로 간주할 수 있다.

이외에도 생명보험협회 및 손해보험협회에 따르면 2016년 1분기 및 2분기의 전체적인 민원발생은 동기 대비 감소하였으나 보험금 지급에 관련된 민원은 동기 14,719건에 비해 7.3% 증가한 약 15,790건에 달하였다.[1)] 한편 금융소비자연맹에 따르면 2016년 전체 손해보험사들의 보험금 부지급건은 10만건당 평균 1,650건으로 2015년의 800건 대비 106.25%

최초투고일: 2017. 8. 4 게재확정일: 2017. 9. 5
* 이 논문은 2016학년도 대구대학교 학술연구비지원에 의한 논문임
1) 이 중 생명보험업계의 보험금 지급 관련 민원은 5,338건으로 전년 동기 5,088건에 비해 4.9% 증가하였으며, 손해보험업계의 경우 보상 관련 민원은 9,091건에서 9,883건으로 8.7% 증가한 모습을 나타낸다.

증가한 것으로 나타나고 있다.[2] 이러한 민원증가 및 부지급률 증가는 계약자의 도덕적 해이 및 보험 사기 등에 관한 우려로 인해 보험회사의 지급 심사가 까다로워졌다는 것을 보여주는 지표이기도 하나, 보험계약자 입장에서는 보험금 지급 시점이 불확실해져 보험금이 필요한 시점에서의 자금운용이 어려워질 수 있으며, 보험금 변동의 위험 등이 보험계약에 존재할 수 있음을 나타낸다.

본 연구에서는 이러한 보험금의 불확실성이 보험수요에 미치는 영향을 이론적으로 고찰하고자 한다. 특히 본 연구는 Lee(2012)의 연구를 확장하여 보험금에 불확실성이 존재할 경우의 보험수요를 불확실성이 존재하지 않을 경우의 보험수요와 비교 분석해 보고, 이를 Lee의 결과와 비교해보기로 한다. 특히 Lee의 모형은 보험금의 형태가 손실 x에 대해 불확실성 θ가 더해진 $I(x)=a(x+\theta)$의 형태인 반면, 본 연구는 $I(x)=ax\theta$의 형태로 불확실성이 손실에 곱해진 형태를 취하고 있다. 이러한 모형은 손실 크기가 증가하더라도 계약자가 수용하는 보험금 위험이 고정된 Lee의 모형과는 달리, 계약자가 보험구입으로 인해 수용해야 할 전체 보험금 위험이 손실의 크기에 비례하여 증가하는 양상을 표현하기 위한 것이다. 일반적으로 대재해와 같은 대규모 손실 발생 시 그 손실 규모에 대한 측정오차 역시 증가할 수 있는 바, 본 연구와 같은 모형 하에서 보험수요를 살펴볼 필요가 있다고 할 수 있다. 또한 Franke et al.(2006)에서 지적된 바와 같이, 투자자들이 포트폴리오 선택문제에서 더해지는 형태의 배경위험 하에서 보다 곱해지는 형태의 배경위험 하에서 더 공격적인 투자 포지션을 취한다. 즉 곱해지는 형태의 배경위험 모형이 단순히 더해지는 형태의 배경위험 모형의 대칭적인 형태가 아니라는 것을 지적하고 있는 것이다. 따라서 본 연구에서는 $I(x)=ax\theta$라는 가정 하에서의 연구결과를 Lee의 결과와 비교분석하기로 한다.

또한 본 연구에서는 Lee(2012)의 연구에서 이루어지지 않은 보험금 불확실성 하에서의 위험회피성향, 불확실성의 분포 변화 및 손실 크기의 변화가 보험수요에 미치는 영향을 살펴보기로 한다. 특히 불확실성의 분포 변화의 영향을 살펴보는 것은, 불확실성으로 인해 보험이 일종의 위험자산으로 간주됨에 따라 수익률분포의 믿음에 관한 변화가 포트폴리오에서 투자 비중에 미치는 영향과 비교 고찰 할 수 있도록 한다는 점에서 보험수요를 좀 더 다각적으로 고찰할 수 있도록 도와준다고 할 수 있다.

연구 결과에 따르면 첫째, 보험금에 불확실성이 존재하더라도 공정한 보험료 하에서 보험 계약자는 언제나 보험을 구입한다. 둘째, 계약자의 보험 수요는 계약자의 신중성(검약, prudence)에 따라 달라질 수 있다. 이는 보험금 불확실성으로 인해 사고 상태에서의 소득이 불확실해지므로, 신중성이 예방적 수요(precautionary motive)에 따라 보험을 더 구입하도록 작용하기 때문이다. 반면 보험금 불확실성에의 노출을 줄이기 위해 계약자의 위험회피성향이 보험에 대한 수요를 줄이도록 작용한다. 따라서 계약자가 충분히 신중하지 못할 경우에는 공정한 보험료라 할지라도 보험계약자는 일부보험을 구입할 수 있다. 셋째, 보험계약자의 절대적위험회피도(Absolute Risk Aversion, ARA) 및 상대적위험회피도(Relative Risk Aversion, RRA)에 따라 더 위험회피적인 소

2) 부지급건이란 보험사의 보험금청구 지급 거부 건수를 의미한다. 생명보험사의 경우 부지급건이 10만건당 866건으로 2015년의 1050건에 비해 17.52% 감소하였으나 여전히 부지급건이 존재하여 보험금 수령에 있어 불확실성이 존재함을 알 수 있다.

비자가 보험을 더 구입할 수 있다. 넷째, 보험금 불확실성의 분포가 평균보유확산(MPS, Mean Preserving Spread)를 따라 변화할 때, 보험수요는 효용함수의 절대적 및 상대적 위험회피도와 절대적 및 상대적 신중성(검약)에 따라 보험수요가 늘어날 수 있으며, 이러한 결과는 포트폴리오 선택 이론과도 유사하게 나타난다. 다섯째, 손실의 크기가 증가할 때 보험 수요는 보험금 불확실성의 분산(variance), 분포의 하한(lower bound) 및 효용함수의 신중성에 따라 증가할 수 있었다. 특히 이는 불확실성의 분산이 수요에 영향을 미치지 않는 Lee의 모형에서는 관찰할 수 없는 결과이다. 마지막으로 보험계약자의 효용함수가 CARA인 경우 보험은 열등재이다. 반면 DARA인 경우는 보험이 열등재라는 기존의 연구결과와는 달리 정상재일 수 있다. 이러한 연구결과는 보험금의 불확실성이 보험 수요의 왜곡이라는 비효율성을 가져올 수 있다는 점을 좀 더 명확히 보여준다는 점에서 현실에 시사하는 바가 있다 할 수 있겠다.

다음 장에서는 선행연구들을 살펴보고, 3장에서는 모형의 기본 가정을 기술한다. 4장에서는 벤치마크를 위해 기존의 기대효용 이론 하에서 보험금에 불확실성이 존재할 때의 보험수요 및 계약자 효용을 살펴본 후 5장에서는 비교정학분석을 통해 보험 수요를 다각적으로 고찰해본다. 마지막으로 6장에서는 연구결과를 정리하고 미래 연구 방향을 제시한다.

Ⅱ. 선행연구 및 연구의의

일반적으로 보험금의 불확실성(uncertain indemnity)은 정보의 비대칭에 따른 보험사기(fraud), 도덕적 해이 등을 다루고 있는 연구 문헌에서 주로 연구되고 있다. Picard(1996), Crocker and Tennyson(2002)에 따르면 보험금의 불확실성은 보험계약자가 사고 규모를 부풀리거나(과대청구), 또는 보험자(insurer)가 보험금 청구를 받았을 때 사고 규모를 낮게 추정하여 보험금을 삭감할 수 있으므로 보험금이 불확실해지는 경우가 많다.

특히 보험금의 불확실성은 보험사기의 대응전략으로 언급되는 경우가 많다. Bourgeon and Picard(2014)에 따르면, 보험사는 보험금 청구 시 사기로 의심되는 경우가 아닐 때에도 까다로운 심사 전략(nitpicking auditing strategy)을 고수하는 경우가 많다. 이러한 전략에 따라 보험금은 삭감될 수 있다. 특히 Bourgeon and Picard의 연구는 이러한 전략이 보험사의 평판을 악화시키고, 이로 인해 계약자 후생이 낮아질 수 있음에도 불구하고 보험 사기의 우려 하에서는 사회적으로 최적 전략일 수 있음을 보이고 있다.

국내의 연구에서도 명시적으로 보험금의 불확실성을 다루고 있는 연구는 부족한 실정이다. 대부분의 국내 연구 역시 보험 사기에 따른 보험금의 삭감, 및 보험자의 책임 면제 등에 관해 초점을 맞추고 있다. 이에 따라 법적인 관점에서의 연구가 대다수를 이루고 있다. 대표적으로 김광국(2002)은 보험사기로 인한 보험금 청구의 경우 보험자는 보험금을 지급하지 않을 수 있음을 가리키며 이를 영미의 보험계약법 하에서의 효과와 우리나라 및 일본의 법제 하에서의 효과를 비교 분석하고 있다. 이외에도 이원정(2015)은 영국에서 진행된 보험자가 손해보험계약상 약정된 보험금의 지급을 거절하거나, 지급을 지연시킴으로 인해 계약자에게 손해가 발생한 경우, 피보험자가 보험자에게 손해배상을 청구할 수 있는지에 대한 논의를 법적으로 고찰하고 있다. 이러한 연구는 보험계약자의 후생을 제고하기 위해 보험금

의 지급지체에 따른 피보험자를 보호방안을 살펴보고 있다.

한편 조영현(2012)는 보험금 지급관련 서비스와 소비자가 보험회사에 대해 갖는 이미지 간의 관계를 분석함으로써, 약관의 명확한 이해가 보험회사에 대한 이미지를 제고할 수 있음을 보이고 있다. 이러한 연구는 보험금의 지급이 보험회사의 평판과 관련되어 보험회사에 일종의 비용으로 작용할 수 있음을 가리키고 있으며, 보험 수요에도 영향을 미칠 수 있음을 간접적으로 보이고 있다.

정보비대칭성이 없는 상황에서 보험금의 변동성을 고려하고 있는 연구로는 Doherty and Schlesinger (1991), Lee(2012), Hong and Seog(2016)의 연구를 들 수 있다. 먼저 Doherty and Schlesinger는 보험계약의 파산 가능성(default risk)에 따라 보험금이 지급되지 않을 위험을 고려하고 있으며, 이때 최적보험은 공정한 보험료 하에서도 일부보험(partial coverage)임을 보이고 있다. 한편 Hong and Seog은 보험 계약자가 모호성 회피적인 성향(ambiguity aversion)을 가질 경우, 보험사의 지급 전략에 따라 보험금의 삭감 우려가 존재할 때의 최적보험의 형태가 전부보험 및 일부보험일 조건을 보이고 있다. Lee(2012)의 연구는 기대효용함수 하에서 보험금에 불확실성이 존재할 때의 보험수요를 다루고 있으며, 이때의 최적보험에 관한 조건을 보이고 있다.

본 연구에서는 보험 수요를 좀 더 다각적으로 관찰하기 위해 보험금의 불확실성 하에서의 보험 수요를 살펴보되, 이러한 불확실성이 일종의 관찰 오류(observation error)에서 비롯된 것임을 가정한다. 즉 이는 Doherty and Schlesinger의 파산 위험성이 아닌 손해사정 과정에서 발생할 수 있는 오류 또는 계약의 불완비성으로 인해 발생할 수 있는 것으로 간주한다. 한편 모호성이라는 행동경제학적 요소를 도입한 Hong and Seog의 연구와는 달리, 본 연구는 기존의 기대효용이론을 가정한다.

한편 Lee의 지적과 같이, 보험금에 불확실성이 존재하는 모형은 배경위험이 더해진(additive background risk) 모형과 포트폴리오 선택(portfolio choice) 모형으로 분리하여 분석할 수 있다. 그러나 본 연구의 모형은 포트폴리오 선택 모형 외에 일종의 배경위험이 곱해진(multiplicative background risk) 형태의 모형을 선택하고 있다는 점에서 Lee의 연구와는 차이점을 갖는다. 따라서 보험금 불확실성이 손실에 곱해져있는 형태 하에서의 보험 수요를 살펴보고 있는 것이 본 연구의 첫 번째 연구의의라 할 수 있다.

또한 본 연구 모형은 Lee의 연구를 확장하여 Lee의 연구에서 다루어지지 않은 비교정학분석을 수행하고 있다. Lee는 보험금 불확실성 하에서는 계약자의 신중성(검약, prudence)이 불확실성을 회피하고자 하는 정도보다 충분히 크거나 크지 않을 경우 보험수요가 보험금 불확실성이 없는 경우에 비해 보험 수요가 증가하거나 감소할 수 있음만을 보이고 있을 뿐, 위험회피성향이 증가함에 따른 보험 수요의 변화를 살펴보지 않고 있다. 보험금 불확실성 하에서 위험회피성향의 증가는 손실을 헷지하고자 보험 수요를 늘리도록 작용하기도 하나, 반대로 보험금 불확실성으로 인해 위험한 자산인 보험에 대한 수요를 줄이도록 작용하기도 한다. 따라서 위험회피성향의 증가가 언제나 보험 수요의 증가 또는 감소를 가져오는 것은 아니며, 보험 수요의 증가를 가져올 수 있는 조건을 도출하고 있다는 것이 본 연구의 두 번째 의의라 할 수 있다.

한편 본 연구에서는 포트폴리오 선택 이론과 비교하여 보험금 불확실성의 분포의 변화에 따른 보험

수요의 변화 역시 살펴보고 있다. 특히 불확실성의 분포가 평균은 동일하되 분산이 더 작은 분포로 이동하더라도(MPS) 상대적 및 절대적 위험회피도와 상대적 및 절대적 신중성(검약)이 보험 수요의 증감에 영향을 미친다는 것을 살펴보고, 보험 수요가 증가할 조건을 구체적으로 도출하고 있다. 또한 본 연구는 "더해진 불확실성"의 형태를 선택하고 있는 Lee의 연구 모형과는 달리 "곱해진 불확실성"하에서는 손실의 크기가 변화할 때 불확실성의 변동성(분산)이 보험 수요에 영향을 미친다는 점을 명시적으로 분석하고 있다. 모형의 가정은 다음과 같다.

Ⅲ. 모형의 가정

보험계약자는 p의 확률로 보험사고를 겪게 되고, 이때 사고로 인한 손실은 x로 표기한다. 손실 발생 시 보험계약자는 보험회사에 보험금을 청구하게 되는데 이때 보험회사의 지급보험금 I는 손실의 크기 외에 손해사정 오류(보험사의 손실 측정 오류) 및 계약의 불완비성 등에 따라 일종의 불확실성의 요소를 갖게 되는데 이를 θ로 나타내기로 한다. 본 연구의 θ는 $F(\theta)$의 누적분포함수를 가지며, 기댓값은 1이다. 즉 $E(\theta)=\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\theta dF(\theta)=1$ 이다. 또한 현실적으로 계약자에게 페널티를 부과하는 것은 불가능하므로 $\theta \geq 0$ 임을 가정하기로 한다. 본 연구에서는 보험계약의 형태가 공동보험(coinsurance)의 형태를 갖는 것으로 가정하기로 한다. 이에 따라 지급보험금은 $I=I(x,\theta)=a(x\theta)$, $0 \leq a \leq 1$이다. 이러한 형태는 손실크기가 커지면 보험금의 불확실성의 크기가 손실의 일정비율이 되어 함께 증가한다는 가정을 반영한 것이다. 한편, 본 연구는 완전정보를 가정하고 있어 계약자와 보험자는 불확실성의 분포에 대해 동일한 믿음(belief)을 갖고 있다. 이에 따라 지급보험금의 기댓값은 $E(I)=axE(\theta)=ax$이다.[3] 한편 부가보험료 요인을 λ라 할 때 위험중립적인 보험자는 불확실성의 기댓값에 따라 보험료를 책정한다. 즉 보험료는 $Q=(1+\lambda)apxE(\theta)=(1+\lambda)apx$가 된다.

계약자는 일반적인 기대효용함수(Von Neumann-Morgenstern expected utility)를 갖는 것으로 가정하고, 이때의 효용함수는 $u(.)$로 표기한다. 효용함수 $u(.)$는 즉 강오목한(strictly concave and increasing) 증가함수이며, 두 번 미분가능하다.

마지막으로 보험계약자의 초기 부(wealth)는 W로 표기하기로 한다. 한편 본 연구에서는 앞서 언급한 바와 같이 정보의 비대칭성은 존재하지 않는 것으로 가정한다. 즉 도덕적 해이 또는 역선택의 문제는 존재하지 않는 것으로 가정한다.

3) θ의 기댓값이 1을 갖는다는 가정은 다음과 같은 상황에 기인한다. 일반적으로 보험회사는 계약자에게 지급될 보험금을 삭감하고자 함에 따라 약정된 보험금 이상을 지급하는 경우는 없다는 점에서 θ의 기댓값이 1보다 작아야 한다고 생각할 수 있다. 그러나 자동차 사고에서 부품 교체 등이 이루어지는 경우 감가상각을 고려한 중고 부품이 아닌 신품으로의 교체가 이루어지기도 하며, 다른 손해보험에서도 손해사정사의 사고 규모 측정에서 오류로 인해 초과지급이 이루어지는 경우를 배제할 수는 없다. 한편 Lee의 지적과 같이 더 포괄적인 의미에서 보험계약자가 보험사고 이후 보험금 지급을 예상보다 일찍 받을수도, 늦게 받을 수도 있다는 점에서 이러한 화폐의 시간가치, 또는 지급이 당겨지거나 미루어짐에 따라 겪을 수 있는 편리와 불편함 등을 포함한다면 θ의 기댓값을 1로 가정하고 논의를 진행하는 것 역시 의미를 가질 수 있을 것으로 생각한다.

Ⅳ. 모형의 분석

먼저 본 장에서는 보험금에 있어 불확실성이 존재하지 않는 경우와 존재하는 경우의 보험수요를 비교해 보기로 한다. 일반적인 기대효용함수를 사용하여 보험계약자의 보험구입으로 인한 효용을 표기하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_1 &= (1-p)u(W-Q) + pEu(W-Q-x+a(x\theta)) \\ &= (1-p)u(W-Q) \\ &\quad + p\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} u(W-Q-x+a(x\theta))dF(\theta) \qquad (1) \end{aligned}$$

$$where \quad Q = (1+\lambda)apx$$

표기의 편의를 위해, $W_0 = W-(1+\lambda)apx$, $W_1 = W-(1+\lambda)apx - x + a(x\theta)$로 각각 나타내기로 하자. 이때 1계조건(First order condition)은 다음과 같다.[4)]

$$\begin{aligned} U_{1a} &= -(1+\lambda)px(1-p)u'(W_0) \\ &\quad + pE[u'(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)] \\ &= -(1-p)(1+\lambda)pxu(W_0) \\ &\quad + p\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} u'(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)dF(\theta) = 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

본 문제가 내부해(interior solution)을 갖기 위해서는 $0 < a \le 1$에 대해 식 (2)가 0의 값을 가져야 한다. 이제 내부해를 갖는 지 살펴보기 위해 각각 a=0,1에서 식 (2)의 값을 따져보기로 한다. 먼저 공정한 보험료 하에서의 보험 수요를 살펴보면 다음 〔정리 1〕을 얻을 수 있다.

〔정리 1〕 보험금에 불확실성이 존재하는 경우, 보험회사가 공정한 보험료(fair premium)을 제시할 때 다음이 성립한다.

(1) 보험계약자는 언제나 보험을 구입한다.

(2) 신중하지 않은(imprudent, $u''' \le 0$) 보험계약자는 일부보험(partial insurance)을 구입할 수 있다.

증명) (1) 공정한 보험료임을 가정하면 $\lambda = 0$이다. 이때 a=0에서의 식 (2)의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_{1a|a=0} &= -px(1-p)u'(W) \\ &\quad + pE[u'(W-x)(-px + x\theta)] \\ &= -px(1-p)u'(W) + pu'(W-x)(1-p)x \quad (4) \end{aligned}$$

효용함수의 오목성에 따라 식 (4)의 값은 언제나 양의 값을 갖는다. 따라서 보험계약자는 보험금에 불확실성이 존재하더라도 언제나 보험을 구입한다.

(2) 한편 a=1 에서의 식 (2)의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_{1a|a=1} &= -px(1-p)u'(W-px) \\ &\quad + pE[u'(W-px-x+x\theta)(-px+x\theta)] \\ &= -px(1-p)u'(W-px) \\ &\quad + pE[u'(W-px-x+x\theta)]E[-px+x\theta] \\ &\quad + pcov(u'(W-px-x+x\theta), -px+x\theta) \end{aligned}$$

4) 한편 2계조건(Second Order condition)은 다음과 같다.

$$U_{aa} = [(1+\lambda)px]^2(1-p)u''(W_0) + pE[u''(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)^2] < 0 \qquad (3)$$

$$= (1-p)px[-u'(W-px) + E[u'(W-px-x+x\theta)]] + pxcov(u'(W-px-x+x\theta),\theta) \quad (5)$$

식 (5)에서 만약 보험계약자가 신중하다면(즉, $u'''(.) > 0$)[5] 젠슨의 부등식(Jensen's inequality)에 의해 다음식이 성립한다.

$$E[u'(W-px-x+x\theta)]] \geq u'[E(W-px-x+x\theta)] = u'(W-px) \quad (6)$$

반면 효용함수의 오목성에 의해 식 (5)의 공분산 항은 음의 값을 갖는다. 따라서 이를 상쇄할만큼 충분히 신중한 계약자는 보험금 불확실성에도 불구하고 전부보험을 구입한다. 그러나 보험계약자가 신중하지 않거나, 충분히 신중하지 못하다면 식 (5)의 부호는 반드시 양의 값을 갖는다고 할 수 없다. 따라서 보험계약자는 일부보험을 구매할 수도 있다. //

〔정리 1〕은 Lee의 연구와 일치한다. 즉 보험금 불확실성인 θ가 손실에 곱해지는 형태인 경우에도 Lee의 연구와 같이 더해지는 형태인 경우와 유사한 결과를 나타낸다.[6] 〔정리 1〕은 다음과 같은 의미를 갖는다. Mossin(1968)에 따르면 공정한 보험료가 제시될 경우 보험계약자는 언제나 전부보험(full insurance)을 구입한다. 그러나 보험금에 불확실성이 존재하게 되면 보험에 대한 수요는 보험계약자의 신중성(prudence) 및 보험 구입으로 인해 증가하는 위험과 밀접한 관련을 갖게 된다. 이때 보험금 불확실성을 회피하고자 하는 성향이 식 (5)에서 공분산 항으로(음의 값) 표현된다. 반면 신중한 보험계약자는 보험금의 불확실성으로 인해 추가적인 보험 구입을 통해 이러한 불확실성에 대비하고자 하게 된다. 이는 예비적 효과(precautionary effect)를 나타내는 것으로, 보험계약자는 충분히 신중하면 보험금에 불확실성이 존재하더라도 보험계약자는 여전히 전부보험을 구입하게 되는 것이다. 한편 보험계약자가 신중하지 않다면 보험계약자는 공정한 보험료라 할지라도 일부보험을 구입하게 된다.[7]

이때 어느 정도의 신중성이 보험금 불확실성으로 인한 위험회피성향을 상쇄할 수 있는지, 신중성에 따라 보험계약자의 보험 수요가 어떻게 달라지는지를 다음 〔정리 2〕가 보여준다.

〔정리 2〕 손실 x 및 모든 θ에 대해 다음 조건이 성립하면, 보험계약자는 보험금 불확실성 하에서 보험료가 공정하더라도 일부보험을 구입한다. 단 이때 $AP(W) = -\frac{u'''(W)}{u''(W)}$인 절대적 신중도 계수(또는 절대 검약, coefficient of Absolute Prudence)를 가리킨다.

$$AP(W-px-x+x\theta) \leq \frac{1}{(1-p)x}$$

5) 이때 신중성(prudence)은 Kimball(1990)의 연구와 같이 $u''' > 0$와 동치이다. 이는 신중한 효용함수를 가진 개인이 불확실성에 대비하여 저축에 대한 예비적 수요를 늘리는 것을 의미한다.

6) Lee의 모형에서 계약자의 기대효용 및 1계 조건은 다음과 같다.

$$U = (1-p)u(W-Q) + pE[u(W-Q-x+a(x+\theta))]$$
$$U_a = -(1-p)u(W-Q)(1+\lambda)px + pE[u'(W-Q-x+a(x+\theta))(-(1+\lambda)px+x+\theta)]$$

7) 이때 보험계약자가 위험중립적이라면, 식 (5)에 의해 보험 계약자는 공정한 보험료 하에서 보험금 불확실성에 상관없이 언제나 전부보험을 구입한다. 따라서 위험회피적인 보험 계약자와 위험중립적인 보험계약자의 보험 수요 비교를 통해 위험회피적인 소비자가 언제나 보험을 더 구입하는 것은 아니라는 것을 유추할 수 있다.이러한 부분을 지적해 주신 익명의 심사위원님께 감사드린다. 위험회피성향의 증감이 보험 수요에 미치는 영향은 다음 장에서 좀 더 구체적으로 살펴보기로 한다.

증명) $u''' > 0$인 효용함수에 대해 식 (5)는 다음과 같이 변형된다.

$$
\begin{aligned}
&(1-p)pxE[u'(W-px-x+x\theta)-u'(W-px)] \\
&\quad +pxcov(u'(W-px-x+x\theta),\theta) \\
&\quad \le (1-p)pxE[u''(W-px-x+x\theta)(x\theta-x)] \\
&\quad +pxcov(u'(W-px-x+x\theta),\theta) \\
&= pxcov[(1-p)xu''(W-px-x+x\theta) \\
&\quad +u'(W-px-x+x\theta),\theta] \qquad (7)
\end{aligned}
$$

이때 식 (7)의 값이 0보다 작거나 같을 조건은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{d\theta}[(1-p)xu''(W-px-x+x\theta) \\
&\quad +u'(W-px-x+x\theta)] \\
&= x[(1-p)xu'''(W-px-x+x\theta) \\
&\quad +u''(W-px-x+x\theta)] \\
&= -xu''(W-px-x+x\theta) \\
&\quad [-(1-p)x\frac{u'''(W-px-x+x\theta)}{u''(W-px-x+x\theta)}-1] \qquad (8)
\end{aligned}
$$

즉 식 (8)은 절대적 신중성 계수 $P_A(W) = -\frac{u'''(W)}{u''(W)}$가 모든 θ에 대해서 $P_A(W-px-x+x\theta) \le \frac{1}{(1-p)x}$이면 항상 음의 값을 갖는다.//

〔정리 2〕는 Lee의 연구와 유사한 의미를 가지나 다음과 같은 차이를 갖는다. Lee는 절대적 신중도 계수가 $\frac{W-px-x+\underline{\theta}}{(1-p)x}$, (이때 $\underline{\theta}$는 불확실성 θ의 하한)보다 작거나 같을 때 보험계약자는 보험료가 공정한 보험료라 하더라도 일부보험을 산다고 기술하고 있다. 즉 Lee의 연구와 같이 보험금의 불확실성이 손실에 더해져 있는 형태인 경우 기준 값(critical value)인 $\frac{W-px-x+\underline{\theta}}{(1-p)x}$가 불확실성의 하한값에 의존하는 반면, 본 연구에서는 기준 값이 $\frac{1}{(1-p)x}$이 불확실성의 지지집합(support)과는 관계없이 결정된다.

이제 부가보험료가 존재할 때(unfavorable insurance premium), 보험금 불확실성 하에서의 수요를 불확실성이 존재하지 않는 경우의 수요와 비교해보기로 한다. 이는 다음의 〔따름정리1〕로 요약된다.

〔따름정리 1〕 보험금에 불확실성이 존재하는 경우 다음이 성립한다.

(1) 보험계약자가 충분히 신중하다면 보험금 불확실성이 없는 경우에 비해 더 많은 보험을 구입할 수도 있다.

(2) 보험계약자가 신중하지 않다면 보험금 불확실성이 없는 경우에 비해 더 적은 보험을 구입하게 된다.

증명) 보험금에 불확실성이 존재하지 않는 경우의 목적함수와 a에 관한 1계조건은 다음과 같다.

$$U = (1-p)u(W-Q) + pu(W-Q-x+ax) \qquad (9)$$

$$where \quad Q = (1+\lambda)apx$$

$$
\begin{aligned}
U_a &= -(1+\lambda)px(1-p)u'(W-Q) \\
&\quad + pu'(W-Q-x+ax)(-(1+\lambda)px+x)] = 0
\end{aligned}
$$

(10)[8]

8) 식 (10)의 값은 부가보험료가 지나치게 크지 않을 때 a=0에서 양의 값을 가지며, a〈 1이다. 이에 관한 증명은 Mossin (1968)등 여러 논문에서 이미 알려져 있으므로 본 연구에서는 생략하기로 한다.

식 (10)을 만족하는 $0 < a < 1$의 내부해 a^*가 존재한다고 하자. 이러한 a^*에 대해, 식 (2)의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_a &= -(1+\lambda)px(1-p)u'(W_0) \\ &\quad + pE[u'(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)] \\ &= -(1+\lambda)px(1-p)u'(W_0) \\ &\quad + pE[u'(W_1)]E[(-(1+\lambda)px + x\theta)] \\ &\quad + pcov(u'(W_1), -(1+\lambda)px + x\theta) \qquad (11) \end{aligned}$$

즉 $u'''(.) \le 0$이면 $E[(-(1+\lambda)px + x\theta)] = -(1+\lambda)px + x$이고, 젠슨의 부등식에 의해 $E[u'(W_1)] \le u'(EW_1) = u'(W - Q - x + ax)$이 성립한다. 또한 $cov(u'(W_1), -(1+\lambda)px + x\theta) < 0$이므로 식 (11)은 a^*에서 언제나 0보다 작은 값을 갖는다. 즉 보험계약자는 보험금 불확실성이 없는 경우에 비해 언제나 더 적은 보험을 구입하게 된다. 반면 $u'''(.) > 0$이면, $E[u'(W_1)] \ge u'(EW_1) = u'(W - Q - x + ax)$이므로 이러한 예비적 동기가 충분히커서 공분산 항을 상쇄하면 보험을 더 구입할 수도 있게 된다. //

〔따름정리 1〕은 계약자의 신중성이 보험금 위험을 회피하고자 하는 성향을 충분히 상쇄한다면 보험 수요는 보험금 위험이 없는 경우에 비해 증가할 수도 있으나, 그렇지 않다면 오히려 보험 수요는 감소하는 것을 보여준다. 즉 보험회사의 손해사정 오류, 계약의 불완비성 및 복잡함, 보험사 지급전략으로 인해 보험금 지급시기의 불확실성 등과 같이 보험금 수령에 있어 불확실성이 존재하게 되면 보험에 대한 수요가 달라질 수 있음을 좀 더 분명하게 보이고 있는 것이다. 특히 이러한 경우 보험 수요는 항상 줄어들거나 늘어나기보다는 계약자의 위험회피성향 및 신중성의 상대적인 크기에 영향을 받게 됨을 알 수 있다. 보험금의 불확실성은 계약자의 보험수요를 왜곡할 수 있으며 보험계약의 효율성을 낮추어 계약자 후생을 낮출 수 있으므로 감독당국의 관찰이 필요할 것이다.

Ⅴ. 비교정학분석(Comparative statics analysis)

본 장에서는 먼저 보험금의 불확실성이 존재할 때, 위험회피성향의 증감, 불확실성 분포의 변화 및 손실 크기의 변화가 보험 수요에 미치는 영향을 분석해보기로 한다. 특히 이러한 부분은 Lee와 같은 기존 연구에서는 이루어지지 않은 부분이다. 또한 부(wealth)의 변화가 수요에 미치는 영향 역시 함께 살펴보기로 한다.

5.1 위험회피성향의 증가에 따른 보험 수요의 변화

앞서 살펴본 바와 보험금이 불확실할 경우 보험 수요에는 계약자의 신중성 및 불확실성을 회피하고자 하는 성향이 복합적으로 영향을 미치고 있다. 특히 위험회피성향이 증가한다고 해서 계약자의 신중성이 함께 증가하는 것은 아니어서, 위험회피성향의 증가는 보험 수요에 더욱 복잡하게 영향을 미치게 된다. 일반적으로 더 위험회피적인 계약자는 손실에 따른 위험을 헷지하기 위해 더 많은 보험을 구입한다. 그러나 보험금의 불확실성이 존재하는 경우 보험의 구입을 늘릴수록 더 많은 보험금 불확실성을 감수해야 한다. 따라서 더 위험회피적일수록 더 많은 보험 구입을 통해 손실에 따른 위험을 헷지하고자 하는 효과와 보험 구입을 줄여 보험금 불확실성

을 줄이고자 하는 효과가 복합적으로 나타나게 되어, 더 위험회피적인 계약자가 더 많은 보험을 구입하는지 여부는 명확하지 않게 된다. 따라서 다음과 같이 위험회피성향이 보험수요에 미치는 영향을 좀 더 자세히 살펴보기로 한다.

서로 위험회피성향이 다른 계약자의 효용함수를 각각 u_1, u_2라 표현하기로 하자. 이때 u_2를 가진 계약자가 u_1을 가진 계약자에 비해 더 위험회피적이라면 증가하는 오목한 함수 k에 대해 $u_2 = k(u_1)$이라 표현할 수 있다. 단 이때 함수 k는 $k''' > 0$을 만족한다고 가정하자. 이에 따라 u_2를 가진 개인의 보험수요에 관한 목적함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\max_a \; U_2 &= (1-p)u_2(W-Q \\ &\quad + pE[u_2(W-Q-x+a(x\theta))] \\ &= (1-p)k(u_1(W-Q)) \\ &\quad + pE[k(u_1(W-Q-x+a(x\theta)))] \quad (12)\end{aligned}$$

$$where \quad Q = (1+\lambda)apx$$

식 (12)의 1계 조건은 다음과 같다. 표기의 편의를 위해 $W_0 = W-Q$, $W_1 = W-Q-x+a(x\theta)$ 를 계속 사용하기로 한다.

$$\begin{aligned}U_{2a} &= -(1-p)(1+\lambda)pxk'(u_1(W_0))u_1'(W_0) \\ &\quad + pE[k'(u_1(W_1))u_1'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)] \quad (13)\end{aligned}$$

식 (13)을 통해 다음의 〔정리 3〕을 얻을 수 있다.

〔정리 3〕 보험금에 불확실성이 존재하는 경우, 증가하는 오목함수인 k에 대해 효용함수 u_1, u_2가 $k(u_1) = u_2$를 만족한다고 하자. 효용함수 u_1이 다음 조건을 만족하면 더 위험회피적인 계약자는 더 많은 보험을 구입한다. 이때 $RRA(W_1^*) = -\dfrac{u_1''(W_1^*)}{u_1'(W_1^*)}W_1^*$는 상대적 위험회피도(Relative Risk Aversion)를, $ARA(W_1^*) = -\dfrac{u_1''(W_1)}{u_1'(W_1^*)}$는 절대적 위험회피도(Absolute Risk Aversion) 를 각각 가리킨다.

$$k''' > 0\text{이고 } RRA(W_1^*) \geq 1 + ARA(W_1^*)(W-x)$$

증명) 앞선 〔정리 1〕 및 〔정리 2〕에서 신중성이 충분히 크지 못하면 공정한 보험료 하에서도 일부보험을 구입하는 것이 최적일 수 있음을 보인 바 있다. 또한 신중성이 충분히 크면 불리한 보험이라도 전부보험을 구입하는 것이 최적일 수 있다. 이제 $u_1 = u$에 대해 식 (2)를 만족하는 내부해가 존재할 때의 내부해를 a^*, $0 < a^* \leq 1$라 나타내기로 하자. 한편 $Q^* = (1+\lambda)a^*px$, $W-Q^* = W_0^*$, $W-Q^*-x+a^*(x\theta) = W_1^*$라 나타내기로 하자. 이때 a^*를 식 (13)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}U_{2a|a=a^*} &= -(1-p)(1+\lambda)pxk'(u_1(W_0^*))u_1'(W_0^*) \\ &\quad + pE[k'(u_1(W_1^*))u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)] \\ &= k'(u_1(W_0^*))[-(1-p)(1+\lambda)pxu_1'(W_0^*) \\ &\quad + pE[\frac{k'(u_1(W_1^*))}{k'(u_1(W_0^*))}u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)]] \quad (14)\end{aligned}$$

한편, 식 (14)에서 $E[\dfrac{k'(u_1(W_1^*))}{k'(u_1(W_0^*))}u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)]]$은 다음과 같이 변형된다.

$$E[\frac{k'(u_1(W_1^*))}{k'(u_1(W_0^*))}]E[u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)]$$

$$+\frac{1}{k'(u_1(W_0^*))}cov[k'(u_1(W_1^*)),$$
$$u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)]] \qquad (15)$$

이때, 식 (15)에서 내부해 $0<a^*\le 1$에 대해 $EW_1^*\le W_0^*$이고, 효용함수가 오목한 증가함수이므로 $E[u_1(W_1^*)]\le u_1(EW_1^*)\le u_1(W_0^*)$이 성립한다. 따라서 오목한 증가함수 k에 대해 $k'(E[u_1(W_1^*)])\ge k'(u_1(W_0^*))$이 성립한다. 또한 $k'''>0$이라 가정하고 있으므로 젠슨의 부등식에 의해 $k'(E[u_1(W_1^*)])\le E[k'(u_1(W_1^*))]$이 성립한다. 즉 $E[\frac{k'(u_1(W_1^*))}{k'(u_1(W_0^*))}]=\frac{1}{k'(u_1(W_0^*))}E[k'(u_1(W_1^*))]\ge 1$이다. 따라서 u_1, u_2에 대해 각 목적함수의 1계 조건인 식 (2)와 식 (13)을 비교할 때 식 (15)의 공분산항이 양수이면 더 위험회피적인 계약자가 더 많은 보험을 구입한다고 할 수 있다.

한편 공분산항의 부호는 아래와 같이 결정된다. 저 $cov[k'(u_1(W_1^*)),u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)]$에서 $k'(u_1(W_1^*))$는 θ가 증가함에 따라 감소한다. θ의 변화에 대해 $u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)$의 증감은 다음 식(16)의 부호에 의해 결정된다.

$$\frac{d}{d\theta}u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)p+x\theta)$$
$$=u_1''(W_1^*)a^*x(-(1+\lambda)px+x\theta)+u_1'(W_1^*)x$$
$$=-u_1'(W_1^*)x[-a^*\frac{u_1''(W_1^*)}{u_1'(W_1^*)}(-(1+\lambda)p+\theta)x-1]$$
$$=-u_1'(W_1^*)x[-\frac{u_1''(W_1^*)}{u_1'(W_1^*)}(W_1^*-W+x)-1]$$
$$(16)$$

따라서 $-\frac{u_1''(W_1^*)}{u_1'(W_1^*)}(W_1^*-W+x)=RRA(W_1^*)-ARA(W_1^*)(W-x)\ge 1$을 만족하면, 즉 $u_1'(W_1^*)(-(1+\lambda)px+x\theta)$이 θ에 대해 감소함수이면, 더 위험회피적인 계약자가 더 많은 보험을 구입하게 된다. 따라서 주어진 손실 x에 대해 $k'''>0$이고 다음 식이 성립하면 더 위험회피적인 계약자가 더 많은 보험을 구입한다고 할 수 있다.

$$RRA(W_1^*)\ge 1+ARA(W_1^*)(W-x) \qquad (17)$$

반면, (17)이 만족되지 않을 경우 수요의 증감은 불확실하다.//

〔정리 3〕의 (17)은 보험계약자의 상대위험회피도 및 절대위험회피도에 따라, 더 위험 회피적인 계약자의 보험 수요가 증가할 수 있는 충분조건을 보여주고 있다.[9] 보험금 불확실성이 존재하는 상황에서, $k'''>0$ 은 효용함수 $u_1'''>0$에 대해 $u_2'''>0$을 의미한다.[10] 한편 식 (17)은 $\underline{\theta}>(1+\lambda)p$에 대해 $ARA(W_1^*)\ge\frac{1}{-(1+\lambda)px+\underline{\theta}x}$과 같이 변형될 수

9) 이러한 조건 (17)은 필요충분조건은 되지 못한다. 이는 (17)이 만족되지 못하더라도(즉 식 (15)의 공분산항이 음수라도) 식 (15)에서 첫 번째 및 두 번째 항의 상대적인 크기에 따라 보험 수요는 증가할 수 있기 때문이다. 또한 $k'''<0$이어도 공분산항이 충분히 큰 양수이면 보험 수요가 증가할 수 있다. 한편 이러한 조건은 θ의 분포에도 영향을 받는다는 추론을 이끌어낼 수 있다.

10) $u_2(x)=k(u_1(x))$에 대해 $u_2'''(x)$는 다음 식과 같다. 표기의 편의를 위해 k,u_1,u_2를 사용하기로 한다. 즉 $u_1'''<0$이면 $k'''\ge 0$이어도 u_2'''의 부호는 양 또는 음일 수 있으며, $u_1'''>0$일 때 $k'''\ge 0$이면 $u_2'''>0$이 성립한다.

$$u_2'''=k'[\frac{k'''}{k'}u_1'^3+3\frac{k''}{k'}u_1'u_1''+u_1''']$$

도 있다. 단 이때 $\underline{\theta}$ 는 θ의 하한이다. 즉 앞서 언급한 바와 같이 불확실한 보험금으로 인해 일종의 위험자산으로 간주되는 보험의 수요에 위험회피성향의 증가가 미치는 영향은 불확실하나, 만약 절대위험회피도가 특정값보다 충분히 크다면 위험회피성향의 증가가 보험 수요의 증가를 가져온다는 것을 의미한다.

5.2 불확실성에 관한 분포의 변화에 따른 보험 수요의 변화

포트폴리오 선택에 있어 위험자산의 수익률이 1차확률지배(FOSD,First Order Stochastic Dominance)의 형태로 변할 때, 즉 보험계약자의 불확실성에 관한 믿음이 FOSD를 따라 긍정적인 방향으로 변하더라도 위험자산에 대한 투자가 항상 증가하는 것은 아니라는 것이 이미 알려져 있다(Fishburn and Porter; 1976).한편 Hadar and Seo(1990)는 불확실성에 관한 믿음이 2차확률지배(SOSD, Second Order Stochastic Dominance)를 따라 개선될 때 위험자산에 대한 투자가 증가할 조건을 도출하고 있다. 이러한 선행연구의 연장선상에서 본 연구 역시 보험금 불확실성에 관한 분포가 변화할 때 보험 수요의 변화를 살펴보기로 한다. 단 보험료가 변화하는 경우를 배제하기 위해 본 연구의 범위는 불확실성의 분포가 2차확률지배의 일종인 MPS를 따라 개선되는 경우에 한정하기로 한다.

이에 따라 θ의 분포가 $F(\theta)$에서 $G(\theta)$로 변할 때의 보험 수요의 변화를 살펴보기로 하자. 이때 두 분포의 평균은 같고, 분산은 서로 다르다. 즉 $\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\theta dF(\theta)=1=\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\theta dG(\theta)$이고, $\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\theta^2 dF(\theta)>\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\theta^2 dG(\theta)$이다. 이때 보험 계약자의 보험 수요가 증가할 조건을 살펴보기로 한다. 한편 본 연구는 완전정보를 가정하고 있으므로 분포가 변화할 경우 $G(\theta)$ 하에서 보험료가 재계산된다. 단 이때 보험자는 위험중립적이고 두 분포의 평균은 같으므로 보험료는 달라지지 않는다. $G(\theta)$ 하에서 계약자의 목적함수는 다음과 같다.

$$\max_a \; U_3=(1-p)u(W-Q)+p\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}u(W-Q-x+a(x\theta))dG(\theta) \quad (18)$$

$$where \quad Q=(1+\lambda)apx$$

표기의 편의를 위해 $W_0=W-Q$, $W_1=W-Q-x+a(x\theta)$라 하면 1계 조건은 다음과 같다.

$$U_{3a}=-(1-p)(1+\lambda)pxu(W_0)+p\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)dG(\theta) \quad (19)$$

식 (2)의 $U_{1a}=0$을 만족하는 a^*에 대해, $U_{3a|a=a^*}\geq 0$일 조건은 다음 〔정리 4〕와 같이 정리된다.

〔정리 4〕 보험금 불확실성인 θ의 분포가 $F(\theta)$에서 $G(\theta)$로 변할 때, 보험수요가 늘어나기 위해서는 다음 조건을 만족해야 한다. 이때 $u'''(W_1^*)>0$에 대해 $AP(W_1^*)=-\frac{u'''(W_1^*)}{u''(W_1^*)}$는 절대적 신중도 계수(또는 절대 검약), $RP(W_1^*)=-\frac{u'''(W_1^*)}{u''(W_1^*)}W_1^*$는 상대적 신중도 계수(또는 상대 검약, coefficient of Relative Prudence)를 가리킨다.

(1) $F(\theta)$가 $G(\theta)$의 평균보유확산(MPS) 형태이며,
(2) $RRA(W_1^*) \le 1 + ARA(W_1^*)(W-x)$이며,
(3) $RP(W_1^*) \le 2 + AP(W_1^*)(W-x)$ 를 만족해야 한다.

증명) $Q^* = (1+\lambda)a^* px$, $W - Q^* = W_0^*$, $W - Q^* - x + a^*(x\theta) = W_1^*$라 나타내기로 하자. $\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \theta dF(\theta) = 1 = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \theta dG(\theta)$에 대해, $u'(W_1^*)(-(1+\lambda)px + x\theta)$이 증가하는 오목함수이고 불확실성의 변동성이 감소했을 때 다음 식 (20)이 성립한다.

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} u'(W_1^*)(-(1+\lambda)px + x\theta)dG(\theta) \ge \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} u'(W_1^*)(-(1+\lambda)px + x\theta)dF(\theta) \quad (20)$$

따라서 $u'(W_1^*)(-(1+\lambda)px + x\theta)$이 θ에 대해 증가함수일 조건은 식 (17)의 부호가 반대일 조건과 같다. 따라서 $RRA(W_1^*) \le 1 + ARA(W_1^*)(W-x)$이 성립해야 한다. 한편 $u'(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)$이 θ에 대해 오목함수일 조건은 다음과 같다.

$$u'''(W_1^*)(-a^*(1+\lambda)px + a^* x\theta) + 2u''(W_1^*) \le 0 \quad (21)$$

따라서 식 (21)을 정리하면 $RP(W_1^*) \le 2 + AP(W_1^*)(W-x)$를 얻는다.//

〔정리 4〕는 보험금 불확실성이 존재하는 경우 불확실성의 분산이 더 작은 분포로 변화하더라도 보험계약자의 효용함수의 절대적 및 상대적 위험회피도와 절대적 및 상대적 신중도(검약)이 보험 수요에 영향을 준다는 것을 기술하고 있다. 이는 보험금이 불확실성을 가짐에 따라 보험이 일종의 위험자산이 되기 때문이며, 보험 수요 a를 선택하는 문제를 예비적 동기에 따른 저축 문제 및 포트폴리오 선택 문제로 나누어 볼 수 있기 때문이다. 포트폴리오 선택 문제에서 a는 투자 비중의 문제로 해석될 수 있다. 따라서 보험 수요를 늘릴 조건은 수익률 분포에 대한 믿음이 변할 때 포트폴리오에서 위험자산에 대한 수요를 늘릴 Hadar and Seo(1990)의 연구결과와 유사하게 나타난다는 것을 알 수 있다.

5.3 손실 크기의 변화에 따른 보험 수요의 변화

본 절에서는 손실 크기가 증가가 보험 수요에 미치는 영향을 살펴보기로 한다. 보험금 불확실성이 존재할 경우 손실 헷지를 위해 보험 구입을 늘릴 경우 더 많은 보험금 불확실성을 감수하므로 그 효과가 명확하지 않다.

한편 손실의 크기 변화가 보험 수요에 미치는 영향은 Lee와 본 연구의 모형에서 명확히 차이가 난다. 특히 본 연구 모형의 경우 Lee의 모형과는 달리 불확실성의 변동성이 보험 수요에 영향을 미치게 된다. 논의의 편의를 위해 $\lambda = 0$이고, $0 < a < 1$인 a^*에 대해 다음과 같이 두 모형을 비교해보기로 한다.

손실 크기에 따른 보험 수요의 변화는 다음 식 (22)와 같이 나타난다.

$$\frac{da}{dx} = -\frac{U_{ax}}{U_{aa}} \quad (22)$$

이때 2계 조건에 따라 $U_{aa} < 0$이므로 U_{ax}의 부호에 따라 식 (22)의 부호가 결정된다. 먼저 각주 4)

에 따라 Lee의 모형에서의 U_{ax}는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}U_{ax} =&(1-p)u''(W_0)p^2ax-(1-p)u'(W_0)p\\&+pE[u'(W_1)(1-p)]\\&+pE[u''(W_1)(-px+x+\theta)(-ap-1+a)]\end{aligned} \tag{23}$$

이때 식 (23)의 두 번째 및 세 번째 항의 합은 1계 조건에 의해 0보다 큰 값을 갖는다. 이를 $\eta, \eta>0$라 하면 식(23)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}&(1-p)u''(W_0)p^2ax\\&\quad+p(-ap-1+a)E[u''(W_1)(-px+x+\theta)]+\eta\\&=(1-p)u''(W_0)p^2ax\\&\quad+p(-ap-1+a)E[u''(W_1)](-px+x)\\&\quad+p(-ap-1+a)Cov(u''(W_1),\theta)+\eta\end{aligned} \tag{24}$$

식 (24)의 부호는 명확하지 않다. 첫 번째 항은 음의 값을, 두 번째 항은 양의 값을 갖는 반면 세 번째 항의 부호는 u'''의 부호에 따라 달라진다. 특히 $u''' \leq 0$이면 세 번째 항이 양의 값(공분산항은 음의 값)을 가지는 반면, $u'''>0$이면 식 공분산 항은 양의 값을 갖는다.

한편 본 연구 모형에서 식 (22)의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}U_{ax} =&(1-p)u''(W_0)p^2ax-(1-p)u'(W_0)p\\&+pE[u'(W_1)(-p+\theta)]\\&+pE[u''(W_1)(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta)]\end{aligned} \tag{25}$$

이때 식 (25)의 두 번째 및 세 번째 항의 합은 1계 조건에 의해 0과 같다. 따라서 식 (25)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}&(1-p)u''(W_0)p^2ax\\&\quad+pE[u''(W_1)(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta)]\\&=(1-p)u''(W_0)p^2ax\\&\quad+pE[u''(W_1)]E[(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta)]\\&\quad+pCov(u''(W_1),(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta))\\&=(1-p)u''(W_0)p^2ax\\&\quad+p(-ap-1+a)E[u''(W_1)](-px+x)\\&\quad+axpE[u''(W_1)]Var(\theta)\\&\quad+pCov(u''(W_1),(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta))\end{aligned} \tag{26}$$

먼저 식 (24)와 (26)을 비교하면 그 차이는 명확하다. 식 (24)와는 달리 식 (26)에서는 θ의 분산이 손실의 변화에 따른 보험 수요에 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 이때 식 (26)의 세 번째 항은 음의 값을 가지므로 분산이 클수록 보험 수요는 줄어든다. 한편 마지막 공분산항은 식 Lee의 모형인 (24)와는 달리 $u''' \leq 0$을 가정한다고 해도 그 부호가 양 또는 음일 수 있다. $u''' \leq 0$인 경우 $\frac{d}{d\theta}(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta) \leq 0$인 경우 공분산항이 0보다 크거나 같은 값을 가지며 반대로 $u'''>0$ 인 경우 $\frac{d}{d\theta}(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta)>0$ 일 때 양의 값을 갖는다. 이때 $(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta)$의 θ에 대한 미분값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\frac{d}{d\theta}(-px+x\theta)(-ap-1+a\theta)\\&=x[2(-ap+a\theta)-1]\end{aligned} \tag{27}$$

즉 $u'''>0$인 경우 $2(-ap+a\theta)-1>0 \Leftrightarrow \underline{\theta}> \frac{1}{2a^*}+p$일 때 공분산항이 양의 값을 가지며, $u''' \leq$

인 경우 그 부호가 반대가 된다. 단 이때 $\underline{\theta}$는 θ의 하한을 가리킨다. 따라서 $u''' > 0$이고, 불확실성의 하한이 특정값 이상이어서($\underline{\theta} > \frac{1}{2a^*} + p$이면) 계약자가 감수해야 할 불확실성이 낮으면 신중성은 보험의 수요를 늘리도록 작용한다. 그러나 계약자가 감수해야 할 불확실성이 커지면 ($\underline{\theta} < \frac{1}{2a^*} + p$이면) 신중성은 보험의 수요를 낮추도록 작용하는 것을 알 수 있다.

본 연구모형에 따를 경우 손실의 크기가 증가하더라도 보험 수요는 효용함수의 신중성 및 불확실성의 하한과 변동성에 모두 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 이를 요약하면 다음의 〔따름정리 2〕를 얻을 수 있다.

〔따름정리 2〕 보험금 불확실성 하에서 손실의 크기가 증가할 때 보험 수요의 증감은 다음의 조건에 영향을 받는다.

(1) $u''' > 0$일 때, $\underline{\theta} > \frac{1}{2a^*} + p$이면 신중성은 보험의 수요를 증가시킨다. 반면 $\underline{\theta} > \frac{1}{2a^*} + p$이면 신중성은 보험의 수요를 낮추도록 작용한다.

(2) $Var(\theta)$가 클수록 보험의 수요를 낮추도록 작용한다.

증명) 본문 참고//

5.4 부의 변화에 따른 보험 수요의 변화

이제 보험금 불확실성이 존재할 때 부(wealth)의 변화에 따른 보험 수요의 변화를 살펴보기로 하자. 식 (2)를 a, W에 대해 전미분하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{da}{dW} = -\frac{U_{aW}}{U_{aa}} \tag{29}$$

식 (29)에서 $U_{aa} < 0$임은 2계조건에 의해 이미 만족된다는 것을 살펴본 바 있다. 이에 따라 (29)의 부호는 U_{aW} 에 따라 결정된다. 이러한 조건으로 정리된 것이 〔정리 6〕이다.

〔정리 6〕 보험금 불확실성 하에서 $\frac{d^2}{dW^2} ARA(W) \geq 0$임을 가정하기로 하자. 이때 $ARA(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)}$이다.

(1) 계약자가 CARA의 효용함수를 가지고 있는 경우, 부가 증가하면 언제나 보험 수요는 감소한다.

(2) 계약자가 DARA의 효용함수를 가지고 있는 경우, 다음이 만족될 때 부의 증가에 따라 보험 수요는 감소한다.

$$RRA(W_1^*) \geq 1 + ARA(W_1^*)(W - x)$$

증명) 표기를 간단히 하기 위해 $ARA(W) = A(W)$로 나타내기로 하자. U_{aW}는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} U_{aW} &= -(1+\lambda)px(1-p)u''(W_0) \\ &\quad + pE[u''(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)] \\ &= (1+\lambda)px(1-p)A(W_0)u'(W_0) \\ &\quad - pE[A(W_1)u'(W_1)(-(1+\lambda)px + x\theta)] \\ &= (1+\lambda)px(1-p)A(W_0)u'(W_0) \end{aligned}$$

$$-pE[\frac{A(W_1)}{A(W_0)}A(W_0)u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)]$$
$$=(1+\lambda)px(1-p)A(W_0)u'(W_0)$$
$$-pA(W_0)E[\frac{A(W_1)}{A(W_0)}]E[u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)]$$
$$-pcov[A(W_1),u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)] \qquad (30)$$

where $A(W)=-\frac{u''(W)}{u'(W)}$

만약 증가하지 않는 ARA(non increasing ARA)를 가지고 있는 보험계약자(DARA 또는 CARA)를 가정하면 $A'(W) \leq 0$이다. 또한 $A''(W) \geq 0$를 가정하면, 젠슨의 부등식에 의해 $E(A(W_1)) \geq A(EW_1) \geq A(W_0)$가 성립한다. 따라서 식 (30)에서 내부해 a에 대해 첫 번째 및 두 번째 항은 다음과 같이 정리된다.

$$(1+\lambda)px(1-p)A(W_0)u'(W_0)$$
$$-pA(W_0)E[\frac{A(W_1)}{A(W_0)}]E[u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)]$$
$$\leq -A(W_0)\{-(1+\lambda)px(1-p)u'(W_0)$$
$$+pE[u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)]\}=0 \qquad (31)$$

따라서 CARA인 경우 (30)의 세 번째 공분산항이 0이므로 식 (30)은 언제나 0보다 작다. 또한 DARA인 경우 식 (30)의 공분산항의 부호는 $\frac{d}{d\theta}u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta)$의 부호에 따라 결정된다. 이때 $\frac{d}{d\theta}u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta) \leq 0$일 조건은 식 (17)과 같다. 이때 식 (30)의 부호는 언제나 0보다 작다. 반면 $\frac{d}{d\theta}u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta) > 0$이고 공분산항이 충분히 커지면 식 (30)의 부호는 0보다 클 수도 있다.

반대로 IARA인 경우 $\frac{d}{d\theta}u'(W_1)(-(1+\lambda)px+x\theta) \leq 0$일 때 공분산 항이 음의 값을 가져 (30)의 부호는 불확실해진다. //

〔정리 4〕는 보험금의 불확실성 하에서 계약자의 절대적 위험회피도(ARA)가 부의 수준에 따라 증가하지 않을 때 보험이 정상재 또는 열등재(inferior goods)가 될 수 있음을 보이고 있다. 특히 계약자의 효용함수가 CARA일 경우 보험은 열등재이며, DARA인 경우 보험은 정상재 또는 열등재가 된다. 또한 조건 (17)을 만족하는 경우 보험은 DARA 하에서 열등재가 되나 이 조건은 충분조건이다. 이는 보험을 구입함에 따라 보험금 불확실성으로 인한 위험도 함께 늘어나기 때문이다. DARA하에서 부가 증가하면 위험회피성향의 감소로 보험에 대한 수요가 감소하는 동시에 보험으로 인한 보험금 위험에 대한 노출을 늘리는 방향으로 작용하기 때문에 보험은 정상재가 될 수 있다.

지금까지의 결과는 신중하게 해석 및 적용되어야 한다. 보험금에 불확실성이 존재하게 되면, 보험계약자는 위험회피도 및 신중성에 따라 더 적은 보험을 구입할 수도 더 많은 보험을 구입할 수도 있다. 더 적은 보험을 구입한다는 것은 보험회사 입장에서도 수요의 감소로 인해 수입의 감소가 우려된다는 것을 의미하며, 동시에 보험계약자는 보험금의 불확실성으로 인한 위험을 모두 헷지할 수 없게 되어 후생이 감소될 수 있음을 의미한다. 반면 더 많은 보험을 구입한다는 것 역시 보험계약자가 자원을 효율적으로 사용하지 못하게 됨을 의미한다. 불확실한 보험금으로 인해 보험을 과도하게 구입하고 이로 인해 소비가 줄어들게 되어 역시 후생이 감소할 수 있게

됨을 가리킨다. 감독당국 역시 보험회사의 보험금 지급이 계약자의 후생에 미치는 영향을 고려하여 지속적으로 보험사의 보험금 지급을 관찰하고 감독할 필요가 있을 것이다.

Ⅵ. 결 론

본 연구는 보험금에 불확실성이 존재하는 경우 보험 수요 및 보험계약자의 후생을 살펴보고 있다. 일반적으로 보험금은 계약에 명시된 조건이 성립하는 경우 확정적인 것으로 간주되고 있다. 그러나 약관에 따라 보험자의 책임이 면제되는 경우 등이 존재하고, 보험계약의 불완비성 및 보험자와의 법적 분쟁 등으로 인해 보험금 지급이 지연되기도 하는 등 계약자의 입장에서는 보험 사기나 도덕적 해이를 배제하고서라도 보험금이 불확실성을 가질 수 있다. 이에 따라 본 연구에서는 정보비대칭 및 보험 사기에 의한 청구를 배제하고 완전 정보 하에서 순수하게 보험금에 불확실성이 존재하는 경우의 보험수요의 분석에 초점을 맞추고 있다.

연구 결과에 따르면 보험금에 불확실성이 존재할 때 첫째, 보험 계약자는 공정한 보험료 하에서 언제나 보험을 구입한다. 둘째, 계약자의 보험 수요는 계약자의 신중성(검약, prudence)에 따라 달라질 수 있다. 미래의 손실 발생 시 보험 계약자는 보험금의 불확실성으로 인해 일종의 소득 위험(background risk)에 직면하게 되고, 이에 따라 예방적 수요(precautionary motive)에 의해 보험을 더 구입하고자 한다. 그러나 계약자가 위험을 회피하고자 하므로 보험금 불확실성에 대한 위험회피로 인해 수요를 줄일 수도 있으며, 손실을 줄이고자 수요를 증가시킬 수도 있어 그 효과는 명확하지 않다. 따라서 계약자가 충분히 신중하지 못할 경우에는 공정한 보험료라 할지라도 보험계약자는 일부보험을 구입할 수 있다. 셋째, 보험계약자의 상대적 위험회피도와 절대적 위험회피도의 값에 따라 더 위험회피적인 소비자가 보험을 더 구입할 조건을 도출하고 있다. 이는 위험회피도가 높아지면 더 많은 보험을 구입하여 손실을 헷지하고자 하는 동시에 보험 구입으로 인해 발생하는 보험금 불확실성은 줄이고 싶어 하기 때문에 발생하는 결과이다. 넷째, 불확실성의 분포가 평균은 동일하고 분산이 더 작은 분포로 변화하더라도, 계약자의 상대적 및 절대적 위험회피도와 상대적 및 절대적 신중성(검약)에 따라 보험수요는 증가할 수 있다. 특히 위험회피성향의 증가 및 불확실성의 분포의 변화에 따른 보험 수요의 증감은 기존 연구들에서는 연구되지 않은 부분으로, 포트폴리오 선택 이론과 비교고찰이 가능하다. 다섯째, 본 연구는 손실의 크기가 증가할 때 보험금 불확실성의 분산과 신중성의 수준이 보험 수요가 관계가 없던 Lee의 연구와는 달리, 불확실성의 분산이 아주 크면 보험 수요가 감소할 수 있으며, 신중성이 손실에 따른 보험 수요에 미치는 영향을 보이고 있다. 마지막으로 보험계약자의 효용함수가 DARA인 경우 보험이 열등재라는 기존의 연구결과와는 달리 정상재일 수 있음을 보이고 있다. 특히 본 연구결과는 보험사의 신뢰 감소에 따른 평판 비용(reputation cost) 및 보험사의 파산 가능성 등을 고려하지 않고도 도출할 수 있는 것으로, 보험사는 장기적인 보험 수요를 고려함에 있어 이러한 결과를 간과해서는 안 될 것이다. 감독당국 역시 보험금 지급에 있어서의 불확실성이 계약자 후생을 감소시킬 수 있다는 점을 고려하여 보험사를 지속적으로 관리, 감독해야 할 필요성이 있다.

본 연구는 다음과 같이 확장될 수 있다. 첫째, 현재는 보험금에 불확실성이 존재하되, 완정정보를 가정하여 보험자 및 계약자가 불확실성에 대해 동일한 분포를 알고 있는 것으로 가정하고 있다. 만약 보험자의 분포에 관한 믿음이 계약자와 서로 다르거나 믿음이 변할 경우, 즉 분포에 차이가 존재하거나 분포가 변할 경우 보험 수요 및 계약자 후생의 변화도 살펴볼 수 있을 것이다. 둘째, 현재의 모형은 순수한 수요의 변화를 살펴보기 위해 정보의 비대칭 문제를 고려하지 않고 있다. 따라서 정보의 비대칭 문제 역시 함께 고려해볼 수 있을 것이다. 마지막으로 최근 행동경제학 등에서 논의되고 있는 손실 회피성향 및 모호성 회피성향 등을 고려하여 다각적인 연구 수행 역시 가능할 것으로 기대한다.

참고문헌

김광국(2002), "영미 보험계약법상의 사기적 청구에 관한 연구," **보험학회지**, 62, 64-93.

이원정(2015), "연구(硏究) 논문(論文): 영국법상 보험금의 지급지체에 대한 보험자의 책임," **한국해법학회지**, 37(2), 289-322.

조영현(2012), "이슈: 보험모집, 보험금 지급과 보험회사에 대한 이미지," KIRI Weekly, 이슈 193, 1-7.

Alary, David, Christian Gollier, and Nicolas Treich (2013), "The Effect of Ambiguity Aversion on Insurance and Self protection," *The Economic Journal,* 123.573,1188-1202.

Bourgeon, Jean-Marc, and Pierre Picard(2014), "Fraudulent Claims and Nitpicky Insurers," *The American Economic Review,* 104(9), 2900-2917.

Crocker, Keith J., and Sharon Tennyson(2002), "Insurance Fraud and Optimal Claims Settlement Strategies," *The Journal of Law and Economics,* 45(2), 469-507.

Doherty, Neil A., and Harris Schlesinger(1991), "Rational Insurance Purchasing: Consideration of Contract Non-performance," *Managing the Insolvency Risk of Insurance Companies*, Springer Netherlands, 283-294.

Fishburn, Peter C., and R. Burr Porter(1976), "Optimal Portfolios with One Safe and One Risky Asset: Effects of Changes in Rate of Return and Risk," *Management Science,* 22 (10), 1064-1073.

Franke, Günter, Harris Schlesinger, and Richard C. Stapleton(2006), "Multiplicative Background Risk," *Management Science,* 52(1), 146-153.

Hadar, Josef, and Tae Kun Seo(1990), "The Effects of Shifts in a Return Distribution on Optimal Portfolios," *International Economic Review,* 721-736.

Hong, Jimin and S. Hun Seog(2016), "The Effect of Ambiguity Aversion and Uncertain Indeminty on the Insurance Demand," *Working Paper.*

Kimball, Miles S.(1990), "Precautionary Saving in the Small and in the Large," Econometrica, *Journal of the Econometric Society*, 53-73.

Lee, Kangoh(2012), "Uncertain Indemnity and the Demand for Insurance," *Theory and Decision,* 73(2), 249-265.

Mossin, Jan(1968), "Aspects of Rational Insurance Purchasing," *The Journal of Political Economy,* 553-568.

Picard, Pierre(1996), "Auditing Claims in the Insurance Market with Fraud: The Credibility Issue," *Journal of Public Economics,* 63(1), 27-56.

Reexamination of Uncertain Indemnity and the Insurance Demand

Jimin Hong*

Abstract

This study analyzes the effect of the uncertain indemnity on the insurance demand. At first, insurance demand depends on the policyholder's prudence. When the policyholder who is sufficiently prudent purchases insurance with fair premium even though the indemnity is uncertain. Second, the policyholder may purchase partial insurance depending on the level of prudence even when the premium is fair. Third, more risk averse policyholder purchases more insurance following the level of ARA and RRA. Fourth, when the probability distribution of indemnity uncertainty shifts following MPS(Mean Preserving Spread), the demand of insurance may increase depending on the Absolute and Relative Prudence, ARA and RRA. Fifth, the variance and the lower bound of indemnity uncertainty and prudence affect the demand of insurance when the loss size increases. Lastly, insurance may be normal goods when the policyholder has an utility function with non increasing ARA.

Key words: uncertain indemnity, insurance demand, prudence, ARA, RRA, MPS

* Assistant Professor, Department of Finance and Insurance, Daegu University, First Author

• 저자 홍지민은 현재 대구대학교 경상대학 금융보험학과 조교수로 재직 중이다. 서울대학교 경제학부를 졸업하였으며, KAIST에서 경영공학 석사, 서울대학교 경영대학에서 경영학박사를 취득하였다. 주요연구분야는 보험학 분야이다.